

Neujahrsblatt

herausgegeben von der

Naturforschenden Gesellschaft in Zürich

auf das Jahr 1937.

139. Stück.

Tafel der Sonnen- und Mondfinsternisse,
der Neu- und Vollmonde von 1265 v. Chr.
bis 2345 n. Chr., mit erläuterndem Text.

Von

A. STEINBRÜCHEL (Zürich).

Mit 12 Figuren im Text und 1 mehrfarbigen Tafel.



Gebr. Fretz A.G., Zürich.

Verzeichnis der bisher erschienenen Neujahrsblätter der Naturforschenden
Gesellschaft in Zürich.....

	Preis Fr.
1. H.C.Hirzel: Einleitung zu den Neujahrsblättern. Zweck der Gesellschaft, Beschreibung ihrer Sammlungen, Nutzen der Naturwissenschaften. Auf 1799.....	Vergriffen -.-
2. - Die Verwüstungen des Landes durch die kriegerischen Ereignisse des Jahres 1799. Auf 1800	Vergriffen -.-
3. H. R. Schinz: Leben des Pfarrers Rudolf Schiuz, Sekretär der Gesellschaft. Auf 1801.....	Vergriffen -.-
4. J. C. Escher (?): Ueber die Gletscher. Auf 1802.....	Vergriffen -.-
5. J. J. Römer: Aus Afrika. Auf 1803 1.....	Vergriffen -.-
6. - Aus Australien. Auf 1804.....	Vergriffen -.-
7. H. R. Schinz: Der Lämmergeier. Auf 1805.....	Vergriffen -.-
8. J. C. Escher (?): Reise auf den Gotthard. Auf 1806.....	Vergriffen -.-
9. - Ueber die Bergstürze in der Schweiz. Auf 1807.....	Vergriffen -.-
10. H. R. Schinz: Die Murmeltiere Auf 1808.....	Vergriffen -.-
11.-17. J. J. Römer: Beschreibungen und Abbildungen merkwürdiger Insekten. Auf 1809-15 z. T. Vergriffen	-.-
18. - Der Bär in der Schweiz. Schweizerische Schmetterlinge und Käfer. Auf 1816.....	Vergriffen -.-
19. H. R. Schinz: Entdeckungsreisen in Neuholland. Auf 1817.....	Vergriffen -.-
20. J. J. Römer (?). Biographie von Prof. David Breitinger. Abbildung und Beschreibung der Tollkirsche. Auf 1818.....	Vergriffen -.-
21. - Conrad Gessner. Auf 1819.....	Vergriffen -.-
22.-38. H. R. Schinz: Der Steinbock. Die Gemse. Der Luchs. Der Bär. Der Wolf. Die Elefantenreste der Schweiz. Geier und Adler. Der Seeadler. Die Eulen. Der Kuckuk. Der Storch. Die Schwalben. Die Nattern. Die Vipern Der Alpenhaase. Die Mäuse. Das Wiesel. - Der Preis dieser Neujahrsblätter, auf 1820-36. - die Nrn 22, 23, 32, 34 sind vergriffen.....	variiert per Nr. von Fr. -.60 bis 2.-
39. Ferd. Keller : Ausflug nach dem Lägernberg. Auf 1837.....	2.-
40. Ueber Meteore. Auf 1838.....	1.-
41. Wetterlöcher und Windhöhlen. Auf 1839.....	2.-
42. Die Karren (Lapies) in den Kalkgebirgen. Auf 1840.....	2.-
43 H. R. Schinz: Das Renntier. Auf 1841.....	2.-
44. Der Biber. Auf 1842.....	2.-
45. Der Fuchs. Auf 1843.....	1.-
46. Die Mäuse. Auf 1844.....	2.-
47. O. Heer : Ueber die obersten Grenzen des pflanzlichen und thierischen Lebens in unsern Alpen. Auf 1846..	2.40
48. R. Wolf: Johannes Gessner. Auf 1846.....	2.-
49. H. H. Schinz: Die Forellen. Auf 1847.....	2.-
50. - Die Lachse. Auf 1848.....	2.-
51. A. Menzel: Die Spinnen. Auf 1849.....	2.-
52. A. Mousson: Tarasp. Auf 1850.....	2.40
53. J. J. Siegfried: Torf-, Schiefer- und Braunkohlenlager des Kantons Zürich mit ihren Tierresten. Auf 1851	2.40
54. O. Heer: Die Hausameise Madei ra's. Auf 1852.....	2.40
55. - Der botanische Garten in Zürich. Auf 1853.....	1.-
56. G. v. Escher: Die Quellen überhaupt und die Bäder von Saxon. Auf 1854.....	2.-
57. - Die Mineralquellen der Schweiz. Auf 1855.....	2.-
58. Chr. Heusser: Das Erdbeben im Visperthal i. J. 1855. Auf 1856.....	2.-
59. A. Menzel: Die niedere Lebenswelt des Wassers. Auf 1857.....	2.-
60. - Forscherleben eines Gehörlosen (Joh. Jak. Bremi). Auf 1858.....	2.-
61. J. M. Ziegler : Ueber die neuesten Reisen und, Entdeckungen in Inner-Afrika. Auf 1859.....	2.-
62. M. Ulrich: Der Hüfi-Firn und die Clariden. Auf 1860.....	2.-
63. J. M. Ziegler: Die Mineralquelle Pfäfers. Auf 1881.....	2.-
64. O. Heer (?): Uebersicht der Geologie des Kantons Zürich. Auf 1862.....	2.-
65. H. Locher- Balber: Rud. Heinrich Schiuz. Auf 1863.....	1.-
66. U. Stutz: Ueber die Lägern. Auf 1864.....	2.-
67. A. Menzel: Zur Geschichte der Biene und ihrer Zucht. Auf 1865.....	2.-
68. O. Heer: Die Pflanzen der Pfahlbauten. Auf 1866.....	Vergriffen -.-
69. C. Mösch: Geologische Beschreibung der Umgebungen von Brugg. Auf 1867.....	2.40
70. Ed. Gräffe: Reisen im Innern der Insel Viti-Levu. Auf 1868.....	2.-
71. A. Menzel: Die Biene. Auf 1869.....	2.40
72. G. Schoch: Ein Tropfen Wasser. Auf 1870.....	1.-
73. A. Escher v. d. Linth u. A. Bürkli. Die Wasserverhältnisse von Zürich. Auf 1871.....	Vergriffen -.-
74. O. Heer: Flachs und Flachskultur. Auf 1872.....	2.-
75. R. Wolf : Joh. Fehr, ein Beitrag zur Geschichte der Schweizerkarten. Auf 1873.....	2.-
76. Alb. Heim: Verwitterungsformen der Berge. Auf 1874.....	2.-
77. H. Fritz: Kosmische Physik. Auf 1875.....	2.-
78. A. Weilenmann: Luftströmungen.. Auf 1876.....	2.-
79. C. Mösch: Wohin und warum ziehen unsere Vögel. Auf 1877.....	1.-

Tafel der Sonnen- und Mondfinsternisse,
der Neu- und Vollmonde von 1265 v. Chr.
bis 2345 n. Chr., mit erläuterndem Text.

Von

A. STEINBRÜCHEL (Zürich).

Mit 12 Figuren im Text und 1 mehrfarbigen Tafel.

Neujahrsblatt der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich
auf das Jahr 1937.

139. Stück.

1937

Neujahrsblatt in Kommission beim Verlag Gebr. Fretz A.G., Zürich.

Vorwort

Vor Jahren kam mir zufällig ein unscheinbares, vergilbtes Büchlein in die Hände : J. H. LAMBERT, Ekliptische Tafel, Berlin 1765. Es war eine Tafel der Sonnen- und Mondfinsternisse. Die graphische Darstellung war ziemlich primitiv und auch die Genauigkeit liess zu wünschen übrig, aber die Idee war gut. Das veranlasste mich, eine solche Finsternistafel unter Benützung der heutigen astronomischen Tafeln und Jahrbücher vollständig neu zu berechnen und zu konstruieren.

Ich bin überzeugt, dass eine Finsternis- und Mondphasentafel manchem Freunde der Astronomie willkommen sein wird, dass sie ferner auch im Unterricht an höheren Schulen und Volkshochschulen gute Dienste leisten kann. Vielleicht wird sie hie und da auch von Historikern und Chronologen zur Kontrolle oder näheren Bestimmung eines geschichtlichen Datums zu Rate gezogen werden.

Der Hauptvorteil der Tafel dürfte in ihrer Anschaulichkeit, Übersichtlichkeit und leichten Handhabung liegen. Auf einen Blick überschaut man sozusagen den Mondkalender von drei Dezennien, mit allen Neu- und Vollmonden und allen Finsternissen. Mühelos kann man aber auch jedes beliebige Jahr längst vergangener Zeitepochen aufsuchen. Dabei ist die Genauigkeit der Tafel für die entlegensten Zeiten nicht geringer wie für die Gegenwart. Das hat seinen Grund darin, dass die astronomischen Erscheinungen mit einer wunderbaren Gesetzmässigkeit ablaufen. Wenn dem nicht so wäre, könnten die Astronomen eine Sonnenfinsternis nicht auf Hunderte von Jahren vorausberechnen oder das geschichtliche Datum einer solchen des griechischen oder römischen Altertums bis auf die Minute genau festlegen.

Die als «Fehler» bezeichneten Abweichungen der Tafel von der Wirklichkeit sind eigentlich nur gesetzmässig bedingte Schwankungen um die angenommenen Mittelwerte. Über die Grösse, welche diese Abweichungen erreichen können, habe ich genaue Angaben gemacht.

Die Erläuterungen und Berechnungen sind für jedermann, der mit der Elementarmathematik vertraut ist, verständlich. Wer sich für dieselben aber nicht interessiert, kann sie einfach überschlagen und nur die am Schlusse gegebene Gebrauchsanweisung benützen.

Unmögliches kann man von der Tafel natürlich nicht verlangen. Es ist z. B. aus ihr nicht ersichtlich, zu welcher Tageszeit die Finsternisse eintreten, ob sie also für einen bestimmten Ort der Erde sichtbar sind oder nicht, ob eine Sonnenfinsternis total oder ringförmig ist usw. Über alle diese Fragen können nur Spezialwerke Auskunft geben, die aber für viele Zwecke zu umständlich sind und manchmal noch Rechenarbeit erfordern.

Wenn somit die Genauigkeit der Tafel auch nur eine beschränkte ist und die Finsternisse und Mondphasen nur in erster Annäherung richtig wiedergegeben werden, so muss man sich darüber nicht wundern, sondern bedenken, dass die Tafel diese äusserst komplizierten Erscheinungen immerhin sehr anschaulich und mit einer für viele Zwecke genügenden Genauigkeit zur bildlichen Darstellung bringt.

Gegenüber der oben erwähnten LAMBERT'schen Tafel, die noch auf KEPLER's Rudolphinischen Tafeln basiert, unterscheidet sich die vorliegende durch eine grössere Genauigkeit, eine wesentlich bessere graphische Ausführung und Brauchbarkeit für das ganze Altertum von 1265 vor Chr. bis zum Jahre 2345 nach Chr.

Die Daten über die Finsternisse des Altertums und des Mittelalters habe ich dem bekannten Werke von F. K. GINZEL, Spezieller Kanon der Sonnen- und Mondfinsternisse, und verschiedenen populär-astronomischen Werken entnommen, die im Textteil erwähnt sind, da es über den Rahmen dieser Publikation hinausging, das umfangreiche klassische Werk von OPPOLZER zu benützen.

Zürich, Frühjahr 1936.

A. STEINBRÜCHEL

I. Allgemeines über die Sonnen- und Mondfinsternisse

Zu den auffälligsten und interessantesten Himmelserscheinungen zählen unstreitig die astronomischen Finsternisse. Zu allen Zeiten haben sie auf die Menschen starken Eindruck gemacht, bei den primitiven Völkern sogar Furcht und Schrecken hervorgerufen. Für den modernen Menschen haben sie alles Wunderbare und Rätselhafte verloren, denn er weiss, dass sie mit absoluter Gewissheit eintreffen, wenn die Bedingungen dazu erfüllt sind. In jedem Kalender sind heute die Finsternisse des Jahres aufgeführt, auf die Minute genau vorausberechnet, und noch nie ist es vorgekommen, dass eine Finsternis nicht eingetroffen ist. Wenn man die Finsternisverzeichnisse verschiedener Kalenderjahrgänge miteinander vergleicht, bemerkt man, dass es Jahre gibt mit zwei, andere mit vier und noch mehr Finsternissen und man könnte wohl auf den Gedanken kommen, dass sie ziemlich regellos aufeinander folgen. Unsere Untersuchungen werden aber ergeben, dass im Ablauf dieser Himmelserscheinungen im Gegenteil eine grosse Gesetzmässigkeit herrscht.

Allgemein bekannt ist, dass eine Sonnenfinsternis nur bei Neumond eintreten kann, wenn der Mond zwischen Sonne und Erde steht und für uns unsichtbar wird, eine Mondfinsternis nur bei Vollmond, wenn sich die Erde zwischen Sonne und Mond befindet und uns dieser seine voll beleuchtete Scheibe zuwendet.

Wenn sich der Mond in der Ebene der Erdbahn, der Ekliptik, bewegen würde, müsste bei jedem Neumond eine Sonnenfinsternis und bei jedem Vollmond eine Mondfinsternis eintreten. Weil aber die Bahnebene des Mondes gegen die Ekliptik um einen Winkel von $5^{\circ}9'$ geneigt ist, geht der Neumond zumeist über oder unter der Sonne vorbei, ohne sie zu bedecken, und der Vollmond taucht im allgemeinen nicht in den Schattenkegel ein, den die Erde hinter sich wirft, sondern beschreibt seine Bahn über oder unter demselben.

