auf bleibenden Unterschieden der Beobachtungsorte oder auf Zufälligkeiten beruhen, kann erst später, wenn alle nöthigen Vergleichungen ermöglicht sind, entschieden werden.

Hr. J. W. Deschwanden, Prof. — Die Entstehung der Wasserhosen durch Wirbelwinde.

(Vorgetragen den 28. Novbr. 1853.)

Wenn von der Entstehungsweise der Wasserhosen gesprochen wird, pflegt man meistens darauf hinzudeuten, dass sie mit den Wirbelwinden in einer gewissen Verbindung stehen; allein es ist, meines Wissens, niemals ein genauerer Zusammenhang dieser beiden Erscheinungen nachgewiesen worden. Diess wurde vielleicht auch desshalb unterlassen, weil die Vorstellungen, die man sich von den Wirbelwinden machte, nicht jene Bestimmtheit und Deutlichkeit besassen, welche sie fähig gemacht hätte, andere Naturerscheinungen aus ihnen zu erklären, besonders aber Erscheinungen von der Grossartigkeit und dem gewaltigen Charakter, welcher die Wasserhosen oder Tromben auszeichnet. Der im Folgenden ausgeführte Versuch, einen genaueren Zusammenhang zwischen den Tromben und den Wirbelwinden nachzuweisen, muss daher mit einer Darstellung der Natur dieser letztern beginnen und kann dann erst zu seiner Hauptaufgabe fortschreiten. Da aber einerseits keine einlässlicheren Vorarbeiten zur Lösung dieser beiden Aufgaben vorliegen, andrerseits auch die Resultate der folgenden Betrachtungen nicht genau mit der wirklichen Erscheinung, die sie erklären sollen, verglichen werden können, so kann die Arbeit in der That nur als ein Versuch betrachtet werden und bedarf schonender Beurtheilung.

Bei der genaueren Bestimmung der Natur der Wirbelwinde, welche die Entstehung der Tromben bedingen, darf man keineswegs etwa an Luftwirbel von jener Art denken, welche künstlich in den Ventilatoren erzeugt werden, und in welchen die Geschwindigkeit der einzelnen Lufttheilchen durch die Bewegung der Flügel, die Dichtigkeit der Luft an den verschiedenen Stellen des Wirbels aber theils durch die umgebende Hülle des Ventilators, theils durch die Umdrehungsgeschwindigkeit und Grösse seiner Flügel bestimmt wird. Vielmehr muss der hier vorhandene Luftwirbel als eine riesenhafte Luftsäule angesehen werden, welche sich um eine mehr oder minder senkrechte und geradlinige Axe dreht, aussen aber von gewöhnlicher, atmosphärischer Luft von mittlerer Dichtigkeit umgeben ist.

Es ist nicht meine Aufgabe, die Existenz solcher Wirbel nachzuweisen; allein es mag in dieser Beziehung mindestens, ausser auf Dove's Theorie jener grossartigen, tropischen, sehr bestimmten Gesetzen folgenden Wirbelwinde, besonders auf die Ergebnisse der Forschungen und Beobachtungen englischer Seeleute, wie sie z. B. in Colonel Reid's „An attempt to develop the Law of Storms" gesammelt sind, hingewiesen werden, um die Annahme solcher Wirbel als etwas der Erfahrung nicht Widersprechendes zu rechtfertigen. Eben so wenig ist es meine Sache, die Art und Weise der Entstehung solcher grossen Luftwirbel anzugeben; es mag genügen, auf die in mancher Hinsicht ähnlichen Wasserwirbel und ihre Entstehung hinzuweisen. Wo immer dem fliessenden Wasser ein scharf vorstehendes Hinderniss entgegentritt, da entstehen durch Zurückprallung oder auf andere Weise

Wirbel; wo immer zwei Flüssigkeitsmassen mit entgegengesetzten Richtungen neben einander vorbei fliessen, da entstehen zwischen ihnen kleinere Massen, die sich theils an die eine, theils an die andere jener grösseren anhängen, von der einen dahin, von der andern dorthin getrieben und dadurch in wirbelnde Bewegung versetzt werden. Auf ganz ähnliche Weise können in gebirgigen Gegenden durch die Winde beim Anprallen an die Berge und bei der Zurückwerfung von ihnen, auf weiten Flächen durch neben einander in entgegengesetzten Richtungen hinströmende Luftmassen Luftwirbel von jeder Grösse erzeugt werden. Es frägt sich dagegen hier vielmehr: wie viel kann, bei dem Mangel an genauen Beobachtungen über solche Luftwirbel, über die Natur derselben gesagt werden?

