

Resonanz – ein häufiges Phänomen

Resonanz ist eines der physikalischen Phänomene, das uns im Alltag oft begegnet. Jedes Kind lernt intuitiv, wie es sich auf der Schaukel bewegen muss, damit die Schwingung grösser wird. Hier wird Resonanz am Beispiel des Fadenpendels erklärt und dann gezeigt, dass alle Resultate für elektrische Schwingungen übernommen werden können und damit der Beginn der drahtlosen Kommunikation verstanden werden kann.

Das Pendel als Zeitgeber – die Eigenschwingung

Es ist allgemein bekannt, dass ein Fadenpendel eine charakteristische Schwingungsperiode hat, die oberflächlich betrachtet nur von der Fadenlänge L und nicht von der angehängten Masse und auch nicht von der Amplitude abhängt (der Auslenkwinkel sollte aber nicht mehr als etwa 20° betragen, da sonst die rücktreibende Kraft nicht mehr proportional zur Auslenkung ist).

In einem Raumschiff würde jedoch ein Pendel nicht schwingen, sondern eine Kreisbewegung mit konstanter Geschwindigkeit ausführen, nachdem es angestossen wurde. Offensichtlich ist die Erdbeschleunigung g , die fast genau 10 Meter pro Sekunde im Quadrat beträgt, ebenfalls wichtig. Die Schwingungsperiode T muss also eine Kombination von L und g sein. Die einfachste Beziehung, die dies erfüllt, ist T proportional der Wurzel aus L/g . Eine exakte Herleitung zeigt, dass dies korrekt ist und dass der Proportionalitätsfaktor 2π (also etwa 6,28) beträgt.

Prüfen wir diesen Zusammenhang doch mit einem konkreten Beispiel nach: Ein «Sekundenpendel» führt eine volle Schwingung (hin und zurück) innerhalb von 2 Sekunden aus und ist etwa einen Meter lang. Die Formel gibt Wurzel aus 0,1 multipliziert mit 6,28. Als Resultat erhält man fast genau das korrekte Resultat von 2 Sekunden. Die Pendel vieler Wanduhren sind deshalb etwa einen Meter lang und haben für die genaue Justierung eine Stellerschraube.

In der Physik wird die für ein Pendel charakteristische Schwingung «Eigenschwingung» genannt. Die Eigenfrequenz eines Sekundenpendels beträgt also 0,5 Hertz.

Das Pendel als empfindlicher Verstärker für seine Eigenfrequenz

Ein Fadenpendel ist ein unglaublich empfindlicher Verstärker für genau eine Frequenz, seine Eigenfrequenz. Dies wird beim «Pendeln» ausgenutzt, um vermeintlich unbewusste Inhalte sichtbar zu machen. Typische dafür benutzte Pendel bestehen aus einer etwa 20 Zentimeter langen Schnur, an der ein 2 bis 4 cm langer Körper hängt. Dies gibt für L etwa 21 bis 22 cm und nach dem oben erklärten Zusammenhang eine Schwingungsperiode von 0,92 bis 0,94 Sekunden. Die Eigenfrequenz ist der Kehrwert der Periode und beträgt demnach 1,09 bis 1,06 Hertz (Schwingungen pro Sekunde, die Masseinheit ist benannt nach dem deutschen Physiker Heinrich Hertz).

Pro Minute sind dies gerundet 65 bis 64 Schwingungen, also eine typische Ruhe-Herzfrequenz! Schlägt das Herz des Pendlers oder der Pendlerin schneller als 65 Hertz ist es einfach, den Haltepunkt leicht nach unten zu verschieben und so die Eigenfrequenz des Pendels zu erhöhen, damit es auf Fragen «antwortet». Doch wie ist es aber möglich, dass ganz kleine, durch die Herzschläge verursachte Bewegungen das Pendel zum Schwingen anregen können?

Ein energetisches Gleichgewicht

Eine exakte mathematische Analyse der einfachen Bewegungsgleichung eines Fadenpendels ist mit Bleistift und Papier möglich, wobei auch die periodische Anregung und die Dämpfung miteinbezogen werden kann. Die Dämpfung beschreibt die durch Reibung (z.B. Luftreibung) hervorgerufene Umwandlung von Bewegungsenergie in Wärme und ist entscheidend dafür, dass sich bei jeder Anregungsfrequenz und -amplitude ein Gleichgewicht einstellen kann, d.h. eine stationäre Pendelschwingung entsteht. Das Gleichgewicht besteht darin, dass die durch die Anregung dauernd zugeführte Energie

durch die Reibung als Wärme wieder abgeführt wird. Das Resultat der mathematischen Analyse ist die berühmte Resonanzkurve, die in fast jedem Gebiet der Physik anzutreffen ist.