Für das Eintreten einer Finsternis muss also noch die weitere Bedingung erfüllt sein, dass sich der Mond zur Zeit eines Neu- oder Vollmondes in der Nähe der Ekliptik befindet. Zweimal im Laufe eines Monats, steht der Mond in — Fig. 1 der Ebene der Ekliptik; man nennt die beiden Schnittpunkte seiner Bahn mit der Ekliptik die Knoten und ihre Verbindungslinie die Knotenlinie. Diese ist also die Schnittlinie der beiden Bahnebenen. Befindet sich der Mond südlich (unterhalb) der Ekliptik und tritt auf die Nordseite über, durchläuft er seinen aufsteigenden Knoten (\odot); einen halben Monat später geht er von der Nordseite der Ekliptik auf die Südseite über und passiert den absteigenden Knoten (\oslash).

Man kann die beiden Bedingungen auch so ausdrücken: Für das Zustandekommen einer Sonnen- oder einer Mondfinsternis muss zur Zeit des Neu- bzw. Vollmondes die Knotenlinie der Mondbahn nach der Sonne gerichtet sein.

Für die Berechnung der Finsternisse sind nun zwei Perioden von grösster Bedeutung, nämlich:

1. Der synodische Monat, das ist die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Neumonden (Konjunktionen) oder Vollmonden (Oppositionen). Die Dauer dieses Monats beträgt 29,530588 Tage.

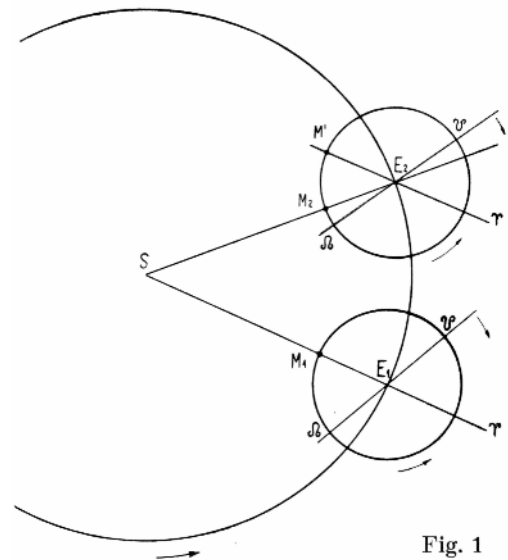


Fig. 1

2. Der drakonitische oder Drachenmonat, das ist die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen des Mondes durch den auf- oder absteigenden Knoten. Die Dauer dieses Umlaufes beträgt 27,212219 Tage.

Der tropische Monat, die Umlaufszeit des Mondes in bezug auf den Frühlingspunkt (Υ), zählt 27,32158 Tage; er spielt hier keine Rolle und wird nur zum besseren Verständnis der ungleichen Dauer der verschiedenen Monate erwähnt. In Fig. 1 stellt $E_1 E_2$ ein Stück der Erdbahn dar, das von der Erde gerade in einem synodischen Monat zurückgelegt wird. $SE_1\Upsilon$ ist die Richtung nach dem Frühlingspunkt. Der Mond befinde sich, wenn die Erde in E_1 steht, in M_1 ; es ist also Neumond. Beim Eintritt des nächsten Neumondes in M_1 , hat der Mond mehr als einen vollen Umlauf zurückgelegt, bereits in M_2 hat er in bezug auf die Richtung nach dem unendlich fern zu denkenden Frühlingspunkt Υ wieder dieselbe Stellung erreicht, denn die Richtung $M'E_2\Upsilon$ ist parallel mit $M_1E_1\Upsilon$. Der Mond muss bis zum Eintritt des Neumondes noch einen Winkel von ca. 29° zurücklegen, wozu er noch rund 2,2 Tage benötigt, da er sich täglich um ca. $13^\circ,2$ vorwärts bewegt. Das ist der Grund, weshalb der synodische Monat um ca. 2,2 Tage länger ist als der tropische.

Die Knotenlinie der Mondbahn ändert infolge von Gravitationswirkungen langsam ihre Richtung, täglich um $0^\circ,053$, so dass sie in etwa 18,6 Jahren einen ganzen Umlauf am Himmel vollführt und zwar von Osten nach Westen, also der Bewegung des Mondes entgegengesetzt. Der drakonitische Monat ist deshalb etwas kürzer als der tropische.

Um nun zu erfahren, in welchen Monaten Finsternisse eintreten können, müssen wir die Lage der Sonne in bezug auf die Mondknoten untersuchen. Auf ihrem jährlichen, von Westen nach Osten gerichteten scheinbaren Lauf in der Ekliptik kommt die Sonne zweimal in die Knoten der Mondbahn, nämlich einmal in den aufsteigenden und etwa ein halbes Jahr später in den absteigenden. Da sie sich nur langsam vorwärts bewegt, nur um ca. 1° täglich, so verweilt sie beidemal etwa einen Monat lang in der Nähe der Knoten. Dasselbe gilt natürlich auch von dem Schattenkegel der Erde, der dann nach dem andern Knoten gerichtet ist. Tritt nun zu diesen Zeiten Neu- oder Vollmond ein, so ist das Eintreffen von Finsternissen nicht nur möglich, sondern unter Umständen sogar gewiss, je nach dem Abstand des Neu- oder Vollmondes vom Knoten. Diese beiden Zeiten nennt man deshalb die jährlichen Finsternistermine; sie betragen für die Sonnenfinsternisse 32 und für die Mondfinsternisse 21 Tage.

Die Umlaufszeit der Sonne in bezug auf den aufsteigenden Knoten, die wir später benötigen, ergibt sich wie folgt:

$$\text{tägliche Bewegung der Sonne} = 0^\circ,985647$$

$$\text{tägliche Bewegung des Knotens} = -0^\circ,052954$$

$$\text{tägliche Bewegung der Sonne in bezug auf } \delta = -1^\circ,038601$$

$$\text{Dauer des Umlaufes} = 360/1,0386 = 346,620 \text{ Tage.}$$

2. Bedingungen für den Eintritt von Mondfinsternissen

Um die Formeln für die Mondfinsternisse abzuleiten, müssen an Hand der Fig. 2 erst die verschiedenen in Betracht kommenden Winkel bezeichnet und erklärt werden. Es bedeuten :

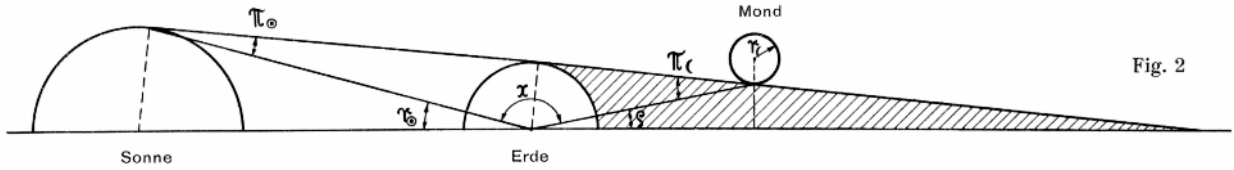
π_ℓ die Mondparallaxe, das ist der Winkel, unter dem vom Monde aus gesehen der Äquator-Radius der Erde erscheint.

π_\odot die Sonnenparallaxe, das ist der Winkel, unter dem von der Sonne gesehen der Erdradius erscheint.

r_ℓ der scheinbare Radius des Mondes.

r_\odot der scheinbare Radius der Sonne.

ρ der Radius des Erdschattenkreises in der Entfernung des Mondes.



Die den mittlereren Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde entsprechenden Mittelwerte sind:

$$\begin{aligned} \pi_{\odot} &= 57'2'' & r_{\odot} &= 15'33'' \\ \pi_{\ominus} &= 9'' \text{ (genau } 8'',80) & r_{\ominus} &= 16'0'' \end{aligned}$$

Für die Berechnung des Radius des Erdschattenkreises wird eine schon von dem griechischen Astronomen HIPPARCH aufgestellte Formel verwendet. Aus dem Satze, dass die Winkelsumme eines Dreiecks 180° beträgt, folgt (Fig. 2):

$$\pi_{\odot} + \pi_{\ominus} + x = 180 = r_{\odot} + \rho + x$$

somit:
$$\pi_{\odot} + \pi_{\ominus} = r_{\odot} + \rho$$

oder:
$$\rho = \pi_{\odot} + \pi_{\ominus} - r_{\odot}$$

Das ist der geometrisch abgeleitete Wert von ρ . Die Beobachtungen der Mondfinsternisse haben ergeben, dass derselbe um 2% zu vergrößern ist, wenn die Vorausberechnung mit der Beobachtung übereinstimmen soll. Die Formel für den Radius des Schattenkreises, welche den Mondfinsternisrechnungen zugrunde liegt, ist also:

$$\rho = 1.02(\pi_{\odot} + \pi_{\ominus} - r_{\odot})$$

Nach Einsetzen der obigen Zahlenwerte erhält man $\rho = 42'$.

Diese geometrische Betrachtungsweise ergänzt H. MEYER—BÜHRER, Glarisegg, durch eine physikalische. Nach seinen Untersuchungen ist die Strahlenbrechung in der irdischen Atmosphäre so stark, dass der Erdschatten den Mond gar nicht erreichen kann. Die von ihm aufgestellte Formel für den Radius R_d des dunkeln Schattens lautet:

$$R_d = \pi_{\odot} + \pi_{\ominus} - r_{\odot} - 2\alpha$$

worin α die Strahlenbrechung (Refraktion) im Horizont bedeutet. Da der Lichtstrahl beim Durchgang durch die Erdatmosphäre zweimal — beim Eintritt und beim Austritt — gebrochen wird, erscheint in der Formel 2α . Für den Horizont hat α den Wert $35',5$; er nimmt mit zunehmender Höhe ab, anfangs rascher und dann immer langsamer.

Setzt man die angegebenen Werte in die Formel ein, erhält man einen negativen Wert, was bedeutet, dass die Spitze des Kernschattens den Mond tatsächlich nicht erreicht. Nach der Theorie von H. MEYER—BÜHRER ist der beobachtete dunkle Schatten, der bis dahin als Kernschatten bezeichnet wurde, nichts anderes als der Halbschatten der irdischen Atmosphäre bis 8 km Höhe (für welche $2\alpha = 31'$). Für den Radius dieses Halbschattens gibt er die Formel:

$$R_h = \pi_{\odot} + \pi_{\ominus} - r_{\odot} - 31'$$

mit den Zahlenwerten ergibt sich: $R_h = 42'11''$, das heisst ungefähr der gleiche Wert wie die Formel für ρ . Für eine angenäherte Bestimmung des dunkeln Schattens kann man auch setzen:

$$R_d = \pi_{\odot} - 15'$$

Diese offenbar richtige Theorie kommt also zu demselben Resultate wie die bisherige geometrische Betrachtungsweise. Wir haben sie der Vollständigkeit halber erwähnt, trotzdem sie in die astronomischen Lehrbücher noch keinen Eingang gefunden hat.

Nachdem der Radius des Erdschattens bestimmt ist, müssen wir untersuchen, welche Breite, d. h. welchen Abstand von der Ekliptik, der Mond zur Zeit des Vollmondes höchstens haben darf, damit er den Erdschatten gerade berührt. Wir benötigen dazu noch den Neigungswinkel i der Mondbahnebene gegen die Ekliptik; er beträgt im Mittel $5^{\circ}8'43''$. Wenn wir aber die Bewegung des Mondes in bezug auf den als ruhend angenommenen Schattenkreis betrachten, müssen wir die sog. relative Bahnneigung i' in Rechnung stellen, die sich wie folgt ergibt.

Es sei b die stündliche Änderung der Breite des Mondes,
 l_{\odot} die stündliche Änderung der Länge¹ des Mondes,
 l_{\odot} die stündliche Änderung, der Länge der Sonne,

so ist (Fig. 3) : $\operatorname{tg} i = \frac{b}{l_{\odot}}$

$$\operatorname{tg} i' = \frac{b}{l_{\odot} l_{\ominus}} = \frac{l_{\odot}}{l_{\odot} l_{\ominus}} \cdot \frac{b}{l_{\odot}} = \frac{l_{\odot}}{l_{\odot} l_{\ominus}} \operatorname{tg} i$$

Es ist im Mittel $i' = 5^{\circ} 34'$.

Aus Fig. 4 folgt: $\beta \cos i' = \rho + r_{\odot}$,

somit: $\beta = (\rho + r_{\odot}) / \cos i' = 57'49''$.

(Eine genaue Berechnung ergibt zwei Grenzwerte, nämlich: $\beta_{\max} = 63',9$ und $\beta_{\min} = 53',5$.)

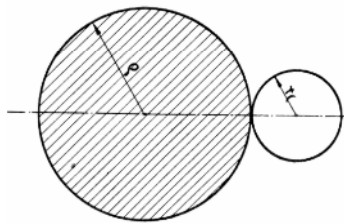
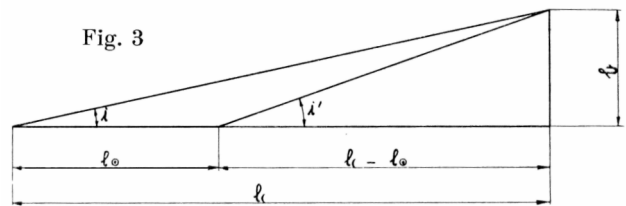


Fig. 5

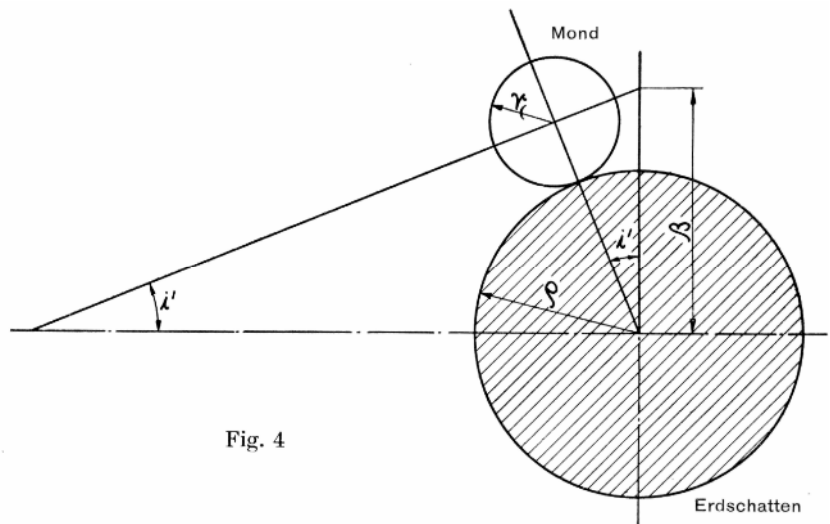


Fig. 4

Diesem Winkel β entspricht ein Abstand a des Mittelpunktes des Schattenkreises vom Knoten von: $a = \beta / \operatorname{tg} i$, bzw. von $\sin a = \operatorname{tg} \beta / \operatorname{tg} i$, wenn wir die genauere Formel der sphärischen Trigonometrie anwenden. Wir erhalten $a = 10^{\circ},766$. Da die Sonne in bezug auf den Knoten täglich $1^{\circ},0386$ zurücklegt und ebensoviel auch das Zentrum des Erdschattens, so ist die Grenze für den Eintritt einer Mondfinsternis $10,766 / 1,0386 = 10,366$ Tage.