Um diese Frage zu beantworten, mag zuerst an folgende, ganz allgemeine Eigenschaften, die ein solcher Wirbel nothwendig besitzen muss, erinnert werden. In Folge der Drehung der einzelnen Lufttheilchen um jene Axe üben die inneren, näher bei derselben liegenden Theilchen, vermöge ihrer Zentrifugalkraft, einen Druck in radialer Richtung auf die ausser ihnen liegenden, von der Axe entfernteren aus. Dieser Druck pflanzt sich, wie jede Pressung in einer elastisch-flüssigen Masse, nach aussen hin bis zu den äussersten Schichten des Wirbels fort. Da mithin von jedem Lufttheilchen des Wirbels eine solche Kraft nach dem Umfange desselben, von keinem aber eine gegen seine Axe hin gerichtete Kraft fortgepflanzt wird, so herrscht in der Nähe der Axe eine geringere, je weiter man sich aber von ihr entfernt, eine um so grössere Spannung im Wirbel. Die am Umfange selbst herrschende Spannung endlich ist die grösste und ist gleich der Summe der bei der Axe herrschenden

Spannung und aller Zentrifugalkräfte, welche von sämmtlichen, in einem Radius des Wirbels liegenden Lufttheilchen ausgeübt werden. Ebenso wird mithin die Dichtigkeit der Luft in der Nähe der Axe des Wirbels am kleinsten, an dessen Umfange aber am grössten sein. Da nun aber sowohl die Spannung, als die Dichtigkeit der Luft am Umfange des Wirbels, wo er mit der gewöhnlichen atmosphärischen Luft zusammentrifft, gleich der Spannung und Dichtigkeit dieser letztern sein muss, so müssen diese beiden Grössen in der Nähe der Axe kleiner sein, als in der gewöhnlichen atmosphärischen Luft; es muss also rings um die ganze Axe des Wirbels ein zylinderförmiger, luftverdünnter Raum bestehen. Der Wirbel bildet also gleichsam eine, nur mit verdünnter Luft gefüllte Röhre, deren Wände selbst wieder nur aus Lufttheilchen bestehen, welche dem Drucke der äussern atmosphärischen Luft durch ihre Zentrifugalkraft Widerstand leisten.

Es muss ferner beachtet werden, dass die Axe des Wirbels im Allgemeinen nicht etwa durch die ganze, über der Erde liegende Schicht atmosphärischer Luft sich erstreckt, sondern eine mässige Ausdehnung haben wird. Da mithin die beiden Endpunkte des Wirbels im Allgemeinen, wie sein Umfang, ebenfalls von gewöhnlicher atmosphärischer Luft umgeben sein werden, parallel mit der Axe aber vom Innern des Wirbels nach Aussen keine, der Zentrifugalkraft ähnliche Kraft wirkt, so hat die atmosphärisehe Luft völlige Freiheit, sich von den beiden Enden des Wirbels her in das Innere desselben, wie in einen luftverdünnten Raum, hineinzustürzen.

Es wird später gezeigt werden, dass dieses Einströmen der äussern Luft zwar am untern Ende des Wirbels etwas modifizirt werden wird; allein die Erscheinung wird dadurch im Allgemeinen nicht geändert. Da aber diese von Aussen einströmende Luft durch die im Innern schon befindliche, herumwirbelnde nach und nach ebenfalls in diese wirbelnde Bewegung hineingezogen wird, während kein Widerstand die Geschwindigkeit vermindert, welche sie beim Einströmen erhielt, so wird die Geschwindigkeit der wirbelnden Lufttheilchen an jeder Stelle des Wirbels annähernd eben so gross sein, wie die Geschwindigkeit, mit welcher atmosphärische Luft von mittlerer Dichtigkeit in einen Raum hineinströmt, welcher verdünnte Luft von der Dichtigkeit enthält, die an der betrachteten Stelle des Wirbels herrscht. Man kann sich diese Bewegung beim Einströmen auf ähnliche Weise vorstellen, wie die Bewegung des Wassers, das sich in einem Gefässe befindet, in eine in dessen Boden angebrachte Oeffnung, wo ebenfalls leicht eine wirbelnde Bewegung eintritt und fortdauert, wenn sie nur einmal durch irgend einen Umstand herbeigeführt worden ist. In Folge dieses steten Zuströmens von äusserer Luft in das Innere des Wirbels tritt nun ausser der wirbelnden noch eine andere Bewegung der Lufttheilchen ein, nämlich eine absteigende vom obern Ende und eine aufsteigende vom untern Ende der Wirbelaxe her. Es wird später gezeigt werden, dass diese letzte durch einen andern Umstand noch wesentlich verstärkt wird. Ebenso zeigt sich nun, dass, da die einströmende Luft die Zentrifugalkraft des Wirbels stets zu vermehren im Begriffe ist und mithin die Spannung am Umfange des Wirbels über den atmosphärischen Luftdruck hinaus steigern würde, auch noch eine Bewegung der wirbelnden Lufttheilchen in radialer Richtung, von der Axe nach dem Umfange hin, stattfinden muss.