Abb. 1 zeigt die Resonanzkurve für ein Fadenpendel mit Eigenfrequenz f_0 , einmal mit starker Dämpfung (Blau, z.B. mit Styroporkugel als Masse) und einmal mit schwacher Dämpfung (Rot, z.B. mit Holzkugel als Masse). Auf der horizontalen Achse ist die Frequenz einer kleinen periodischen Anregung aufgetragen, die jeweils bei allen Frequenzen dieselbe Amplitude hat. Bei jeder Anregungsfrequenz schaukelt sich das Pendel langsam hoch, bis die Schwingungsamplitude dem durch die Resonanzkurve wiedergegebenen Gleichgewichtswert entspricht.

Maximum bei Eigenfrequenz

Die ausgeprägte Spitze der Resonanzkurven zeigt, dass der maximale Verstärkungsfaktor Q , also die maximale Pendelamplitude dividiert durch die Anregungsamplitude, am grössten wird, wenn die Anregungsfrequenz gleich der Eigenfrequenz ist. Da üblicherweise das Quadrat des Verstärkungsfaktors als Funktionswert aufgetragen wird, beträgt der Funktionswert an der Resonanzspitze Q^2 . Diese wichtige Grösse Q nennt man «Güte» des Pendels (Q von engl. Quality).

Als Breite der Resonanzkurve definiert man die sogenannte Halbwertsbreite HWB, also die Breite auf der Höhe des halben Maximums. Man kann mathematisch zeigen, dass die HWB in sehr guter Näherung f_0/Q beträgt. Die Güte hängt weiter mit dem Abfall der Pendelamplitude nach einmaligem Anstoss des Pendels zusammen: Q ist gleich $\omega \times N$, wobei N die Anzahl Schwingungen bedeutet, bis die Amplitude auf 37 Prozent abfällt ($37\% \approx 1/e$ wobei e die Euler-Zahl 2,71828... ist). Die in Abb. 1 gezeigten Resonanzkurven gehören also zu Pendeln, deren Amplituden nach etwa 2 (Blau) und 32 (Rot) Schwingungen auf 37 Prozent gedämpft werden.

Herzschlag reicht als Anregung

Nun zurück zur oben erwähnten Pendel-Magie: Ein 22 Zentimeter langes Fadenpendel mit einem Metallgewicht führt nach einem Stoss etwa 200 Schwingungen aus, bis seine Amplitude auf 37 Prozent absinkt. Damit erhalten wir für seine Güte $Q \approx 600$. Eine durch den Herzschlag verursachte periodische Bewegung von nur 0,05 Millimetern er-