Für Berührung des Mondes mit dem Schattenkreis ist (Fig. 5) :

$$\rho + r_{\odot} = 10,37 \text{ und da } r_{\odot} = 0,37 \rho$$

$$1,37 \rho = 10,37$$

somit: $\rho = 7,57$ Tage und $r_{\odot} = 2,8$ Tage.

¹ Unter Länge des Mondes oder der Sonne verstehen wir den Winkelabstand vom Frühlingspunkte, bei ersterem in seiner Bahn, bei letzterer in der Ekliptik gemessen.

3. Bedingungen für den Eintritt von Sonnenfinsternissen

Aus Fig. 6 folgt:

somit:

$$\pi_{\zeta} + r_{\zeta} + x = 180 = \beta - r_{\odot} + \pi_{\odot} + x$$

$$\pi_{\zeta} + r_{\zeta} = \beta - r_{\odot} + \pi_{\odot}$$

$$\beta = \pi_{\zeta} + r_{\zeta} + r_{\odot} - \pi_{\odot}$$

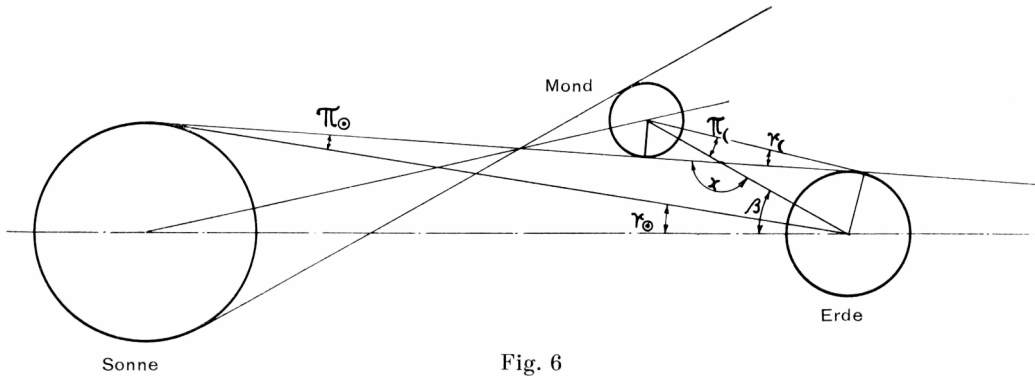


Fig. 6

Setzt man die oben gegebenen Zahlenwerte ein und berücksichtigt noch wie bei der Mondfinsternis den Korrekturfaktor $\cos i'$, der die Breite um $25''$ vergrößert, so erhält man: $\beta = 1^{\circ}28'51''$. Das ist der Mittelwert der Breite des Mondes für das Zustandekommen einer Sonnenfinsternis.

(Die Theorie ergibt die beiden Grenzwerte $\beta_{\max} = 1^{\circ}34',9$ und $\beta_{\min} = 1^{\circ}24',6$).

Dem Mittelwerte von β entspricht wieder ein Knotenabstand des Mondes von $a = 16^{\circ}41'$.

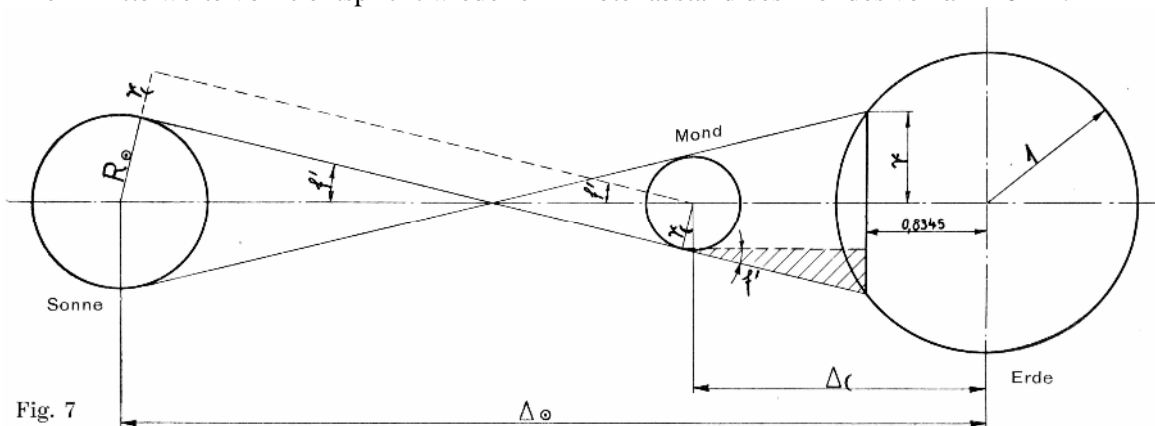


Fig. 7

Nun benötigen wir noch den Radius r des auf die Erde fallenden Halbschattens, der sich aus dem schraffierten Dreieck der Fig. 7 ergibt:

$$r = (\Delta_{\zeta} - 0,8345) \operatorname{tg} f' + r_{\zeta}$$

ebenfalls aus der Fig. folgt der halbe Öffnungswinkel f' des Halbschattenkegels:

$$\sin f' = \frac{R_{\odot} + r_{\zeta}}{\Delta_{\odot} - \Delta_{\zeta}}$$

Den astronomischen Jahrbüchern entnehmen wir die mittleren Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde sowie die Radien der Sonne und des Mondes, alle Grössen in Einheiten des Erdradius ausgedrückt.

Entfernung Erde—Sonne	$\Delta_{\odot} = 23439,2$	Erdradien
Entfernung Erde—Mond	$\Delta_{\zeta} = 60,2665$	Erdradien
Radius der Sonne	$R_{\odot} = 109,30$	Erdradien
Radius des Mondes	$r_{\zeta} = 0,272518$	Erdradien

Setzt man alle Werte in die obigen beiden Formeln ein, erhält man den Radius des Halbschattens $r = 0,5511$ in Teilen des Erdradius.

Wie bei den Mondfinsternissen ist auch hier der oben erhaltene Wert von $a = 16'41$, durch Division mit 1,0386 noch in Tagen auszudrücken. Es ergibt sich. $a = 16,06$ Tage.

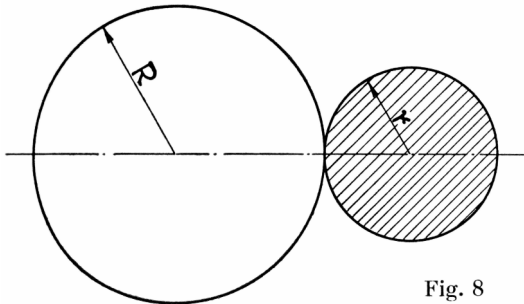


Fig. 8

Für Berührung des Halbschattenkreises mit der Erde ist, wenn R den Erdradius und r den Halbschattenradius bedeutet (Fig. 8):

$$r + R = 16,06 \text{ oben wurde gefunden:}$$

$$r = 0,5511 R$$

folglich $1,5511 R = 16,06$ somit $R = 10,36$ Tage und $r = 5,70$ Tage. Damit sind nun alle Grössen, die wir für die Konstruktion der Finsternistafel benötigen, bestimmt.

4. Finsternis-Perioden

Wenn sich an einem bestimmten Tage z. B. in der Nähe des 92 eine Mondfinsternis ereignet hat, ist es mit Hilfe der oben erwähnten beiden Perioden, des synodischen und des Drachenmonates, möglich, weitere Finsternisse vorauszusagen.

Damit eine Finsternis sich wiederholt, muss der Mond in bezug auf die Sonne und in bezug auf den 92 wieder in dieselbe Stellung gelangen. Das ist dann der Fall, wenn m synodische Monate und annähernd n Drachenmonate verfließen sind, wobei m und n ganze Zahlen bedeuten. Es muss also Gleichung bestehen:

$$m \cdot 29,530588 = n \cdot 27,212219$$

Man kann nun das Verhältnis n/m durch Entwicklung in einen Kettenbruch in kleineren Zahlen ausdrücken, indem man seine Näherungswerte berechnet. Die aufeinander folgenden Nenner des Kettenbruches bestimmt man, indem man n durch m teilt, m durch den Rest, diesen durch den neuen Rest usw.

Man erhält so: $\frac{n}{m} = 1 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{7}}}}}}}}}$ usw.

Die Näherungswerte sind:

$$\begin{aligned} \frac{1}{11} &= 12:11 \\ \frac{1}{12} &= 13:12 \\ \frac{3}{35} &= 38:35 \\ &5:47 \\ &242:223 \\ &777:716 \\ &\text{usw.} \end{aligned}$$

Es sind somit mit steigender Genauigkeit:

$$\begin{aligned} 11 \text{ synodische Monate} &= 12 \text{ Drachenmonate} \\ 12 \text{ synodische Monate} &= 13 \text{ Drachenmonate} \\ 35 \text{ synodische Monate} &= 38 \text{ Drachenmonate usw.} \end{aligned}$$

Der wichtigste Näherungswert ist 242 : 223; er heisst die *Saros - Periode*.

Es sind: 242 drakonitische Umläufe = 6585,3570 Tage

$$223 \text{ synodische Umläufe} = 6585,3211 \text{ Tage Differenz} = 0,0359 \text{ Tage}$$

Diese 223 synodischen Umläufe ergeben in Jahren, Tagen, Stunden und Minuten ausgedrückt:

$$\begin{aligned} 18j \ 10d \ 7h \ 42m &\text{ wenn in der Periode 5 Schalttage eintreten,} \\ 18j \ 11d \ 7h \ 42m &\text{ wenn in der Periode 4 Schalttage eintreten,} \\ 18j \ 12d \ 7h \ 42m &\text{ wenn in der Periode 3 Schalttage eintreten.} \end{aligned}$$

Man braucht also nur zu dem bekannten Datum einer Finsternis diese Zeit zu addieren oder von demselben zu subtrahieren, was beliebig oft geschehen kann, um weitere Finsternisse zu erhalten.

Der nächste Näherungswert 777: 716 ist natürlich noch genauer. Um kleinere Zahlen zu erhalten, können wir durch 2 dividieren und setzen:

$$358 \text{ synodische Monate} = 388\frac{1}{2} \text{ Drachenmonate.}$$

Es ist leicht einzusehen, dass auch dieser Näherungswert, den wir später neben der Saros-Periode benutzen werden, wieder eine Finsternis ergibt, da auch die halben Umlaufzeiten Geltung haben; die nächste Finsternis findet dann jeweilen am andern Knoten statt.

Es sind: 358 synodische Umläufe = 10571,95050 Tage

$$388\frac{1}{2} \text{ Drachenmonate} = 10571,94708 \text{ Tage}$$

$$\text{Differenz} = 0,00342 \text{ Tage}$$

Diese 358 synodischen Umläufe ergeben:

$$\begin{aligned} 29 \text{ Jahre minus } 19,05 \text{ Tage,} &\text{ wenn in der Periode 6 Schalttage eintreten,} \\ 29 \text{ Jahre minus } 20,05 \text{ Tage,} &\text{ wenn in der Periode 7 Schalttage eintreten,} \\ 29 \text{ Jahre minus } 21,05 \text{ Tage,} &\text{ wenn in der Periode 8 Schalttage eintreten.} \end{aligned}$$

Vergleicht man den letzten Näherungswert (388½: 358) und die Saros-Periode (242 : 223) miteinander, so folgt, dass der Fehler des ersteren etwa 10,5 mal kleiner ist als der der letzteren und dass sie entgegengesetztes Vorzeichen besitzen.

Wir benötigen noch die tägliche Bewegung des Mondes in bezug auf die Knoten.

$$\text{Die tägliche Bewegung des Mondes ist: } 13^{\circ},176397$$

$$\text{die tägliche Bewegung des Knotens: } -0,052954$$

$$\text{folglich die tägliche Bewegung des Mondes in bezug auf } \odot: 13^{\circ},229351$$

Es tritt somit der 223. Neu- oder Vollmond $13^{\circ},22935 \cdot 0,0359 = 0^{\circ},4746$ vor dem Knoten ein, der 358. $13^{\circ},22935 \cdot 0,00342 = 0^{\circ},0453$ nach dem Knoten. Wir werden von diesen Ziffern noch Gebrauch machen.

Es soll an Hand der schematischen Fig. 9 noch erläutert werden, wie die Finsternisse im Verlaufe verschiedener Saros-Perioden aufeinander folgen.