Verfolgt man die Bewegung eines am untern Ende der Axe befindlichen Lufttheilchens, so folgt daher dasselbe, wie sich aus dem Gesagten ergiebt, einer Spirallinie, welche unten die engsten Windungen hat, die aber nach und nach aufsteigen und sich zugleich immer mehr erweitern. Aehnlich ist der Weg der von oben einströmenden Theilchen, jedoch ist die von ihnen durchlaufene Spirale oben am engsten und wird gegen unten, wo sie sich der von unten aufsteigenden nähert, immer weiter.

Nach dieser allgemeinen Darstellung der Bewegung eines Luftwirbels ist es möglich, die Geschwindigkeit und Spannung, welche an jedem Punkte desselben herrscht, annähernd durch Rechnung zu bestimmen. Der grössern Einfachheit wegen soll dabei weder auf die auf- und absteigende, noch auf die radiale, sondern lediglich auf die drehende Bewegung der Lufttheilchen, als der wesentlichsten, Rücksicht genommen werden. Bezeichnet man mit

V die drehende Geschwindigkeit des äussersten Umfanges des Wirbels, durch

R den Halbmesser desselben, und durch

P den bei demselben herrschenden atmosphärischen Luftdruck; ferner durch

v, r, p dieselben Grössen für irgend einen andern, um r von der Axe entfernten Punkt; und durch

s das Gewicht eines Kubikmeters atmosphärischer Luft von gewöhnlicher Spannung,

so hat man zufolge den bekannten Gesetzen des Einströmens der Luft aus einem Raum, in welchem sie eine Spannung P hat in einen andern, in welchem sie nur p ist, die Gleichung:

$$v = \sqrt{2\,g\,\frac{P}{s}\ \text{lognat.}\ \frac{P}{p} + V^2}.$$

Die Zunahme des Druckes p von dem um r von der

Axe entfernten Punkte bis zu einem solchen, der um $r + dr$ von derselben entfernt ist, ist gleich der Zentrifugalkraft des Lufttheilchens, dessen Höhe dr und Grundfläche Eins ist. Da das Gewicht dieses kleinen Prisma gleich $s dr \frac{p}{P}$ ist, so hat man daher:

$$dp = s \frac{p}{P} \frac{V^2}{g} \cdot \frac{dr}{r}.$$

Eliminirt man aus dieser Gleichung den Werth von V^2 mittelst der ersten, so erhält man:

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{dp}{p}}{\text{logn. } P + \frac{sV^2}{2gP} - \text{logn. } p} = \frac{dr}{r}$$

und hieraus durch Integrirung zwischen den Grenzen p und P einerseits und r und R andrerseits folgende Gleichung:

$$\frac{1}{2} \text{logn.} \frac{\frac{sV^2}{2gP}}{\text{logn.} \frac{P}{p} + \frac{sV^2}{2gP}} = \text{logn.} \frac{R}{r}, \text{ oder:}$$

$$\frac{p}{P} = e^{-\frac{sV^2}{2gP}\left((\frac{R}{r})^2 - 1 \right)}$$

Setzt man, um den Werth von v zu bestimmen, diesen Werth von $\frac{p}{P}$ in die erste Gleichung für v ein, so erhält man:

$$v = V \cdot \frac{R}{r}.$$

Die Geschwindigkeit der wirbelnden Lufttheilchen ist mithin verkehrt proportional mit ihrer Entfernung von der Axe des Wirbels, und folgt also einem Gesetze, welches dem der in einem Ventilator herrschenden Geschwindigkeit gerade entgegengesetzt ist. Das Gesetz, nach welchem sich das Verhältniss $\frac{p}{P}$ innerhalb des Wirbels verändert, kann man am leichtesten aus folgenden zwei kleinen Tafeln erkennen, von denen die eine unter der Voraussetzung konstruirt ist, dass $V = 10^m$ oder gleich der Geschwindigkeit eines mässigen, und die andere unter der Voraussetzung, dass $V = 20^m$ oder gleich der Geschwindigkeit eines sehr starken Windes sei. Bei der Berechnung beider Tafeln ist ferner:

$s = 1{,}3$ Kl. $P = 10000$ Kl. und $g = 9{,}81^m$ gesetzt worden.

