Die Zahlen sind zusammengestellt in Fig. 19 (Pulsfrequenz), Fig. 20 (Temperatur) und Fig. 21 (Kohlensäurespannung).

Den gänzlichen Mangel einer Erhebung des Kohlensäuregehaltes im Blute dürfen wir wohl füglich einer durch die Verminderung der Herzaktion bedingten Beschränkung des Stoffwechsels zuschreiben. Weniger deutlich spricht sich diese in der Harnstoffausscheidung aus; denn die Menge von 29,3 Grammes ist so ziemlich gleich zu setzen der oben während vollständigen Fastens ausgeführten Menge von 30,6 Grammes; freilich muss auch für die eingeführten 7 Unzen Wasser im letzten Versuche eine proportionale Menge Harnstoff entzogen werden, deren genaue Bestimmung aber erst künftigen Versuchen vorbehalten bleibt.

Wir begnügen uns bis jetzt, die Methode der Bestimmung der Kohlensäurespannung im Blute begründet, und ihre Brauchbarkeit an Beispielen gezeigt zu haben. Weitere Folgerungen aus den mit ihrer Hilfe zu gewinnenden Beobachtungen bleiben billig ausgesetzt, bis wir über eine grössere Reihe von Beobachtungen in verschiedenen Zuständen gebieten können.

W. Denzler. — Ein Beitrag zur Analysis der complexen Zahlen.

Schon seit bald zwei Jahren beschäftigt mich die Aufgabe, die Gesetze, welche die Analysis für reelle Zahlen begründet hat, in Beziehung auf complexe Zahlen zu untersuchen, und hiebei geometrische Evidenz in Euklideischer Weise anzustreben. So sehr ich es nun auch bedaure, dass meine Arbeiten in dieser Richtung mich erst bis zur Untersuchung des Restes der Taylor'schen Reihe mit complexen Variabeln führten, ebenso sehr freue ich mich der erlangten geometrischen Einsicht in die Analysis der complexen Zahlen, deren Behandlung in den Lehrbüchern noch immer so Vieles zu wünschen übrig lässt. Der Gang dieser Arbeiten war folgender: Vorerst betrachtete ich die Gesetze der Verbindung complexer Zahlen durch Addition, Multiplication und den zugehörigen inversen Operationen. In Beziehung auf diesen Abschnitt will ich, da die Resultate bekannt sind, die Entwicklung dieser Resultate aber allein schon den Raum einer Abhandlung fordert, nur Folgendes mittheilen:

1. Suchte ich die Erklärung der Addition und Multiplikation so zu geben, dass diese die bekannten Erklärungen für reelle Zahlen als besondere Fälle enthielten.

2. Hielt ich es für unerlässlich, die Richtigkeit der Ansicht von Gauss nachzuweisen, dass nämlich, wenn die Bilder der reellen Zahlen in einer und derselben Geraden gedacht werden, die Bilder der Seitenzahlen nothwendig in Perpendikeln auf diese Gerade liegen müssen.

3. Gelang es mir, die Begründung der Gesetze in diesem Abschnitt nur sehr einfachen geometrischen Betrachtungen zu entnehmen.

Nach Beendigung dieses Abschnittes zog ich dann die Gesetze dsr Verbindung complexer Zahlen durch Potenzirung und den zugehörigen inversen Operationen in Betracht und gelangte hiebei zu folgenden Sätzen:

§. 1. Erklärungen.

1. Bedeutet p irgend eine relle Zahl, so bezeichne ich mit $\underset{\smile}{p}$ den Quotienten aus p durch den absoluten

Werth von p. Ist $p = o$, so verstehe ich in diesem Falle unter $\underset{\smile}{p}$ durchaus nichts anderes als die absolute Einheit, so dass durch diese Annahme das $\underset{\smile}{p}$ immer eine bestimmte Bedeutung hat und nur eindeutig ist.

2. Durch ${}_{o}\sqrt[m]{a}$, wo a eine absolute Zahl und m eine positive oder negative ganze Zahl, deute ich die absolute Zahl an, die mit m potenzirt a gibt. Diese Bezeichnung ist, wie die Folge zeigen wird, nur ein besonderer Fall einer allgemeinern von mir angenommenen Bezeichnungsweise.

3. $\mathrm{Arg.}(p + qi)$, wo p und q reell, bezeichnet jeden Bogen, dessen Sinus $= \dfrac{q}{{}_{o}\sqrt{p^2 + q^2}}$ und dessen Cosinus $= \dfrac{p}{{}_{o}\sqrt{p^2 + q^2}}$; $\arg(p + qi)$ aber stellt denjenigen besondern Werth von $\mathrm{Arg}\,(p + qi)$ dar, der entweder $= \pi$ oder zwischen π und $-\pi$ liegt. Das Bild von $\arg\,(p + qi)$ in der Zahlebene ist der Kreisbogen, dessen Mittelpunkt der Nullpunkt, der einerseits von de positiven Zahllinie und anderseits von dem Gauss'schen Zahlort der Complexen $p + qi$ begrenzt ist, und der, wenn $q = o$ und p negativ ist, auf derjenigen Seite von der reellen Zahllinie liegt, wo sich die Bilder der positiven Seitenzahlen befinden. $\mathrm{Mod.}\,(p + qi)$ bezeichnet die absolute Zahl, die quadrirt $p^2 + q^2$ gibt; das Bild dieses Modulus in der Zahlebene ist die Gerade aus dem Nullpunkt nach dem Zahlort von $p + qi$.