Nehmen wir an, es finde eine Mondfinsternis gerade im aufsteigenden Knoten statt. Der Mond beschreibt also einen Durchmesser des Schattenkreises; die Finsternis ist zentral und von längster Dauer. Nach 223 synodischen Umläufen tritt der Vollmond um 0,0359 Tage früher ein, d. h. vor dem Knoten, in M_1 . In bezug auf den Schattenkreis hat er die Lage M'_1 und beschreibt die zur Bahn parallele Sehne s' -s. Mit jeder weiteren Saros-Periode verschiebt sich die Sehne um ein kleines Stück x , das sich aus der Figur 9a ergibt :

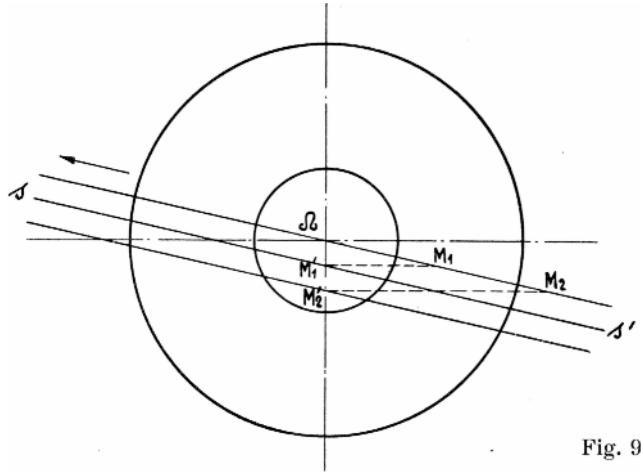


Fig. 9

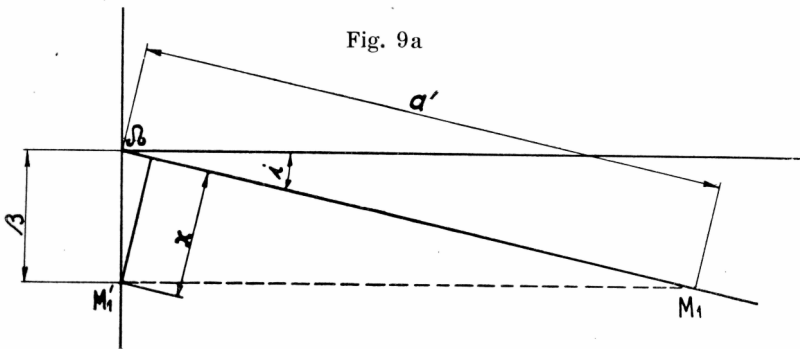


Fig. 9a

$$\sin \beta = \sin \alpha' \sin i^{1'}$$

$$x = \beta \cos i = 152'',6.$$

Bezeichnet man mit p wieder den Radius des Erdschattens und mit d den scheinbaren Durchmesser des Mondes, so dauert es $\frac{2p+d}{x}$ = 45 Perioden, also 811 Jahre, bis der Mond den ganzen Schattenkreis durchlaufen hat. Die erste Finsternis beginnt, wenn der Mond

den Schattenkreis gerade berührt; nach 12 Perioden mit immer grösser werdenden Finsternissen tritt Totalität ein, die während 21 Perioden andauert. Dann werden die Finsternisse wieder partiell und verschwinden nach 12 Perioden vollständig. — Die Sonnenfinsternisse erhalten sich länger, nämlich durchschnittlich etwa 70 Perioden oder ca. 1262 Jahre.

5. Erläuterung der Finsternistafel

Der Finsternistafel liegt die folgende Idee zugrunde. Trägt man die für die Finsternisse massgebenden beiden Perioden von einem Anfangspunkte aus in einem beliebigen Maßstabe auf einer Geraden — wir wollen sie als Neumondlinie bezeichnen — als Strecken auf, so kann man feststellen, dass die Teilpunkte derselben an bestimmten Orten zusammenfallen oder einander sehr nahe kommen. Wir brauchen dieses Verfahren nur lange genug fortzusetzen, um eine grössere Zahl von solchen Koinzidenzpunkten zu erhalten. Im Grunde genommen entspricht diese graphische Methode genau der oben (S. 9) angeführten rechnerischen Bestimmung der Näherungswerte des Kettenbruches $n : m$.

Als Anfangspunkt muss natürlich eine möglichst zentrale Sonnenfinsternis gewählt werden, d. h. eine Finsternis, die im auf- oder absteigenden Knoten der Mondbahn stattfindet. Ob wir als Perioden den synodischen und den drakonitischen Monat oder den synodischen Monat und die Umlaufszeit der Sonne in bezug auf die Knoten wählen, ist gleichgültig; das Resultat ist genau das gleiche. Für die graphische Darstellung empfiehlt es sich, als Perioden den syno-

¹ Formel der sphär. Trigonometrie.

dischen Monat und die Umlaufszeit der Sonne in bezug auf die Knoten anzunehmen. Da für den Eintritt von Finsternissen, wie eine kleine Überlegung ergibt, auch die halben Perioden massgebend sind, markieren wir auf der Geraden auch die halbe Dauer des Knotenumlaufes der Sonne, tragen ferner auf einer zweiten dazu parallelen -- wir nennen sie die Vollmondlinie — wieder die synodischen Monate auf, aber diesmal von einem Anfangspunkte aus, der gegen den auf der Neumondlinie um einen halben synodischen Monat verschoben ist. Da wir in der Finsternistafel einen Zeitraum von 358 synodischen Monaten oder rund 29 Jahren zur Darstellung bringen wollen, geben wir jeder der beiden Geraden nur eine Länge von 2 julianischen Jahren zu $365 \frac{1}{4} = 730,5$ Tagen, tragen unsere Perioden also jeweilen nur bis zum rechten Rande auf und setzen das Auftragen vom linken Rande aus auf weiteren Parallelen fort bis zum 358. Neubezw. Vollmond. Wir brauchen somit im ganzen je 15 Neumond- und Vollmondlinien; das letzte, 30. Jahr, ist für den Kalendermaßstab reserviert, welchen man auch noch auf einem besonderem Papierstreifen gedruckt vorfindet, um ihn zum Ablesen der Daten benützen zu können.

Es ist nun leicht einzusehen, dass die für einen Zeitraum von 29 Jahren entworfene graphische Darstellung ohne weiteres für mehrere Jahrtausende brauchbar ist, wenn man nur dafür sorgt, dass die ganz zentralen Sonnenfinsternisse immer auf den Anfangspunkt der Tafel fallen. Damit wird nämlich erreicht, dass sich die Finsternisse immer in der gleichen Reihenfolge wiederholen. Es handelt sich also nur darum, die Anfänge der auf Seite 10 erwähnten beiden Perioden von 358 bzw. 223 synodischen Monaten so zu bestimmen, dass die obige Bedingung erfüllt ist. Für die Markierung der Anfänge dieser Perioden dienen die am Kopfe der Tafel angebrachten vier Jahresskalen.

Der Konstruktion der Tafel liegt das julianische Jahr mit seiner konstanten Länge von $365 \frac{1}{4}$ Tagen zugrunde. Die Entfernung zwischen den Randvertikalen stellt zwei julianische Jahre dar, zwischen Rand und Mittellinie also je ein julianisches Jahr. Der gewählte Maßstab ist 1 Tag = 0,529 mm. Auf den vier obersten horizontalen Linien sind in Intervallen von 29 und 18 Jahren die Jahreszahlen von —1264 bis 2319 verzeichnet; die erste Skala mit roten Zahlen von 1569 bis 2319 gilt für unsern gregorianischen Kalender, die andern drei für den julianischen.

Auf den mit 0, 2, 4... bis 28 bezeichneten Horizontalen sind die sämtlichen Neumonde von 0 bis 358 in Abständen von 29,530588 Tagen fortlaufend aufgetragen und numeriert. In den unter den Neumondlinien befindlichen Horizontalen sind in gleicher Weise die Vollmonde verzeichnet und ebenfalls numeriert. Der erste Vollmond (Nr. 0) hat vom Rande einen Abstand von $\frac{1}{2}$ synodischen Monat. Die auf den Neumondlinien vorhandenen grossen Kreise stellen die Erde dar (Radius = 10,36), die kleinen die Neumonde oder vielmehr den Halbschatten derselben (Radius = 5,7). Die grossen Kreise folgen sich in Abständen von 173,31 Tagen, entsprechend der Zeit, die die Sonne braucht, um vom aufsteigenden Knoten der Mondbahn zum absteigenden zu gelangen — die Dauer des ganzen Umlaufs wurde oben (S.5) zu 346,62 Tagen ermittelt. Auf den Vollmondlinien bedeuten die kleinen Kreise die Vollmonde (Radius = 2,8), die grossen vertikal unter den Erdkreisen liegenden Kreise den Erdschatten (Radius = 7,57).

Aus der Tafel sind nun alle Sonnen- und Mondfinsternisse, die sich in einem Zeitraum von 29 Jahren ereignen, dargestellt. Bei den Sonnenfinsternissen ist der Halbschatten, soweit er auf die Erde fällt, schwarz angelegt. Fällt der Mittelpunkt des Halbschattens noch innerhalb des Erdkreises, ist die Finsternis zentral (total oder ringförmig), fällt er ausserhalb, ist die Finsternis partiell. Zentrale Finsternisse sind z. B. 0, 6, 12, 29, 35, 41 usw., partielle 18, 23, 24, 65, 70 usw. Bei den Mondfinsternissen ist der Teil des Mondes, der verfinstert wird, schwarz angelegt. Da die Mitte der Finsternis stets nahe zur Zeit des Vollmondes eintritt, ist die Grösse der Verfinsterung -- also das Maximum derselben direkt abzulesen. Liegt der Mond ganz innerhalb des Erdschattens, ist die Finsternis total, z. B. 17, 23, 29, 64 usw.; partielle Finsternisse sind solche, bei denen der Mond nur teilweise in den Erdschatten eintaucht, z. B. 11, 35, 52, 58 usw.

Für den Anfang der Tafel (Neumond Nr. 0) muss nun ein Neumond gewählt werden, der möglichst genau in einen Mondknoten fällt. Das ist z. B. der Fall mit dem Neumond vom 10. September 1904 (gregor. Datum). Den astronomischen Jahrbüchern kann man entnehmen, dass an diesem Tage der Neumond fast genau im Knoten eintrifft, dass also die mittleren vom Frühlingspunkte aus gemessenen Längen von Sonne, Mond und Knoten einander sehr nahe gleich werden. Das genaue Datum dieses mittleren Neumondes ist : 1904 September 10,033 bürgerliche Zeit Greenwich und zwar tritt er in einem Abstände von $0^{\circ},1937$ nach dem Ω ein. Um das entsprechende Datum im julianischen Kalender zu erhalten, müssen wir 13 Tage abziehen, also August 28,033 julianisch. Um nun den auf dieses Datum folgenden 1. Januar 1905 in der Tafel zu markieren, legen wir den auf dem Rande der Tafel befindlichen, zum abschneiden bestimmten Kalender-Maßstab so auf die 0. Neumondlinie, dass Neumond 0 auf den 28. August fällt, dann bezeichnet das Ende des Maßstabes den Anfang des Jahres 1905 (genau genommen muss man 125,22 Tage abtragen). Trägt man von dieser Marke aus noch die Jahreslänge von $365\frac{1}{4}$ Tagen nach rechts ab, erhält man den 1. Januar 1906, den man senkrecht darüber auf der untersten Jahresskala verzeichnet findet. Die rote gregorianische Jahreszahl 1906 findet sich auf der obersten Jahresskala, um die 13 Tage, um welche das gregorianische Datum dem julianischen voraus ist, nach links verschoben.

Um die Finsternis-Tafel für beliebige künftige und vergangene Zeiten brauchbar zu machen, beginnen wir nach Ablauf der 358 Neumonde wieder von vorne, d. h. wir identifizieren Neumond Nr. 358 mit Nr. 0:

Da 29 julianische Jahre = 10592,250 Tage
 358 synodische Umläufe = 10571,950 Tage
 tritt der 358. Neumond 20,300 Tage vor Ende des 29. Jahres ein

und wir müssen das Jahr um soviel später anfangen. Nach 358 Neumonden verschiebt sich somit der Jahresanfang um 20,30 Tage nach rechts; die Jahreszahl 1935 steht deshalb um diesen Betrag weiter rechts.

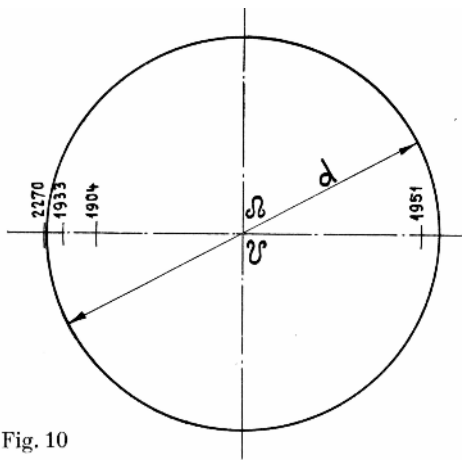


Fig. 10

Da aber 358 synodische Umläufe um $0,00342$ Tage länger sind als $388\frac{1}{2}$ Drachenmonate, rückt der 358. Neumond (= Nr. 0, Jahr 1933) um $0^{\circ},0453$ (siehe Seite 11) weiter nach links (Fig. 10) und würde sich mit jeder weiteren Periode von 358 synodischen Umläufen immer mehr vom Knoten entfernen. Um das zu verhindern, schalten wir nun eine Saros-Periode von 223 synodischen Umläufen ein. Da 223 synodische Umläufe um $0,0359$ Tage kürzer sind als 242 Drachenmonate, verschiebt sich der 223. Neumond (= Nr. 0, Jahr 1951) um $0^{\circ},4746$ (siehe Seite 11) nach rechts.

Es sind 223 synodische Monate = 6585,321 Tage
 18 julianische Jahre = 6574,500 Tage
 somit ist die Saros-Periode um 10,821 Tage länger;
 beim Übergang Neumond 223 auf 0 rückt

deshalb der Jahresanfang um 10,821 Tage nach links; auf der Jahresskala steht das Jahr 1953 in diesem Abstand links von 1935.