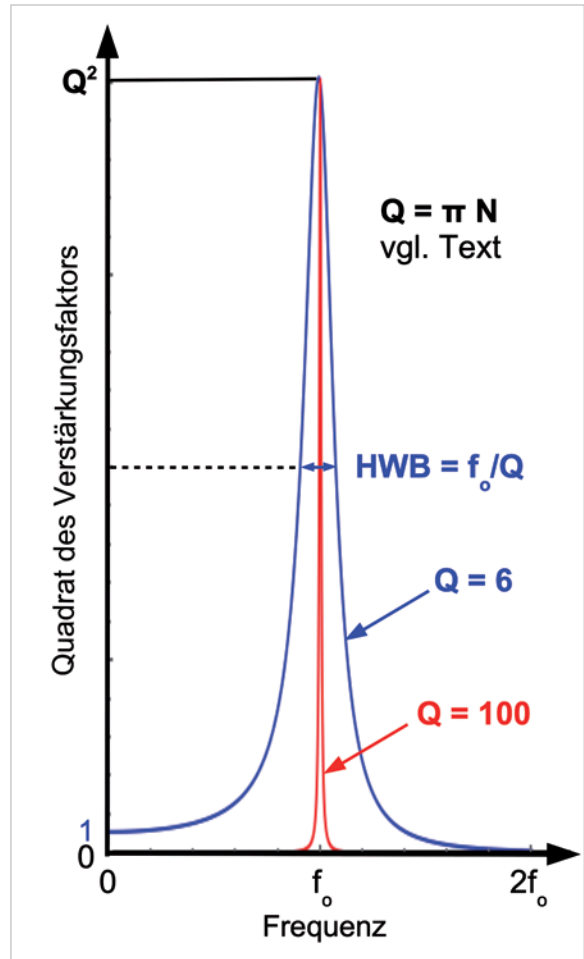


Abb. 1: Resonanzkurven für ein Pendel mit Güte $Q = 6$ (Blau) und $Q = 100$ (Rot). f_0 ist die Eigenfrequenz, HWB ist die Halbwertsbreite f_0/Q und bei der Frequenz 0 sieht man die Anregungsamplitude, die beim roten Pendel $100/6 \approx 17$ mal kleiner ist als beim blauen für dieselbe Maximalamplitude (weitere Erläuterungen im Text). (Bild Fritz Gassmann).

gibt damit eine Resonanzamplitude von 3 Zentimetern! Die Richtung der Pendelschwingung, der ebenfalls eine Bedeutung zugeschrieben wird, hängt von einer Vielzahl von Details ab (Sitzposition, Kopfhaltung, Winkel des Ellenbogens und Handgelenks, etc.), die kaum reproduzierbare Resultate ergeben dürften.

Da auch gleichzeitig senkrecht zueinanderstehende Schwingungen der Hand durch die Herzschläge angeregt werden können, kann das Pendel auch ellipsen- oder kreisförmig schwingen. Diese physikalischen Überlegungen machen klar, weshalb der Einsatz von Pendeln bisher keiner wissenschaftlichen Untersuchung standgehalten hat.

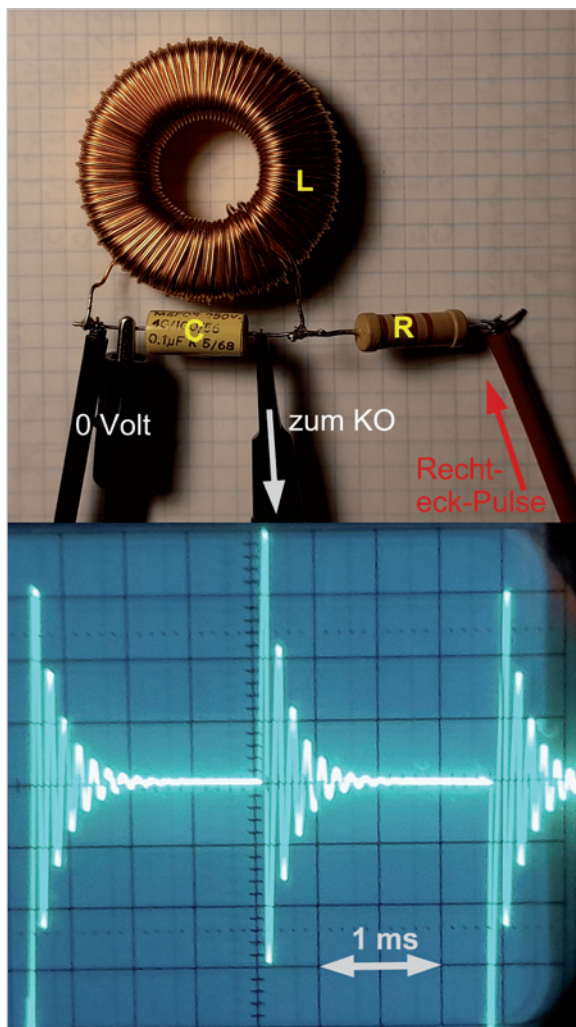


Abb. 2: Oben: Elektrischer Schwingkreis mit einer Eigenfrequenz von 8000 Hertz. Die Spule hat eine Selbstinduktivität L , der Kondensator eine Kapazität C und ein Widerstand R dämpft den Schwingkreis. Unten: Ein Kathodenstrahl-Oszillator (KO) zeigt abklingende Schwingungen nach periodischen Anregungen durch ein Rechtecksignal. Die Amplitude geht nach 1,5 Schwingungen auf 37 Prozent zurück, woraus sich die Güte $Q \approx 5$ ergibt. (Bild Fritz Gassmann)

Ein elektrisches Pendel – der Schwingkreis

Hat man das mechanische Pendel verstanden, versteht man auch die Grundprinzipien von Musikinstrumenten, von erdbebensicheren Bauten, von der Kommunikationstechnik und sogar von Atomen und Molekülen. Um diese Feststellung zu illustrieren, soll das elektrische Analogon des Pendels gezeigt werden, das in praktisch jedem elektronischen Gerät eine Zentrale Rolle einnimmt. Man nennt es

«Schwingkreis» und es ist eine Zusammenschaltung aller drei passiven Grundelemente R , L und C der Elektronik.