4. $\mathrm{arc.\,sin}\ p$, wo p reell und $p^2 \leqq 1$, bedeutet den einzigen Bogen, dessen Sinus $= p$ und dessen absoluter Werth $\frac{\pi}{2}$ nicht übersteigt; $\mathrm{arc.cos}\ p$ bezeichnet den einzigen π nicht übersteigenden positiven Bogen, dessen Cosinus $= p$; $\mathrm{arc.tang}\ p$ und $\mathrm{arc.cot.}\ p$,

wo p reell, bedeutet den Bogen, dessen Tangente oder Cotangente = p und dessen absoluter Werth $\frac{\pi}{2}$ nicht übersteigt. Soll jeder Bogen, dessen Sinus, Cos, tang., cot. = p vorgestellt werden, so schreibe ich Arc. anstatt arc.

§. 2. Lehrsätze.

Bezeichnen a und b reelle Zahlen, so ist

1) $$\text{Arg}\,(a + bi) = 2\gamma\pi + \arg\,(a + bi)$$

wo γ sowohl o, als auch jede pos. und jede neg. ganze Zahl darstellt.

2) $$\arg\,(a + bi) = \underset{\smile}{b}\,[1 - \underset{\smile}{a}]\,\frac{\pi}{2} + \text{arc. tang}\,\frac{b}{a}$$

3) $$= \underset{\smile}{b}\,[1 - \underset{\smile}{a}]\,\frac{\pi}{2} + \underset{\smile}{a}\,\text{arc. sin}\,\frac{b}{{}_0\sqrt{a^2 + b^2}}$$

4) $$= \underset{\smile}{b}\,\text{arc. cos}\,\frac{a}{{}_0\sqrt{a^2 + b^2}}$$

§. 3. Erklärungen und Lehrsätze.

1) Mit E^x, wo x irgend eine complexe Zahl, bezeichne ich die Exponentialreihe: $1 + x + \frac{x^2}{1 \cdot 2} + \frac{x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \ldots$, mithin nicht die Potenz e^x, die im Allgemeinen vieldeutig ist. Da die Reihe E^x für jeden angebbaren complexen Werth von x convergirt, so wird E^x immer eine bestimmte angebbare Complexe sein.

2) la, wo a eine absolute Zahl, bezeichne die einzige absolute Zahl, mit der e oder die irrationale Zahl 2,71828 .... potenzirt, a gibt.

Log (p + qi) aber, wo p und q reell, bezeichnet jede Zahl, die in E^x für x gesetzt, diesem E^x den Werth p + qi gibt.

3) Bezeichnet γ die Null, so wie auch jede positive und jede negative Zahl, p und q reelle Zahlen, so hat man die Gleichung

$$\log (p + qi) = \frac{1}{2} l(p^2 + q^2) + [2\gamma\pi + \arg (p + qi)]i$$

4) Mit $_\tau\log (p + qi)$ bezeichne ich den speciellen Werth $\frac{1}{2} l(p^2 + q^2) + [2\tau\pi + \arg (p + qi)]i$. Diese eindeutige Grösse $_\tau\log (p + qi)$ vermag übrigens, insofern man noch für τ die Null und jede positive oder negative ganze Zahl annehmen kann, jeden Werth von $\log (p + qi)$ auszudrücken.

§. 4. Lehrsätze und Erklärungen.

1) Unter $(p + qi)^{\frac{n}{m}}$, wo n und m absolute ganze Zahlen, verstehe ich die n^{te} Potenz jeder Zahl, deren m^{te} Potenz $p + qi$ ist. Diese Potenz ist daher im Allgemeinen von dem keineswegs gleichbedeutenden Ausdruck $\sqrt[m]{(p + qi)^n}$ wohl zu unterscheiden. Die Gleichung

$$(p + qi)^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{(p + qi)^{\frac{n}{m}}}$$

stellt die Erklärung der Potenzirung irgend einer Zahl mit einem negativen Bruche dar.

Den Quotienten aus einer eindeutigen Potenz, und wenn die Potenz vieldeutig ist, aus irgend einem bestimmten besondern Werthe einer Potenz durch sich selbst werde ich auch durch die o^{te} Potenz desselben Dignanden ausdrücken, so dass $(p + qi)^o$ stets eindeutig genommen ist, und wenn $p + qi$ nicht o, die Einheit bedeutet. Der Fall, da auch $p + qi = o$, muss in der Rechnung stets besonders untersucht werden.