Auf die Saros-Periode folgen nun 11 Perioden von 358 synodischen Monaten. Dadurch kommt der Neumond Nr. 0 des Jahres 2270 nahe wieder in die Lage von dem des Jahres 1933, nämlich nur um $0^{\circ},0237$ links davon (Fig. 10). Durch die Kombination von 11 Perioden von 358 synodischen Umläufen mit einer Saros-Periode wurde erreicht, dass Neumond 0 stets in der Nähe des Knotens bleibt. Der Fehler ist so gering, dass man diesen Schaltmodus beliebig oft verwenden könnte und zwar sowohl vorwärts wie rückwärts gehend, vorausgesetzt, dass sich der synodische Umlauf und der Drachenmonat nicht ändern. Das ist nun tatsächlich nicht der Fall, wenn wir mit grossen Zeiträumen rechnen. Die Längen von Sonne (bezw. Erde), Mond und

Knoten ändern sich nämlich nicht genau proportional mit der Zeit t , sondern es kommen in den Formeln noch Glieder mit t^2 , bei Mond und Knoten auch mit t' vor, die zwar sehr klein sind aber doch bewirken, dass sich die fraglichen Umläufe mit der Zeit langsam ändern. Diese sog. säkularen Glieder erreichen beispielsweise für das Jahr —1000 folgende Beträge:

Länge der Sonne + $0^{\circ},25$
 Länge des Mondes + $2^{\circ},90$
 Länge des Knotens + $1^{\circ},60$

Um soviel stehen also im Jahre —1000 Sonne, Mond und Knoten weiter links am Himmel gegen den Ort, den sie bei gleichförmiger Bewegung einnehmen würden, verschoben. Bei der Konstruktion der Tafel, die bis 1265 vor Chr. gültig sein soll, dürfen wir diese säkularen Glieder deshalb nicht vernachlässigen.

Was die dadurch bedingten Änderungen der Umlaufzeiten anbelangt, ergibt die Rechnung, dass sowohl der synodische wie der drakonitische Umlauf in früheren Zeiten etwas länger waren als heute und dass das oben angeführte Fehlerverhältnis von 10,5 (10 oder 11 Perioden von 358 synodischen Umläufen = 1 Saros-Periode) besser durch ein variables ersetzt wird und zwar in der Weise, dass diese Verhältniszahl mit abnehmender Zeit immer kleiner wird und für die älteste Zeit nur noch 7 beträgt. So kann man der Veränderlichkeit der Umlaufzeiten am besten Rechnung tragen und erreicht dadurch, dass die Neumonde Nr. 0 stets in der Nähe des Knotens bleiben und sich nie mehr als einen halben Monddurchmesser von ihm entfernen (Fig. 10). An der Finsternistafel ändert sich im übrigen nichts, da die Abweichungen viel zu klein sind und in der zeichnerischen Darstellung verschwinden würden. Die Tafel bleibt damit für einen Zeitraum von über 3500 Jahren gültig; sie ist für die älteste Zeit nicht weniger genau als für die Gegenwart, bringt aber wie schon erwähnt nur die mittleren Bewegungen zur Darstellung. Auf die von diesen wohl zu unterscheidenden wahren Bewegungen kommen wir noch zurück.

In bezug auf die Jahresskalen ist nochmals daran zu erinnern, dass wir den julianischen Kalender verwenden; vom Jahre 1582 an sind die Jahresanfänge aber auch für den gregorianischen Kalender in roten Ziffern angegeben.

Bei Einführung des gregorianischen Kalenders liess man auf den 4. Oktober 1582 gleich den 15. Oktober folgen, der also dem 5. Oktober jul. entspricht. Um ein gregorianisches Datum in das entsprechende julianische zu verwandeln, subtrahiere man von dem gregor. Datum:

10 Tage zwischen 1582 Okt. 15 und 1700 März 10,
 11 Tage zwischen 1700 März 12 und 1800 März 11,
 12 Tage zwischen 1800 März 13 und 1900 März 12,
 13 Tage zwischen 1900 März 14 und 2100 März 13.

Im julianischen Kalender sind alle durch 4 teilbaren Jahre Schaltjahre, also auch alle vollen Jahrhunderte; im gregor. Kalender sind in Abweichung davon von den vollen Jahrhunderten nur die durch 400 teilbaren (1600, 2000, 2400 usw.) Schaltjahre, die übrigen (1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300 usw.) Gemeinjahre. Der Unterschied, der gegenwärtig 13 Tage beträgt, wächst daher im Jahre 2100 um einen weiteren Tag an.

Für die Jahre vor Christi Geburt verwenden wir die astronomische Zählweise, bei welcher mit dem Jahre 0 begonnen wird. Es entsprechen sich also:

Astronomische Zählung:	-3	-2	-1	0	1	2	3
Historische oder chronologische Zählung	4	3	2	1	1	2	3
					vor Chr. Geb.	nach Chr. Geb.	

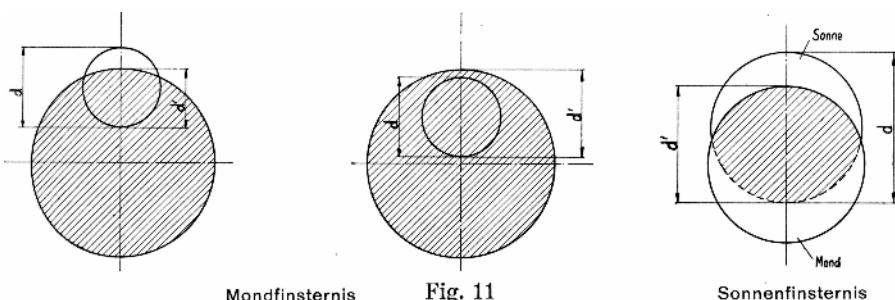
Infolge der konstanten Länge des julianischen Jahres von $365\frac{1}{4}$ Tagen ist an einem der Tafel entnommenen Datum noch folgende Korrektur anzubringen:

	vordem 29. Febr.	nach dem 29. Febr.
im 1. Jahre nach einem Schaltjahre	-0,75 Tage	+ 0,25 Tage
im 2. Jahre nach einem Schaltjahre	-0,50 Tage	+ 0,50 Tage
im 3. Jahre nach einem Schaltjahre	-0,25 Tage	+ 0,75 Tage

um dagegen ein Datum in die Tafel einzutragen, hat man an demselben obige Korrektion mit umgekehrtem Vorzeichen anzubringen. In den Schaltjahren selbst sind keine Korrektionen erforderlich.

6. Über die Grösse einer Finsternis

Bei den Mondfinsternissen wird das Verhältnis $g = \frac{d'}{d}$ als grösste Phase oder einfach als Grösse der

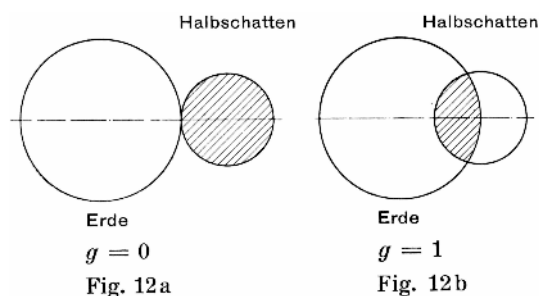


Finsternis bezeichnet (Fig. 11). Dabei bedeuten d den scheinbaren Monddurchmesser und d' die Eintauchtiefe. Die Grösse wird ein Maximum, wenn der Mond durch die Mitte des Erdschattens wandert. Ist g kleiner als 1, ist die

Finsternis partiell, für g gleich oder grösser als 1 total.

Früher wurde die Grösse einer Finsternis in Zollen angegeben, wobei der Monddurchmesser = 12" gesetzt wurde. Eine Phase von z. B. 18" entsprach also einer Grösse von 1,5 nach der heutigen Bezeichnung. Bei den Sonnenfinsternissen wurde der Durchmesser der Sonne zu 12" angenommen und eine Phase von 12" bedeutete Totalität (Grösse 1,0 nach der heutigen Bezeichnung).

Bei den Sonnenfinsternissen unterscheidet man zwischen zentralen und partiellen Finsternissen. Zentrale Finsternisse sind solche, bei denen die Verbindungslinie Sonne—Mond die Erde trifft; sie können entweder total oder ringförmig sein, je nachdem der scheinbare Durchmesser des Mondes grösser oder kleiner als derjenige der Sonne ist. Bei totalen Finsternissen dringt die Spitze des Mondschattenkegels noch in die Erde ein; der Durchmesser des erzeugten Schattens kann bei zentrischer Stellung der drei Gestirne höchstens etwa 270 km (im ungünstigsten Falle nur 162 km) erreichen. Infolge Fortrückens des Schattens wegen der Bewegung des Mondes und der doppelten Bewegung der Erde (Rotation und Fortschreiten in der Bahn) entsteht ein schmaler Streifen, Zentralitätszone genannt, innerhalb welchem die Finsternis total ist bzw. ringförmig, soweit die Schattenspitze nicht mehr in die Erde eindringt. Zu beiden Seiten der Zentralitätszone, soweit der Halbschatten die Erde trifft, ist die Finsternis nur partiell. Unter Grösse der Finsternis für einen bestimmten Ort versteht man das Verhältnis des verdunkelten Teiles zum ganzen Sonnendurchmesser, also $g = \frac{d'}{d}$. (Fig. 11).



Ist eine Sonnenfinsternis für die Erde überhaupt nur partiell, versteht man unter Grösse der Phase die grösste auf der Erde vorkommende Verfinsternung. Wo in der Tafel der Halbschatten die Erde gerade berührt (Fig. 12 a), ist die Grösse = 0; liegt das Schattenzentrum gerade auf dem Erdkreis (Fig. 12b), ist die Grösse = 1. Alle zwischen diesen beiden Grenzfällen liegenden Sonnenfinsternisse sind also partiell und die Grösse der Finsternis ist aus der Tafel ersichtlich. Zentrale Sonnenfinsternisse, bei denen in der Tafel Erd- und

Schattenzentrum zusammenfallen (Nr. 0) oder nahe beieinander liegen (Nr. 358, 223, 135, 88, 270, 311, 47 usw.) stellen Finsternisse dar, die hauptsächlich in die Gegend des Äquators fallen und sich durch eine längere Dauer der zentralen Verfinsternung auszeichnen.

7. Vergleich der Finsternistafel mit überlieferten Finsternissen und den astronomischen Jahrbüchern der Gegenwart¹⁾

A. Alte Finsternisse (julian. Datum):

Wohl die älteste von den Chinesen überlieferte Finsternis ist die ringförmige Sonnenfinsternis vom 7. Mai 2165 v. Chr. (-2164)²⁾. Es wird erzählt, dass die beiden Astronomen Hi und Ho wegen eines Trinkgelages es versäumten, diese Finsternis zu verkünden und deswegen hingerichtet wurden (LITROW, Wunder des Himmels, sowie KRITZINGER, Errungenschaften der Astronomie). Obwohl die Tafel nicht so weit zurückreicht, lässt sich durch Ergänzung der Jahresskala nachweisen, dass sie selbst diese über 4000 Jahre zurückliegende Finsternis richtig wiedergibt (sie wird durch Nr. 147 dargestellt).

Tafel Nr.

- 176 a) —762 15.Juni. Totale Sonnenfinsternis.
Auf ausgegrabenen assyrischen Tontafeln hat man einen Bericht über diese Finsternis entziffert. Der Mondschaten zog etwa 150 km nördlich von Ninive vorüber.
- 334 b) —720 19. März. Totale Mondfinsternis ($g = 18''{,}7$, Tafel: 1,55).
Sie wurde in Babylon beobachtet und von PTOLEMAUS überliefert.
- 164 e) —647 6. April. Totale Sonnenfinsternis.
Der griechische Lyriker ARCHILOCHOS schilderte den tiefen Eindruck, den die Finsternis auf ihn machte, in einem Gedicht (KRITZINGER, Errungenschaften der Astronomie). (In Athen $g = 12''$).
- 229 d) —584 28. Mai. Totale Sonnenfinsternis.
Die Finsternis des THALES von Milet, der sie auf Grund des Saros-Zyklus voraussagte. HERODOT berichtet, dass während einer Schlacht am Hal's (südöstlich vom heutigen Ankara) zwischen Lydern und Medern der Tag plötzlich in Nacht verwandelt wurde. Die Heere gaben deshalb den Kampf auf und schlossen Frieden (Rom $g = 12''$, Athen $11''{,}8$).
- 123 e) --430 3.August. Ringförmige Sonnenfinsternis.
Der griechische Geschichtsschreiber THUKYDIDES erwähnt diese Finsternis, die sich im ersten Jahre des peloponnesischen Krieges in Athen vor der Abfahrt der Flotte ereignete und PLUTARCH berichtet darüber, dass bei Eintritt der Dunkelheit PERIKLES das Gesicht des erschrockenen Steuermanns mit dem Mantel bedeckte, indem er ihm bemerkte, dass kein Unterschied zwischen der durch den Mantel und der durch den Mond verursachten Verfinsterung zu machen sei (Athen $g = 10''$).
- 346 f) —412 27. August. Totale Mondfinsternis ($g = 13''{,}4$).
Die Finsternis ereignete sich am Tage der Seeschlacht von Syrakus, in welcher die Flotte der Athener von den Syrakusern vernichtet wurde (Bericht des THUKYDIDES).
- 147 g) —399 21. Juni. Totale Sonnenfinsternis.
Sie war in Rom beinahe total und da sie abends vor Sonnenuntergang eintrat, folgte darauf unmittelbar die Nacht (Bericht des CICERO).
- 270 h) 360 12.Mai. Ringförmige Sonnenfinsternis.
Ein gewisser HELIKON aus Cyzikos, ein Freund PLATONS, sagte sie voraus und wurde dafür vom Tyrannen bewundert und beschenkt.
- 287 i) 330 20. September. Totale Mondfinsternis ($g = 14''{,}5$).
PLUTARCH erwähnt dieselbe anlässlich eines Berichtes über die Schlacht bei Gaugamela zwischen Makedoniern und Persern unter Dareios.
- 188 k) —309 15. August. Totale Sonnenfinsternis.
Die Finsternis des AGATHOKLES ; sie war in Athen total.
- 182 l) 45 n. Chr. 1. August. Totale Sonnenfinsternis.
DIO CASSIUS berichtet darüber. In Rom $g = 3''{,}7$.

¹⁾ Wer die eine oder andere dieser Finsternisse in der Tafel aufsuchen will, sei auf die am Schlusse gegebene ausführliche Gebrauchsanweisung verwiesen.