Abb. 2 zeigt einen Schwingkreis zusammen mit dem Oszillogramm der abklingenden Schwingung nach periodischer Anregung mit einem Rechtecksignal. Sowohl bei der ansteigenden wie bei der abfallenden Flanke des Signals werden stark gedämpfte Schwingungen angeregt, die alternierend bei einer positiven und einer negativen Spannung beginnen.

L ist die Selbstinduktivität der Spule und wirkt analog zur Massenträgheit beim Pendel, die die Geschwindigkeit aufrecht erhalten will. L will analog dazu die Stromstärke aufrecht erhalten. Der Strom fließt in den Kondensator, dessen Kapazität C die elektrische Energie speichert, ähnlich wie eine Batterie.

Analog dazu speichert das Pendel die Bewegungsenergie an den Umkehrpunkten als potenzielle Energie, indem die Masse leicht angehoben ist. Die Energie pendelt also dauernd zwischen potenzieller und kinetischer Energie. Analog dazu pendelt die Energie beim Schwingkreis dauernd zwischen kinetischer Energie als Strom in der Spule und potenzieller Energie als Spannung im Kondensator. Der Widerstand R wandelt elektrische Energie in Wärme um, weshalb die Schwingung nach einiger Zeit aufhört.

Da Pendel und Schwingkreis genau analog funktionieren, ist es nicht erstaunlich, dass die mathematischen Formulierungen der beiden Systeme (d.h. die beiden Differenzialgleichungen) genau dieselbe Struktur haben und durch Umbenennung von Variablennamen ineinander über gehen! Dies heisst auch, dass ein Schwingkreis dieselbe Resonanzkurve hat wie ein Pendel (vgl. Abb. 1). Der Schwingkreis hat also auch eine Güte Q , die durch die oben erwähnten Relationen mit der Breite der Resonanzkurve, dem maximalen Verstärkungsfaktor bei Resonanz und dem Abklingverhalten bei einmaliger Anregung zusammenhängt.

Der Beginn des Rundfunk-Zeitalters mit dem Knallfunken-Sender

Nachdem Heinrich Hertz 1886 gezeigt hatte, dass elektrische Schwingungen elektromagnetische Wellen erzeugen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten, war es naheliegend, die Kommunikation durch Schallwellen in eine Kommunikation durch