	$\frac{R}{r} =$	10	30	50	70	100
$V = 10,$	$\frac{p}{P} =$	0,937	0,551	0,191	0,039	0,001
$V = 20,$	$\frac{p}{P} =$	0,769	0,092	0,001	0,000	0,000

Hieraus folgt, dass die Verdünnung der Luft innerhalb des Wirbels an jedem Punkte um so grösser ist, je schneller sich der Wirbel an seinem Umfange dreht. Ausserdem zeigt sich, dass die Dichtigkeit der Luft vom Umfange des Wirbels gegen seine Mitte hin zuerst nur sehr unmerklich abnimmt, bis sie sich erst ganz in der Nähe der Axe rasch zu vermindern beginnt. So ist die Dichtigkeit bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 10^m in den Punkten, welche um einen Dreissigstel des ganzen Halbmessers von der Axe entfernt sind, erst auf die Hälfte der atmosphärischen Dichte, bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 20^m in den Punkten, welche um einen Zehntel des Radius von der Axe entfernt sind, erst auf etwas weniger als acht Zehntel der atmosphärischen Dichtigkeit heruntergesunken. Vergleicht man den Wirbel wieder mit einer Röhre, so müsste man sich daher eine solche denken, deren mit verdünnter Luft gefüllte Höhlung im Vergleiche zu ihrem äusseren Durchmesser sehr klein wäre. Ganz in der Nähe der Axe aber, in einer Entfernung von nur $1/_{50}$ oder noch weniger des ganzen Radius, kann man beliebige Grade der Luftverdünnung finden.

Um endlich den letzten Umstand zu berücksichtigen, welcher bei der Benutzung dieses Wirbels zur Erklärung der Tromben beachtet werden muss, ist noch auf Folgendes aufmerksam zu machen. Man denke sich, das untere Ende des Wirbels stehe mit einem festen oder flüssigen Körper in Berührung, der jene wirbelnde Bewegung gar nicht, oder nur zum Theil besitzt. Alsdann wird sich die Luft des Wirbels an diesem Körper reiben und dadurch ihre Geschwindigkeit sowohl am Umfange, als im Innern des Wirbels vermindern, während dieselbe in einiger Entfernung vom reibenden Körper unverändert bleibt. Da sich aber, wie so eben gezeigt wurde, bei kleinerer Geschwindigkeit die Dichtigkeit der Luft im Wirbel weniger stark vermindert, so wird mithin am untern Ende des Wirbels verhältnissmässig dichtere Luft vorhanden sein, als am obern und in der Mitte. Eine unmittelbare Folge hiervon ist aber, dass diese dichtere, verhältnissmässig stärker gespannte Luft die über ihr liegende leichtere heben wird, indem sie sich nach oben auszudehnen strebt und durch das Gewicht der höhern Luftschichten nicht mehr im Gleichgewichte gehalten werden kann. Es findet daher in Folge hiervon eine fortwährende Strömung der Luft von unten nach oben statt, oder es wird vielmehr die Strömung, welche nach dem oben Gesagten ohne diess schon stattfinden würde, hierdurch wesentlich vermehrt, so dass sie die vom obern Ende des Wirbels nach unten stattfindende ähnliche Strömung überwältigt. Der Punkt, wo die beiden Strömungen in der Axe sich aufheben, wird daher nicht in der Mitte der Axe, sondern über derselben liegen.

Giebt man die bisher beschriebenen Eigenschaften der Luftwirbel zu, so ist es ein Leichtes vermittelst derselben nun auch eine Trombe aufzubauen. Man denke sich, das untere Ende der Axe stütze sich auf eine ausgedehnte Wasserfläche und untersuche die Wirkungen des Wirbels auf das Wasser.