²⁾ siehe <http://eclipse.gsfc.nasa.gov/SEhistory/SEhistory.htm#-2136> am: 22/10/-2136, Nach anderen Autoren eine Mythe.

Tafel Nr.

- 276 m) 418n.Chr. 19. Juli. Totale Sonnenfinsternis.
Ein Bericht des PHILOSTORGIUS erwähnt die Sonnenkorona (Rom $g = 12''$).
- 281 n) 1504 n. Chr. 1. März. Totale Mondfinsternis.
Sie wurde von KOLUMBUS am 29. Februar abends in Jamaica beobachtet (C. FLAMMARION, Astronomie populaire). Er berechnete daraus den Längenunterschied gegen Cadiz zu $108^{\circ}\frac{3}{4}$, also um etwa 38° zu gross.
- 129 o) 1520 n. Chr. 11. Oktober. Ringförmige Sonnenfinsternis.
Sie wurde in der Bucht des Rio Santa Cruz in Patagonien (50° südl. Breite) beobachtet (O. KOELLIKER, Die erste Umseglung der Erde durch Fernando de Magallanes).
- 53 p) 1706 n. Chr. 12. Mai (gregor.). Totale Sonnenfinsternis.
Eine der grössten Finsternisse, die in Deutschland sichtbar waren. Dauer der Totalität beinahe 5 Mi-nuten. (LITTRÖW, Wunder des Himmels.)

B. Neuere Finsternisse (gregor. Datum)



1899	11. Januar	8. Juni	23. Juni	2./3. Dezember	17. Dezember
	part. ☉ F.	part. ☉ F.	tot. ☾ F.	ringf. ☉ F.	pari. ☾ F.
Tafel Nr.	288	293	293	299	299
Grösse:	0,718	0,611	1,487	—	0,995
Grösse (Tafel)	0,71	0,55	1,6	zentral	0,92

1904	17. März	9. (10.) ¹ September
	ringf. ☉ F.	tot. ☉ F.
Tafel Nr.	352	358=0
Grösse :	—	— ²
Grösse (Tafel)	zentral	zentral

1921	8. April	22. April	1. Oktober	16. Oktober
	ringf. ☉ F.	tot. ☾ F.	tot. ☉ F.	part. ☾ F.
Tafel Nr.	205	205	211	211
Grösse :	0,988	1,073	1,015	0,937
Grösse (Tafel)	fast zentral	1,2	zentral	0,7

1936	8. Januar	19. Juni	4. Juli	13./14. Dezember
	tot. ☾ F.	tot. ☉ F.	part. ☾ F.	ringf. ☉ F.
Tafel Nr.	29	35	35	41
Grösse :	1,02	1,018	0,272	0,921
Grösse (Tafel)	1,05	zentral	0,3	zentral

1937	8. Juni	18. November	2./3. Dezember
	tot. ☉ F.	part. ☾ F.	ringf. ☉ F.
Tafel Nr.	47	52	53
Grösse:	— ³	0,150	— ⁴
Grösse (Tafel)	zentral	0,1	zentral

¹ mittlerer Neumond

² Dauer der Totalität 8,2 Minuten

³ max. Dauer der Totalität 7 Minuten

⁴ Dauer der ringf. F. 12 Minuten

8. Die Genauigkeit der Finsternistafel

Die ungleichförmige Bewegung von Sonne, Mond und Knoten bedingt kleinere oder grössere Abweichungen von den der Tafel zugrunde gelegten mittleren Bewegungen und von der Grösse dieser Abweichungen hängt die Genauigkeit derselben ab.

Die wahre Länge¹ des Mondes kann zur Zeit der Quadraturen (erstes und letztes Viertel) bis 8° von der mittleren verschieden sein und die wahre Länge der Sonne zu gewissen Zeiten bis 2° von der mittleren abweichen. Das hat zur Folge, dass man, mit dem synodischen Umlauf rechnend, z. B. das Datum des ersten Viertels bis auf ca. 1,5 Tage falsch erhalten kann. Bei Neu- und Vollmond, die uns hier allein interessieren, sind die Abweichungen geringer. Hat man das genaue Datum eines mittleren Neu- oder Vollmondes, so muss man an demselben, um das Datum des wahren zu erhalten, nach NEUGEBAUER die folgenden zwei Korrekturen (in Tagen) anbringen:

$$S = -0,41 \sin g \text{ und } J = +0,17 \sin g' \text{ (siehe S. 21)}$$

worin g und g' die mittleren Anomalien² von Mond bzw. Sonne bedeuten. Der maximale Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Phase kann also + 0,58 Tage betragen, d. h. der wahre Neu- oder Vollmond kann bis zu diesem Betrage von dem mittleren der Tafel abweichen.

Dieser Unterschied in Verbindung mit den veränderlichen Entfernungen, scheinbaren Durchmesser und Parallaxen, den veränderlichen Radien des Erdschattens und Mondhalbschattens, macht sich nun ferner in der Grösse einer Finsternis bemerkbar. Sowohl bei den Sonnen- wie bei den Mondfinsternissen kann der Unterschied in der Phase maximal etwa 0,5 bis 0,6 betragen; im allgemeinen wird jedoch der Fehler der Tafel ziemlich kleiner sein. Es kann natürlich auch vorkommen, dass einmal eine Finsternis (in der Tafel) ganz ausfällt, während sie in Wirklichkeit --- wenn auch nur in geringer Grösse eintritt, oder dass umgekehrt die Tafel noch eine kleine Finsternis angibt, die in Wirklichkeit ausfällt. Es handelt sich aber dabei immer nur um relativ seltene Grenzfälle (Mond in Nähe des Schattenkreises, Halbschattenkreis in Nähe des Erdkreises), die in der Tafel ersichtlich sind. In solchen Fällen sowie überall da, wo es auf grössere Genauigkeit ankommt, bleibt nichts anderes übrig, als die astronomischen Tafeln oder Jahrbücher zu Rate zu ziehen.

9. Weitere Anwendungen der Finsternistafel

a) Die Voraussage der Finsternisse für einen bestimmten Ort

Die Astronomen des Altertums benützten zur Vorhersage der Finsternisse ausschliesslich gewisse Perioden. Der erwähnte Saros -Zyklus war schon den Chaldäern bekannt und wurde später auch von den Griechen verwendet. Zur Voraussage der Finsternisse für einen bestimmten Ort ist er aber wegen des überschüssenden Tagesbruchteils von $\frac{1}{3}$ Tag nicht geeignet, da eine Finsternis nach Ablauf dieser Periode 8 Stunden später eintritt, in welcher Zeit die Erde $\frac{1}{3}$ Umdrehung macht. Bei einer Sonnenfinsternis verschiebt sich deshalb der Schatten des Mondes auf der Erde um diesen Betrag nach Westen, so dass die Finsternis in andern Erdgegenden sichtbar wird. Auch bei den Mondfinsternissen ändern sich, wenn auch in geringerem Masse, die Sichtbarkeitsverhältnisse. Es ist nun leicht einzusehen, dass nach drei Saros-Perioden die Finsternisse annähernd wieder zur gleichen Tageszeit eintreffen, somit in der nämlichen Gegend

¹ Wahre und mittlere Länge unterscheiden sich dadurch, dass erstere sich auf den ungleichmässig bewegten wirklichen Mond bezieht, die zweite auf einen fingierten, gleichförmig bewegten Mond.

² Unter mittlerer Anomalie versteht man den Winkelabstand des mittleren Mondes (bzw. der mittleren Sonne) von der Erdnähe des Mondes (bzw. der Sonne).

sichtbar sind. Wir müssen wohl annehmen, dass auch diese Periode schon von den Astronomen des Altertums benützt wurde.

Bei den Griechen spielte der von METON 432 v. Chr. eingeführte METON'sche Zyklus, eine Periode von 19 julianischen Jahren oder 235 synodischen Monaten, eine grosse Rolle. Da 19 julianische Jahre nur um 0,06182 Tage länger sind als 235 synodische Monate, fallen nach diesem Zeitraum die Mondphasen wieder auf die nämlichen Jahrestage. Weil 235 synodische Monate zudem nahe gleich 255 Drachenmonaten sind, ergibt auch diese Periode eine Finsternis; wie man aus der Tafel ersehen kann, ist sie aber weniger genau als der Saros, denn die Finsternis Nr. 235 ist wohl noch zentral aber schon ziemlich exzentrisch.

Noch weniger genau ist die Periode des Kallippus, der vierfach genommene METON'sche Zyklus, also 76 Jahre oder $4 \cdot 235 = 940$ synodische Monate.

Vermindert man diese Periode um einen synodischen Monat, erhält man :

939 (= 716 + 223) synodische Umläufe = 1019 (= 777 + 242) Drachenmonate

Es sind: 1019 Drachenmonate = 27729,251 Tage

939 synod. Monate = 27729,222 Tage

Differenz = 0,029 Tage

Dies ist die sog. verkürzte Kallippische Periode; sie ist direkt aus den auf Seite 10 gegebenen Näherungswerten des Kettenbruches abzulesen. Sie ist etwas genauer als der einfache Saros und kann ebenfalls zur Vorhersage der Finsternisse für einen bestimmten Ort dienen. Wie aber GINZEL in seinem Kanon der Finsternisse nachgewiesen hat, ist die dreifache Saros-Periode zu diesem Zwecke ungleich besser geeignet.

Alle diese Methoden können die Sichtbarkeitsverhältnisse bei einer Finsternis natürlich nicht mit der heute verlangten Genauigkeit wiedergeben. Die modernen Astronomen benützen deshalb zur Berechnung der Finsternisse nur noch die astronomischen Tafeln.

b) Statistik der Finsternisse

Die Tafel gibt auch Aufschluss über die Häufigkeit der in einem bestimmten Zeitraum im Durchschnitt eintretenden Finsternisse. Es lässt sich aus ihr entnehmen, dass sich im Verlaufe von 10 Jahren etwa 24 Sonnenfinsternisse (16 zentrale und 8 partielle) und 15 Mondfinsternisse (7 totale und 8 partielle) ereignen. Für die Erde überhaupt sind also Sonnenfinsternisse viel häufiger als Mondfinsternisse, was in Anbetracht der weiteren Finsternisgrenzen für erstere ohne weiteres klar ist. Für einen gegebenen Ort verhält sich die Sache aber gerade umgekehrt; während fast jedes Jahr eine Mondfinsternis zu erwarten ist, ereignet sich nur etwa alle zwei Jahre eine Sonnenfinsternis, eine totale aber ist für einen bestimmten Ort der Erde eine äusserst seltene Erscheinung, die nur etwa alle 100 bis 200 Jahre eintritt.

Aus der Tafel können folgende für die Erde überhaupt geltende Regeln abgelesen werden:

1. Der Neumond kann keinen Knoten passieren, ohne eine Finsternis zu erzeugen; jedes Jahr hat daher mindestens zwei Sonnenfinsternisse.
2. Es können in einem Jahre höchstens fünf Sonnenfinsternisse eintreten.
3. Es gibt Jahre, in denen gar keine Mondfinsternis stattfindet.
4. Mehr als drei Mondfinsternisse können in einem Jahre nicht eintreten (drei nur ausnahmsweise).
5. Die grösste Anzahl der in einem Jahre vorkommenden Finsternisse ist sieben (fünf Sonnen- und zwei Mondfinsternisse, z. B. 1935, oder vier Sonnen- und drei Mondfinsternisse, z. B. 1917).

e) Bestimmung des Datums von Ostern

Die Tafel kann auch zur Bestimmung des Osterdatums benutzt werden. Bekanntlich fällt Ostern auf den ersten Sonntag nach dem Frühlingsvollmond, wobei unter diesem der erste Vollmond nach Frühlingsanfang zu verstehen ist. Da für letzteren durchweg der 21. März (gregor. Datum) angenommen wird, so kann, wenn an diesem Tage Vollmond eintritt und der Tag zugleich ein Samstag ist, Ostern frühestens auf den 22. März fallen. Tritt aber Vollmond am 20. März ein, so fällt der Frühlingsvollmond 29 Tage später, d. h. auf den 18. April. Trifft dieser auf einen Sonntag, so muss Ostern am folgenden Sonntag, also am 25. April gefeiert werden, der späteste Termin, auf den Ostern überhaupt fallen kann (WISLICENUS, Der Kalender). Zur Bestimmung des Osterfestes muss man nun vor allem wissen, mit welchem Wochentage das betreffende Jahr beginnt, oder wie die Sonntage nach Frühlingsanfang fallen.

Im gregorianischen Kalender fällt der 1. Januar in den Jahren 1901 bis 1956 auf folgende Wochentage:

1901	1929	Di	1908	1936	Mi	1915	1943	Fr	1922	1950	So
1902	1930	Mi	1909	1937	Fr	1916	1944	Sa	1923	1951	Mo
1903	1931	Do	1910	1938	Sa	1917	1945	Mo	1924	1952	Di
1904	1932	Fr	1911	1939	So	1918	1946	Di	1925	1953	Do
1905	1933	So	1912	1940	Mo	1919	1947	Mi	1926	1954	Fr
1906	1934	Mo	1913	1941	Mi	1920	1948	Do	1927	1955	Sa
1907	1935	Di	1914	1942	Do	1921	1949	Sa	1928	1956	So

Nach einem Zyklus von $7 \cdot 4 = 28$ Jahren, Sonnenszirkel genannt, fällt der Neujahrstag wieder auf denselben Wochentag. Man braucht also nur zu wissen, das wievielte Jahr ein gegebenes Jahr im Zyklus ist, um den Wochentag des 1. Januar zu kennen.

Beispiele: 1. 1934. Man dividiert 34 durch 28, erhält als Rest 6; das Jahr 1934 ist also das 6. im

Zyklus, entspricht somit dem Jahre 1906: 1. Januar = Montag. Addieren wir nun zum 1. Januar 77 Tage (= 11 Wochen), erhalten wir den 19. März, der also ebenfalls auf einen Montag fällt. Sonntage sind somit: 25. März, 1. April usw. — Aus der Tafel entnehmen wir den Frühlingsvollmond: 30. März, folglich fällt Ostern auf den 1. April.