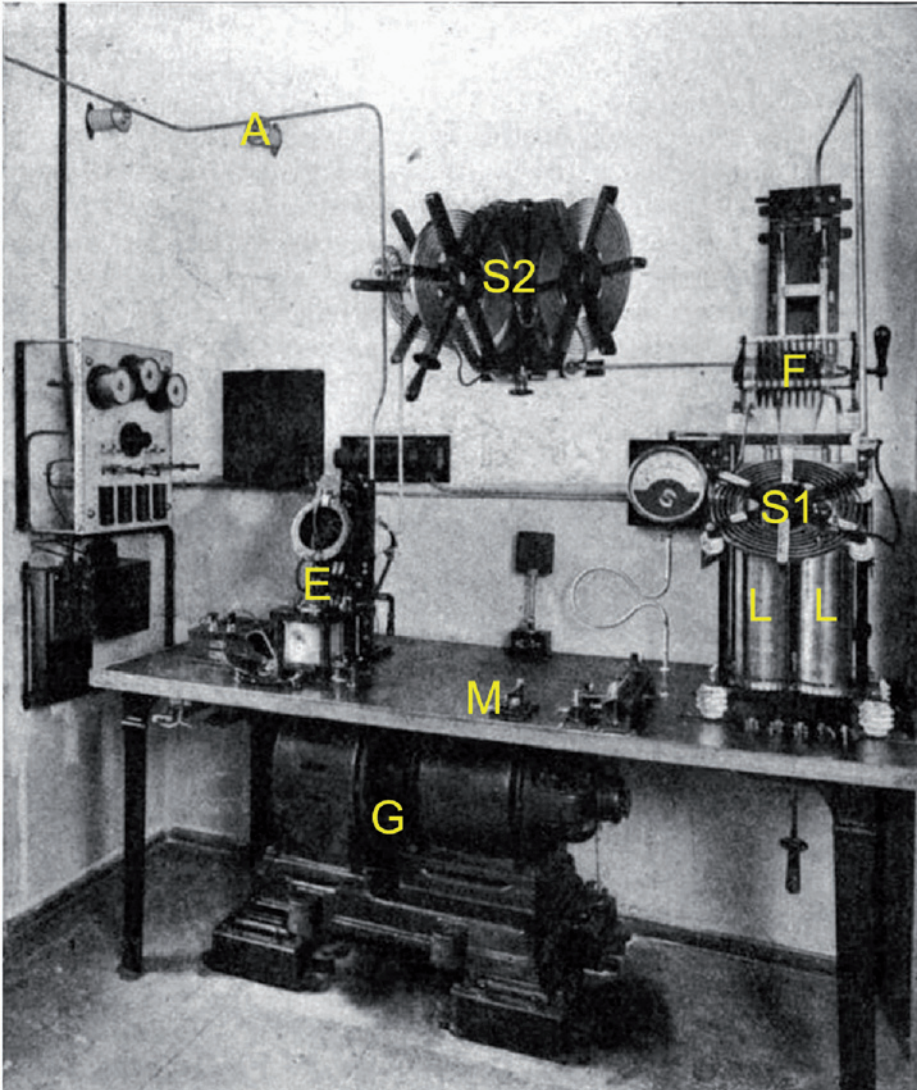


Abb. 3: Schiffs-Funkraum 1911, gebaut durch die 1903 gegründete deutsche Firma Telefunken. Unter dem Tisch ist die 1,5 Kilowatt-Generatorgruppe G sichtbar, die die Bordspannung des Schiffes in eine Wechselspannung von 500 Hertz und 8000 Volt umwandelte. Bei beiden Maxima jeder Periode zündete der serielle 8-fache Funkenspalt F (sog. «quenched gap»), sodass ein gut hörbares Morsesignal von 1000 Hertz entstand, bestehend aus 1000 abklingenden Schwingungszügen pro Sekunde. Darunter sind zwei Leidener-Flaschen L (Kondensatoren) sichtbar und davor die Spule S1 des Primärschwingkreises. An der Wand sind abstimmbare Spulen S2 für den sekundären Antennen-Schwingkreis (Mittelwellenbereich) montiert. Die Morsetaste M schaltete den Sender über ein Relais ein und aus, sodass in den Sendeintervallen im Empfänger E antwortende Stationen gehört werden konnten. Dies war besonders wichtig beim Senden von SOS. Die Leitung zur Antenne A geht zu einem Draht, der zwischen zwei hohen Schiffsmasten gespannt wurde. Weitere Erklärungen im Text. (Bild: Stanley 1919, Fig. 106, Public Domain, gelbe Bezeichnungen durch Autor)

elektromagnetische Wellen zu übersetzen. Wie ein genügend schnelles Pendel (eine schwingende Saite) Schallwellen erzeugt, müsste also auch ein genügend schnelles elektrisches Pendel (ein Schwingkreis) elektromagnetische Wellen erzeugen. Doch, wie bringt man einen Schwingkreis zum schwingen?

Genau wie man die Saite einer Mandoline zum Klingen bringt: Man lenkt sie durch eine Kraft aus und lässt sie los. Übersetzung in die Elektrotechnik: Man schneidet den Schwingkreis an einer Stelle auf und verbindet die beiden losen Drahtenden mit einer Hochspannungsquelle. Dadurch wird der Kondensator

14 FORSCHUNG – PHYSIK IM ALLTAG

sator via die Spule auf die Quellenspannung aufgeladen und erhält potenzielle Energie.

Nun muss die Schnittstelle durch einen Schalter geschlossen werden und der Schwingkreis führt abklingende Schwingungen mit seiner Eigenfrequenz aus. Als Schalter wurde ein Funke verwendet, der bei einer kritischen Spannung mit einem beachtlichen Knall überspringt und so die Schnittstelle für einen sehr kleinen Moment kurzschliesst. In diesem Zeitintervall von rund einer Tausendstelsekunde ist der Schwingkreis geschlossen und kann einige Dutzend Perioden lang schwingen.

Längerfristig zu viele Nachteile

Bei hohen Frequenzen um 2000 Hertz klingt eine Mandolinensaite nicht lange nach und man muss sie etwa fünfmal pro Sekunde anregen, um einen einigermaßen anhaltenden Ton zu erzeugen. Analog beim Knallfunken-Sender: Da Gütefaktoren bei angehängter Antenne nicht über etwa 40 möglich waren, fiel die Amplitude nach rund 40 Schwingungen auf unter 5 Prozent ab.