Zunächst an der Axe findet sich der luftverdünnte Raum, mit welchem nun das Wasser in einer kreisförmigen Fläche in unmittelbare Berührung kömmt. Je grösser dagegen die Kreise des Wirbels werden, welche die Wasserfläche berühren, um so mehr verschwindet die Verdünnung der in ihnen befindlichen Luft, bis diese am äussersten Umfange des Wirbels die mittlere Dichtigkeit der atmosphärischen Luft angenommen hat. Ebenso wird also der Wirbel in der Nähe seiner Axe einen kleinen, in grösserer Entfernung von derselben einen immer grössern Druck, am Rande des Wirbels endlich den gewöhnlichen Atmosphärendruck auf die Wasserfläche ausüben. Das Wasser wird sich daher in der Nähe der Wirbelaxe gerade so verhalten, wie wenn man eine senkrechte Röhre, in deren Innerem ein luftverdünnter Raum hergestellt worden wäre, mit ihrem unteren, offenen Ende auf die Wasserfläche hinbrächte; es wird nämlich in diesem luftverdünnten Raume so weit in die Höhe steigen, bis das Gewicht der aufgestiegenen Wassersäule, sammt dem Drucke der über ihr befindlichen verdünnten Luft, der gewöhnlichen Atmosphärenpressung, welche auf die rings umliegende Wasserfläche ausgeübt wird, das Gleichgewicht zu halten im Stande ist. In der Nähe der Axe, wo die Luft stark verdünnt ist, wird mithin die Wassersäule eine grosse Höhe erreichen, in der Axe selbst, wo fast gar keine Luft mehr sein könnte, müsste diese Höhe nahe 10^{m} betragen, wenn keine andern Kräfte auf das Wasser einwirkten; je weiter man sich dagegen von der Axe entfernt, um so geringer muss die Höhe der Wassersäule werden. Es folgt daraus, dass die Säule nicht eine zylindrische, sondern die Gestalt eines Rotationskörpers haben wird, der unten dicker ist und allmählig, trompetenförmig in die Wasserfläche übergeht, nach oben aber allmählig dünner und dünner wird.

Mit Hülfe des oben angegebenen Werthes von $\frac{p}{P}$ lässt sich leicht die Gleichung eines durch die Axe gelegten, ebenen Schnittes dieser Säule bestimmen. Nimmt man die Rotationsaxe als Ordinatenaxe an und legt die Abszissenaxe durch den Punkt, wo die Ordinatenaxe die Ebene der Wasserfläche trifft, bezeichnet man ferner die Ordinaten mit h und die Abszissen, welche zugleich die Radien des Wirbels sind, mit r, so hat man offenbar:

$$h = \frac{P - p}{1000},$$

und wenn man p mittelst des oben angegebenen Werthes von $\frac{p}{P}$ eliminirt, erhält man die Gleichung:

$$h = \frac{P}{1000}\left(1 - e^{-\frac{sV^2}{2gP}\left(\frac{R^2}{r^2} - 1\right)}\right).$$

Mit Hülfe der oben ebenfalls angegebenen Zahlenwerthe von $\frac{p}{P}$ erhält man für die beiden Fälle, in welchen $V = 10^{m}$ und $V = 20^{m}$ ist, und für verschiedene Werthe von $\frac{R}{r}$ folgende Werthe für h:

$\frac{R}{r} =$	10	30	50	70	100
$V = 10$ $h =$	$0^m{,}63$	$4^m{,}49$	$8^m{,}09$	$9^m{,}61$	$9^m{,}99$
$V = 20$ $h =$	$2^m{,}31$	$9^m{,}08$	$9^m{,}99$	$10^m{,}00$	$10^m{,}00$

Will man keine Zeichnung des Umrisses der Wassersäule machen, so kann man aus der ersten Reihe dieser Werthe am besten ein Bild von ihrer Gestalt erhalten. Da der Werth für h von $\frac{R}{r} = 10$, wo h noch ganz klein ist, bis $\frac{R}{r} = 30$ und von da bis $\frac{R}{r} = 50$ sehr rasch wächst, von da an aber für jeden grössern Werth von $\frac{R}{r}$ fast unverändert 9 bis 10^m beträgt, so steigt die Säule nicht mit einem weit auslaufenden, sondern ziemlich kleinen Fusse, dessen Umriss eine scharf gekrümmte Linie ist, aus der Wasserfläche empor, nimmt bei ihrem weiteren Aufsteigen an Dicke nach oben hin nur sehr allmählig ab, so dass ihre obere Hälfte fast die Gestalt eines Zylinders, oder eines Theiles eines sehr schlanken Kegels hat, und wird an ihrem obern Ende mit einer wiederum ziemlich stumpfen Spitze geschlossen. Aus diesen Zahlwerthen kann auch das Verhältniss der Dicke der Säule zum Durchmesser des Wirbels entnommen werden.

(Schluss folgt.)