2.. $1936.36/28=1$, Rest 8, 1. Januar = Mittwoch. Dazu 77 Tage addiert, ergibt Mittwoch den 18. März (1936 ist ein Schaltjahr!). Die Sonntage fallen auf: 22. März, 29. März, 5. April, 12. April. Aus der Tafel folgt : Frühlingsvollmond : 6. April, also Ostern am 12. April.

Da der Zyklus bis zum Jahre 2099 unverändert bleibt, so ändert sich die Berechnungsweise nicht. Erst 2100 tritt wieder — wie 1900 — eine Unterbrechung ein, da diese beiden Jahre im gregorianischen Kalender keine Schaltjahre sind.

Für die Berechnung des Osterfestes ist nun allerdings nicht mehr das astronomische Datum des Frühlingsvollmondes massgebend, sondern der sog. zyklische, nach der kirchlichen Epaktenrechnung bestimmte Vollmond, der unserem «mittleren» Vollmond, wie ihn die Tafel gibt, bis auf 0,23 Tage voreilen oder bis 0,83 Tage hinter ihm zurückbleiben kann¹ (JACOBSTHAL, Mondphasen, Osterrechnung und ewiger Kalender).

¹ Mit den auf Seite 15 angegebenen Korrekturen ergibt sich eine maximale Abweichung von +- 1 Tag.

10. Berechnung des Eintrittes der mittleren und wahren Neu- und Vollmonde

Da mit Rücksicht auf die Grösse der Finsternistafel ein kleiner Maßstab gewählt werden musste, ist es nicht gut möglich, bei den Daten noch Tagesbruchteile mit Sicherheit abzulesen. Es sollen daher in aller Kürze noch die Formeln zur genaueren Berechnung der mittleren und wahren Neu- und Vollmonde sowie der Abstände der mittleren vom aufsteigenden Knoten, die für die Finsternisse massgebend sind, mitgeteilt werden.

Die Ableitung dieser Formeln ist sehr einfach; von einem Anfangswerte ausgehend, der natürlich den astronomischen Tafeln (z. B. NEUGEBAUER) entnommen werden muss, hat man nur zu untersuchen, wieviele der in Frage kommenden Perioden bis zu dem vorliegenden Datum abgelaufen sind, bzw. welcher Rest bei der Division mit der Periode übrig bleibt. Das Verfahren, das noch näher erläutert wird, ist für die mit römischen Ziffern bezeichneten Formeln genau das gleiche.

Um für ein gegebenes julianisches Datum das Alter a des mittleren Neumondes, d. h. die seit dem letzten Neumonde verflossene Zeit in Tagen zu berechnen, kann man die folgende Formel benutzen:

$$a = R \left(\frac{11.74 + 10.6329n + \left[\frac{n}{4} \right] + t}{29.5306} \right) \text{Tage,} \quad (\text{I})$$

worin bedeuten:

n die seit 1900 verflossenen Jahre,

$\left[\frac{n}{4} \right]$ die Anzahl der in diesem Zeitraume eintretenden Schaltjahre ¹ (ein allfälliger Rest kommt nicht in Betracht),

t die Anzahl Tage seit Anfang des gegebenen Jahres — im Gemeinjahre von Januar 0 und im Schaltjahre von Januar 1 ab gezählt —,

R den bei der Division verbleibenden Rest, der also gleich a ist. — Die Formel gilt für das gegenwärtige Jahrhundert.

In obiger Formel ist 11,74 der der NEUGEBAUER'schen Tafel entnommene Anfangswert für 1900 Januar 1 (jul. Datum), die Zahl 10,6329 stellt die Zunahme des Alters in einem Jahre von 365 Tagen dar (es sind nämlich 12 synodische Umläufe = 354,3671 Tage und es fehlen also bis zum Jahresanfang noch 10,6329 Tage). Für jedes in dem Zeitraum vorkommende Schaltjahr von 366 Tagen ist ein Tag mehr zu rechnen, deshalb erscheint in der

Formel $\left[\frac{n}{4} \right]$, die Anzahl der eintretenden Schaltjahre.

Rechnet man vom 1. Januar 1500 als Ausgangsdatum und bedeutet ferner s die seit 1500 verflossenen Jahrhunderte, so lautet die Formel:

$$a = R \left(\frac{29.09 + 25.1932s + 10.6329n + \left[\frac{n}{4} \right] + t}{29.5306} \right) \text{Tage,} \quad (\text{Ia})$$

wobei sich n auf das vorliegende Jahrhundert und t auf die Tage des gegebenen Jahres beziehen.

Die in der Formel vorkommende Konstante 25,1932 stellt die Zunahme des Alters in einem julianischen Jahrhundert dar (= 100 Jahre zu 365 Tagen + 25 Schalttage). Es ist nämlich:

$$10,6329 \cdot 100 + 25 = 29,530588 \cdot 36 = 25,1932.$$

Ergibt die Formel beispielsweise $a = 10,00$, so ist das Alter des Mondes für das gegebene Datum = 10,00 Tage und es sind zu diesem noch 29,53 - 10,00 = 19,53 Tage zu addieren, um das julianische Datum des nächsten mittleren Neumondes in bürgerlicher Zeit Greenwich zu erhalten. Der mittlere Vollmond tritt 14,7653 Tage vor oder nach diesem Datum ein.

Um nun den wahren Neumond zu finden, sind an dem erhaltenen Datum des mittleren zwei Korrekturen anzubringen, nämlich:

$$1. \quad S = -0,41 \sin(13^\circ,065 b) \text{ Tage,}$$

¹ $\left[\frac{n}{4} \right] \equiv \text{int}(n/4)$

worin $13^{\circ},065$ die tägliche Bewegung des Mondes in bezug auf das Perigäum (Erdsnähe) und b die seit dem Durchgang des Mondes durch dieses verfllossene Anzahl Tage bedeuten.

b ergibt sich aus der Formel:

$$b = R \left(\frac{7.6 + 6.7908n + \left[\frac{n}{4} \right] + t}{27.55455} \right) \text{ Tage,} \quad (\text{II})$$

worin n , $\left[\frac{n}{4} \right]$ und t die gleiche Bedeutung haben wie oben in Formel (1). Der bei der Division

verbleibende Rest ist $= b$.

Die in dieser Formel vorkommende Periode von 27,5545502 ist der anomalistische Monat, das ist die Umlaufzeit des Mondes von der Erdsnähe bis wieder zurück zu dieser. Da 13 anomalistische Umläufe = 358,20915 Tage, fehlen bis zum Jahresanfang noch 6,7908 Tage. In einem Jahre von 365 Tagen nimmt die Anomalie des Mondes (siehe Seite 18, Fussnote 2) um diesen Betrag zu, in einem julianischen Jahrhundert um:

$$6,790847 \cdot 100 + 25 \cdot 27,55455 \cdot 25 - 15,2210 \text{ Tage (Formel IIa).}$$

Rechnet man vom 1. Januar 1500 als Ausgangsdatum, erhält man mit den gleichen Bezeichnungen wie in Formel (1a):

$$b = R \left(\frac{1.8 + 15.2210s + 6.7908n + \left[\frac{n}{4} \right] + t}{27.55455} \right) \text{ Tage} \quad (\text{IIa})$$

Den erhaltenen Wert von b setzt man in Formel 1. ein und erhält so S .

Die 2. Korrektur lautet:

$$2. \quad J + 0,17 \sin [0^{\circ},986 (t + 10)] \text{ Tage,}$$

worin t die seit Januar 0 verfllossene Anzahl Tage des gegebenen Jahres bedeutet. Die Formel gilt genau genommen nur für das 20. Jahrhundert; für das 19. müsste statt $(t + 10)$ gesetzt werden: $(t + 11)$.

Der Ausdruck in der eckigen Klammer ist die schon erwähnte Anomalie g' der Sonne (siehe Seite 18, Fussnote 2); sie nimmt täglich um $0^{\circ},986$ zu. Die Sonne geht anfangs des 20. Jahrhunderts am 21. Dezember (julianisch) durch die Erdsnähe, also 10 Tage vor dem 31. Dezember (= Januar 0), weshalb die von diesem Datum ab gerechnete Anzahl Tage t um 10 zu vermehren ist.

Das julianische Datum des wahren Neumondes in bürgerlicher Zeit Greenwich ist nun:

$$\text{Wahrer Neumond} = \text{Mittlerer Neumond} - 4 - S + J.$$

Für Mitteleuropäische Zeit ist eine Stunde zu addieren.

Wenn man genauer untersuchen will, ob zur Zeit eines Neu- oder Vollmondes eine Finsternis eintritt, muss man den Abstand des Mondes vom aufsteigenden Knoten (δ) für die Zeit der mittleren Phase berechnen. Dieser ergibt sich aus der für das 20. Jahrhundert gültigen Formel:

$$\Delta = R \left(\frac{13.351 + 11.24115n + \left[\frac{n}{4} \right] + t}{27.212219} \right) \text{ Tage} \quad (\text{III})$$

In den Formeln (III) und (IIIa) erscheint der schon mehrfach erwähnte Drachenmonat. Es sind 13 Drachenmonate = 353,758847 Tage, der Knotenabstand des Mondes nimmt somit in einem Jahre von 365 Tagen um 11,241153 Tage zu, in einem julianischen Jahrhundert um:

$$11,241153 \cdot 100 + 25 \cdot 27,212219 \cdot 42 = 6,2021 \text{ Tage.}$$

Rechnet man vom Ausgangsdatum 1. Januar 1500, kann man auch schreiben:

$$\Delta = R \left(\frac{15.755 + 6.2021s + 11.24115n + \left[\frac{n}{4} \right] + t}{27.212219} \right) \text{ Tage} \quad (\text{IIIa})$$

Um den erhaltenen Abstand in Graden auszudrücken, ist Δ mit $13^{\circ},22935$ — der täglichen Bewegung des Mondes in bezug auf den Knoten — zu multiplizieren. Wenn Δ_g diesen Winkel bezeichnet und dieser nahe bei δ (0° oder 360°) oder bei ϑ (180°) liegt, rechne man den Abstand $\alpha = \Delta_g$ bzw. $\Delta_g - 180$, $180 - \Delta_g$, $360 - \Delta_g$ von dem näher liegenden Knoten. Dann ist nach NEUGEBAUER :

Bei Neumond:

- eine partielle Sonnenfinsternis möglich, wenn a kleiner als $19^{\circ},8$
- eine partielle Sonnenfinsternis gewiss, wenn a kleiner als $14^{\circ},75$
- eine zentrale Sonnenfinsternis möglich, wenn a kleiner als $13^{\circ},25$
- eine zentrale Sonnenfinsternis gewiss, wenn a kleiner als $8^{\circ},75$

Bei Vollmond:

- eine partielle Mondfinsternis möglich, wenn a kleiner als $13^{\circ},8$
- eine partielle Mondfinsternis gewiss, wenn a kleiner als $8^{\circ},6$
- eine totale Mondfinsternis möglich, wenn a kleiner als $7^{\circ},15$
- eine totale Mondfinsternis gewiss, wenn a kleiner als $3^{\circ},0$

Auf diese Weise kann man wenigstens annähernd die Art und Grösse der Finsternis feststellen, bei den Mondfinsternissen auch angeben, ob sie in einer bestimmten Gegend sichtbar sind, da man ja die Zeit des wahren Vollmondes genauer ermittelt hat und weiss, dass eine Mondfinsternis immer auf der Nachtseite der Erde sichtbar ist.

Anm. Vor Anwendung der Formeln dieses Kapitels ist ein gegebenes gregor. Datum nach Tabelle S. 14 in das entsprechende julianische zu verwandeln.

11. Kurze Gebrauchsanweisung zur praktischen Benützung der Tafel mit Beispielen

Am oberen Rande der Tafel sind vier Jahresskalen aufgetragen, die oberste mit roten Ziffern gilt für unsern gregorianischen Kalender, während sich die andern drei auf den julianischen Kalender beziehen. In den mit 0, 2, 4, 6 ... bis 28 bezeichneten horizontalen Linien findet man die Neumonde fortlaufend aufgetragen und von 0 bis 358 numeriert. Jede Horizontale hat zwischen den beiden Rand-Vertikalen eine Länge von zwei julianischen Jahren = $2 \times 365\frac{1}{4} = 730,5$ Tagen; die Distanz vom Rande bis zur vertikalen Mittellinie stellt also ein Jahr dar. Auf den zwischen den Neumondlinien verzeichneten Horizontalen sind in gleicher Weise die Vollmonde als kleine Kreise aufgetragen und ebenfalls von 0 bis 358 numeriert. Die auf den Neumondlinien befindlichen grösseren Kreise stellen die Erde dar und die kleineren, kurz als Neumonde bezeichneten, den Halbschatten des Mondes. Soweit er auf die Erde fällt, ist er schwarz angelegt, denn jeder dieser Neumonde stellt eine Sonnenfinsternis dar, die um so grösser ist, je mehr der Schatten gegen das Zentrum der Erde rückt.

Die auf den Vollmondlinien verzeichneten grösseren Kreise bedeuten den Schatten der Erde ; wo der Mond in diesen eintritt, entsteht eine Mondfinsternis, die total ist, wenn der Mond vollständig in den Schatten eintaucht, und partiell, wenn der Mond nur teilweise in denselben eintritt.

Beispiele:

1. Man habe zu untersuchen, ob im Juni 1899 (gregor. Datum) Finsternisse stattgefunden haben. Auf der obersten Jahresskala findet man das zunächst liegende vergangene Jahr 1877. Auf der durch dieses Datum gezogenen senkrechten Linie geht man hinunter bis zur 22. Horizontallinie ($1899 = 1877 + 22$); der Schnittpunkt mit dieser ist der 1. Januar 1899. Legt man auf dieses Datum den auf dem Rande der Tafel befindlichen, zum abschneiden bestimmten Kalendermaßstab an, so findet man folgendes Datum:

Neumond Nr. 293 8. Juni: partielle Sonnenfinsternis (Grösse ca. 0,6) und durch Verschiebung des Maßstabes auf die nächste Linie : Vollmond Nr. 293 23. Juni : totale Mondfinsternis (Grösse ca. 1,5).