Dies bedeutet, dass im Mittelwellenbereich bei 500 Kilohertz das Signal alle etwa 0,1 Millisekunden hätte erneuert werden müssen, was 10 000 Funken pro Sekunde benötigt hätte. Durch 500 Hertz Wechselstromgeneratoren konnte man immerhin 1000 Funken pro Sekunde erreichen (beim positiven und negativen Maximum der Spannung je einen), was Morsezeichen mit gut hörbarem 1000 Hertz-Grundton erzeugte. Das Oszillogramm in Abb. 2 zeigt, wie man sich die erzeugten Funksignale vorzustellen hat.

Abb. 3 zeigt eine derart ausgerüstete Schiffsfunkstation. Damit die hohe Funken-Frequenz, der sog. «singende Funke», erreicht werden konnte, wurde die früher verwendete Knallfunkenstrecke ersetzt durch eine Reihe von hintereinander geschalteten viel kürzeren Funkenstrecken von Zehntelmillimetern (sog. «quenched gap»). Diese öffneten den Primärschwingkreis beim Nulldurchgang des Stromes sofort wieder und entkoppelten dadurch den sekundären Antennen-Schwingkreis, so dass dieser vollständig «ausschwingen» konnte, bevor ein neuer Funke gezündet wurde. Für Details sei auf Stanley 1919 oder den Wikipedia-Artikel Spark-gap-transmitter verwiesen.

Grosse Nachteile dieser Funktechnik waren, dass keine Sprachsignale aufmoduliert werden konnten, dass die Sender ein breites Frequenzband be-

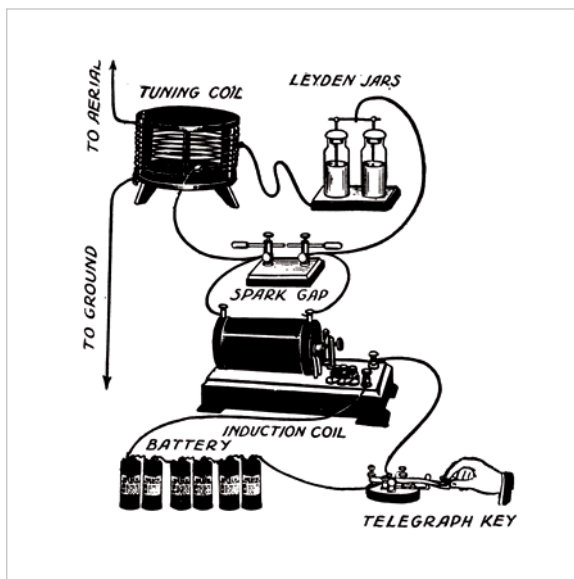


Abb. 4: Anleitung zum Bau einer Amateur-Funkstation aus einem Buch von 1917. Unten ist der Funkeninduktor sichtbar und oben der Schwingkreis bestehend aus abstimmbarer Spule und Leidener-Flaschen (Kondensatoren), der durch den Funken kurzgeschlossen und dadurch aktiviert wird. (Bild: Ernest Thompson Seton, Public domain, via Wikimedia Commons)

anspruchten und sich gegenseitig störten und dass sie einen kleinen energetischen Wirkungsgrad hatten, d.h. der grösste Teil der Betriebsenergie wurde in Wärme und nicht in Radiowellen umgewandelt.

Aus diesen Gründen beschränkte sich der Einsatz dieser Kommunikationstechnik im Wesentlichen auf die Jahre 1900 bis 1920 (Abb. 4). Sie wurde anschliessend durch die billigere und leistungsfähigere Röhrentechnik abgelöst, mit der kontinuierliche Wellen erzeugt werden konnten, die nur ein schmales Frequenzband beanspruchten und mit Sprache und Musik moduliert werden konnten. Geblieben sind jedoch bis heute die Bezeichnungen «Rundfunk», «Funkstation» oder die Redewendung «ich geb dir einen Funk, wenn ich angekommen bin».

Fritz Gassmann

Literatur

Einen faszinierenden Einblick in die Elektrotechnik am Anfang des 20. Jahrhunderts erhält man durch:

Stanley Rupert 1919. Text book on wireless telegraphy. University of Wisconsin: 471 pages. Free download on Google Books.