2. Um das Datum der Mondfinsternis festzustellen, die anfangs 1936 stattgefunden hat, sucht man auf der obersten Jahresskala das zunächst liegende vergangene Jahr auf; es ist 1935. Um den 1. Januar 1936 zu finden, geht man von 1935 auf die Neumondlinie 0 hinunter und dann $365\frac{1}{4}$ Tage vorwärts (nach rechts); die über den rechten Rand hinausfallende Strecke muss man auf der 2. Neumondlinie vom linken Rande aus abtragen-, das Ende des Maßstabes gibt den 1. Januar 1936. Legt man den ersten Teilstrich desselben auf dieses Datum, kann man die Daten aller Neumonde des Jahres direkt ablesen. Durch Verschiebung auf die nächste Linie erhält man in gleicher Weise die Vollmonde. Der erste (Nr. 29) fällt auf den 8. Januar und gibt eine totale Mondfinsternis (Grösse 1,0).
3. Das Datum der Finsternis des THALES im Mai des Jahres 585 v. Chr. (= - 584) zu finden. In der ersten julianischen Jahresskala findet man das zunächst liegende vergangene Jahr -601. Durch Abtragen von $365\frac{1}{4}$ Tagen nach rückwärts (links) erhält man den 1. Januar -602. Da $-602 + 18 = -584$, geht man auf die 18. Neumondlinie hinunter und findet so den 1. Januar -584 (im Abstände von einem jul. Jahre links von der Vertikalen durch das Jahr -601). Es ergibt sich: Neumond Nr. 229 28. Mai, totale Sonnenfinsternis.

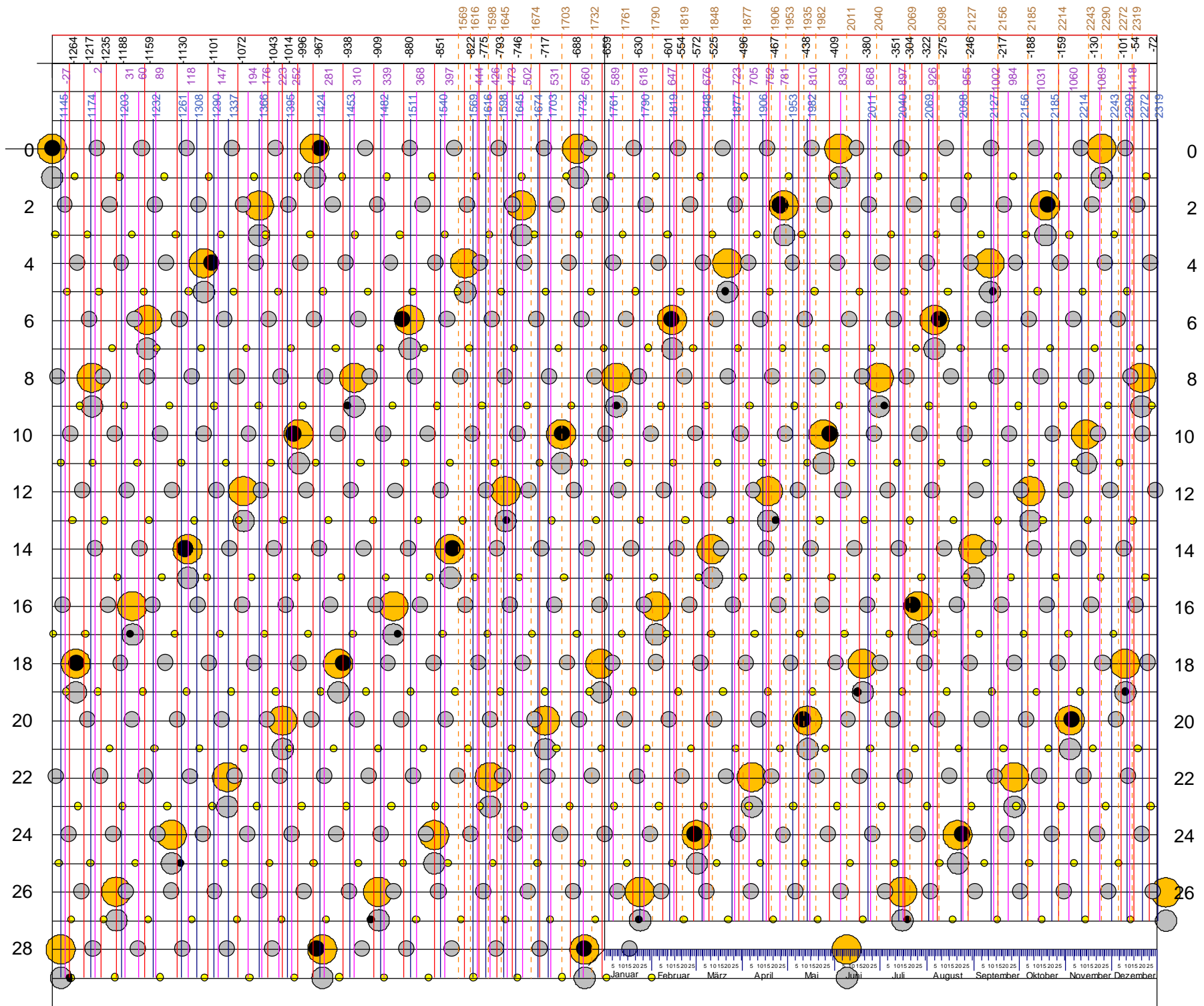
NB. Der Bequemlichkeit halber, um nicht lange suchen zu müssen, sind die Jahreszahlen von 1934 bis 1962 auch zwischen den Neu- und Vollmondlinien (weil sie sich auf beide beziehen) eingetragen. Der 1. Januar (gregor.) ist immer durch ein rotes * bezeichnet.

Literatur

- Dr. PAUL V. NEUGEBAUER, Tafeln für Sonne, Planeten und Mond. Leipzig 1914.
 F. K. GINZEL, Spezieller Kanon der Sonnen- und Mondfinsternisse für das Ländergebiet der klassischen Altertumswissenschaften und den Zeitraum von 900 v. Chr. bis 600 n. Chr. Berlin 1899.
 Dr. PAUL SCHWAHN, Mathematische Theorie der astronomischen Finsternisse. Leipzig und Berlin 1910.
 Prof. Dr. S. MAUDERLI, Theorie und Berechnung periodisch wiederkehrender Himmelserscheinungen. Solothurn 1913.
 Astronomische Nachrichten, Band 229, Nr. 5486: H. MEYER-BÜHRER, Zum Erdschattenproblem.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Vorwort	3
1. Allgemeines über die Sonnen- und Mondfinsternisse	4
2. Bedingungen für den Eintritt von Mondfinsternissen	5
3. Bedingungen für den Eintritt von Sonnenfinsternissen	8
4. Finsternis-Perioden	9
5. Erläuterung der Finsternistafel	11
6. Über die Grösse einer Finsternis.....	15
7. Vergleich der Finsternistafel mit überlieferten Finsternissen und den astronomischen Jahrbüchern der Gegenwart.....	16
8. Die Genauigkeit der Finsternistafel	18
9. Weitere Anwendungen der Finsternistafel	18
a) Die Voraussage der Finsternisse für einen bestimmten Ort	18
b) Statistik der Finsternisse	19
c) Bestimmung des Datums von Ostern	20
10. Berechnung des Eintrittes der mittleren und wahren Neu- und Vollmonde	21
11. Kurze Gebrauchsanweisung zur praktischen Benützung der Tafel mit Beispielen	23



	Preis
	Fr.
80. R. Billwiller: Joh. Kepler. Auf 1978.....	2.-
81. C. Keller: Der Farbenschutz in der Thierwelt. Auf 1879	2.-
82. G. Schoch: Künstliche Fischzucht. Auf 1880	2.-
83. G. Asper: Gesellschaften kleiner Thiere. Auf 1881.....	2.-
84. Alb. Heim: Ueber Bergstürze. Auf 1882.....	2.-
85. C. Schröter: Die Flora der Eiszeit. Auf 1883	2.-
86. J. Jäggi: Die Wassernuss. Auf 1884.....	2.-
87. H. Fritz: Die Sonne. Auf 1885	2.-
88. C. Schröter: Der Bambus. Auf 1886.....	2.40C
89. Mönch: Der japanische Riesensalamander und der fossile Salamander von Oeningen. Auf 1887.....	2.-
90. B. Billwiller: Die Meteorolog. Station auf dem Säntis. Auf 1888.....	Vergriffen
91. C. Cramer: Bau und Wachsthum des Getreidehalmes. Auf 1889.....	Vergriffen
92. Ed. Schär: Das Zuckerrohr. Auf 1890.....	2.40
93. Alb. Heim: Geschichte des Zürichsees. Auf 1891	Vergriffen
94. A. Lang: Geschichte der Mammutfunde. Auf 1892.....	Vergriffen
95. A. Forel: Die Nester der Ameisen. Auf 1893.....	Vergriffen
96. J. Jäggi: Die Blutbuche zu Buch am Irchel. Auf 1894.....	2.40
97. J. Pernet: Hermann von Helmholtz. Auf 1895	2.40
98. Alb. Heim (unter Mitwirkung von Léon du Pasquier und F. A. Forel): Die Gletscherlawine an der Altels am 11. Sept. 1895. Auf 1896.....	3.60
99. C. Schröter: Die Schwebeflora unserer Seen (Das Phytoplankton). Auf 1897.....	Vergriffen
100. F. Rudio: Zum hundertsten Neujahrsblatt der Naturforschenden Gesellschaft. C. Hartwich: Das Opium als Genussmittel. Auf 1898.....	3.60
101. Ulr. Grubenmann: Ueber die Rutilnadeln einschliessenden Bergkrystalle vom Piz Aul im Bündner- oberland. Auf 1899.....	Vergriffen
102. G. Lunge : Beleuchtung sonst, jetzt und einst. Auf 1900.....	Vergriffen
103. C. Schröter: Die Palmen und ihre Bedeutung für die Tropenbewohner. Auf 1901.....	Vergriffen
104. K. Hescheler: Sepia officinalis L. Der gemeine Tintenfisch. Auf 1902.....	3.-
105. A. Weilenmann: Die elektrischen Wellen und ihre Anwendung zur drahtlosen Strahlentelegraphie nach Marconi. Auf 1903.....	3.-
106. Hans Schinz: Schweizerische Afrika-Reisende und der Anteil der Schweiz an der Erschliessung und Er- forschung Afrikas überhaupt. Auf 1904.....	3.60
107. Alb. Heim: Neuseeland. Auf 1905.....	3.60
108. K. Bretscher: Zur Geschichte des Wolfes in der Schweiz. Auf 1906.....	3.-
109. M. Rikli : Kultur- und Naturbilder von der spanischen Riviera. Auf 1907.....	3.60
110. Alb. Heim : Der Bau der Schweizeralpen. Auf 1908	3.-
111. K. Hescheler: Der Riesenhirsch. Auf 1909	3.-
112. Th. Herzog: Reisebilder aus Ost-Bolivia. Auf 1910.....	3.-
113. Arn. Heim: Ueber Grönlands Eisberge. Auf 1911.....	3.-
114. Alfr. de Quervain: Aus der Wolkenwelt. Auf 1912.....	3.-
115. P. Arbenz: Ueber Karrenbildungen. Auf 1913	3.-
116. Otto Schlaginhaufen: Die wichtigsten fossilen Reste des Menschengeschlechts. Auf 1914.....	3.-
117. Leo Wehrli: Der versteinerte Wald von Chemnitz. Auf 1915	3.-
118. Arnold Heim: Auf dem Vulkan Smeru auf Java. Auf 1916.....	3.-
119. M. Rikli . Eine Frühlingsfahrt nach Kreta. Auf 1917.....	2.50
120. U. Grubenmann: Dr. David Friedrich Wiser. (1802-1878). Lebensbild eines Zürcher Mineralogen. Auf 1918.....	3.-
121. M. Dügge: Die Schwefelbakterien. Auf 1919.....	3.50
122. Ernst Blumer: Geschichte des Erdöls. Auf 1920.....	4.20
123. H. Brockmann- Jerosch : Surampfele und Surchrut. Ein Rest aus der Sammelstufe der Ureinwohner der Schweizeralpen. Auf 1921.....	4.20
124. Albert Heim. Die Mythen. Auf 1922.....	4.90
125. O. Schneider- Orelli. Die Reblaus und unser Weinbau. Auf 1923	4.20
126. H. Greinacher. Bausteine der Atome. Auf 1924	4.50
127. Gustav Kruck. Das Kraftwerk Wäggital. Auf 1925.....	Vergriffen
128. Hans Frey. Die lokalen Winde am Zürichsee. Auf 1926.....	4.-
129. Albert Heim. Die Gipfelflur der Alpen. Auf 1927.....	3.-
130. Stefan Brunies. Unser Nationalpark und die ausserschweizerischen alpinen Reservationen. Auf 1928.	4.-
131. E. Huber - Stockar. Die Elektrifizierung der Schweizerischen Bundesbahnen bis Ende 1928. Auf 1929	6.-
132. Hans Ed. Fierz. -David. Die Kunstseide. Auf 1930.....	7.50
133. Hans Frey. Der Frühlingsseinzug am Zürichsee. Auf 1931.....	b.80
134. M. Rikli. Durch die Libysche Wüste zur Amonsoase. Auf 1932	3.-
135. W. Brunner. Aus der neueren Astronomie. Auf 1933	3.50
136. Gustav Kruck. Das Limmatwerk Wettingen. Auf 1934	Vergriffen
137. O. Flückiger. In der ostafrikanischen Wildnis am Rukwasee. Auf 1935	3.50
138. M. Rikli. Aus der Erforschungsgeschichte der Polarwelt. Auf 1936.....	3.50

Alle diese Neujahrsblätter können, soweit sie nicht als vergriffen bezeichnet sind, durch den Verlag Gebr. Fretz A.G. in Zürich bezogen werden.

1937

Druck von Gebr. Frey A. G., Zürich.