

sere Dimensionen der fernern Theile. Dieser Täuschung durch Schluss ist es rein unmöglich sich zu erwehren. — Es versteht sich von selbst, dass der reguläre Gegenstand im Fernrohre ganz übersehbar sein und, soviel möglich, das ganze Gesichtsfeld einnehmen muss, wenn die Täuschung möglichst auffallend werden soll.

**Prof. Deschwanden. — Graphische Bestimmung
der Bewegung der Flüssigkeiten in Röhren
mit rechteckigem Querschnitte.**

(Fortsetzung der in Nr. 70 u. ff. mitgetheilten hydraulischen
Betrachtungen.)

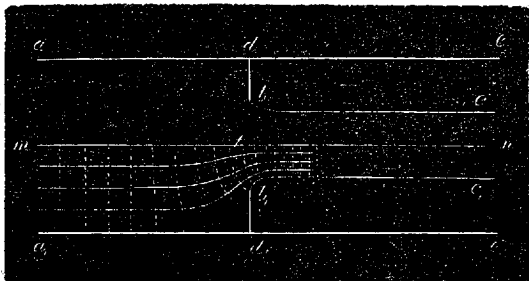
Die Untersuchungen, deren Gang und Ergebniss hier kurz mitgetheilt werden soll, sind nach den gleichen Grundsätzen geführt worden, auf welche sich die in den Nr. 70 u. s. w. der Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Zürich enthaltenen hydraulischen Aufsätze stützen; sie sind nämlich auf den Satz der Zerlegung einer bewegten Flüssigkeitsmasse in quadratische Prismen gegründet. Da bei der Entwicklung dieses Satzes auf den Einfluss der Reibung, welche die bewegten Flüssigkeitstheilchen unter einander und an den Gefäss- oder Kanalwänden erleiden, keine Rücksicht genommen werden konnte, so werden sich auch die folgenden Betrachtungen bloss auf solche Fälle beziehen, in denen die Reibung nur eine untergeordnete Wirkung ausüht, wie namentlich bei der Bewegung in raschen Krümmungen und Querschnitts-Veränderungen der Röhren. Ebenso wird vorausgesetzt, der Querschnitt der Röhren sei rechteckig und eine Dimension desselben bleibe stets unverändert. Unter diesen Voraussetzungen ist die Bewegung der Flüssigkeiten durch Verzeichnung der, in

den früheren Aufsätzen überall angewendeten, Quadratnetze bestimmt und dadurch folgendes Ergebniss erhalten worden.

9) Durchfluss durch Verengungen in der Mitte des Röhrenquerschnittes.

Wenn aec , Fig. 11 und 12, eine Röhre darstellt, in welcher von a nach c Flüssigkeit strömt und bei db zwei dünne Wände angebracht sind, die zwischen sich die Oeffnung bb , übrig lassen, so kann die Flüssigkeit in der Nähe dieser Oeffnung zwei verschiedene Bewegungen annehmen.

Fig. 11.



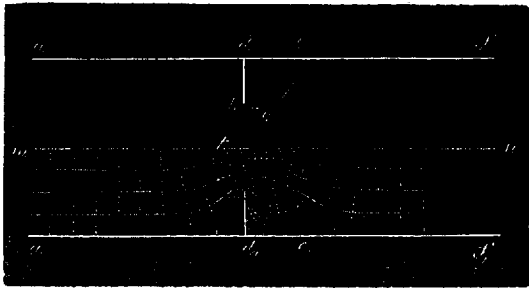
Denkt man sich, die Röhre liege wagrecht, und die zwischen dem austretenden Strahle und den Röhrenwänden liegenden Räume $bced$ und b,c,e,d , seien mit Luft oder ruhender Flüssigkeit angefüllt, so wird auf alle Punkte der Seitenflächen bc und b,c , des Strahles ein gleich grosser hydrostatischer Druck ausgeübt. Die Geschwindigkeit der äussersten Flüssigkeitsfäden bc und b,c , und mithin auch die Grösse der an dieselben angrenzenden Quadrätchen sind daher von b und b , an gegen c und c , hin an allen Stellen des Strahles gleich gross. Da nun die gleiche Bedingung auch bei der Kon-

traktion des Flüssigkeitsstrahles beim Ausflusse aus einer Oeffnung in dünner Wand, Fig. 3 bis 6 in Nr. 70 und 71 der Mittheilungen, erfüllt werden musste, so erhält man hier auch die ganz gleichen Ergebnisse wie dort. Die einzelnen Flüssigkeitstheilchen werden also die in Fig. 11 mit vollen Linien bezeichneten Wege zurücklegen, ihre Geschwindigkeit wird an jeder Stelle im umgekehrten Verhältnisse zur Grösse der Quadratseiten stehen, und nach dem Austritte aus bb , wird der Strahl eine Kontraktion erleiden, welche so gross ist, wie in dem zweiten dieser Aufsätze angegeben worden ist.

Diese Art des Ausflusses tritt bekanntlich ein, wenn das Stück ded, e , der Röhre nicht viel länger ist als dd , und in die freie Luft mündet.

Die zweite Art der Bewegung findet statt, wenn der Strahl bb, cc , seine nach der Kontraktion angenommene Breite nicht beibehält, sondern sich, wie in Fig. 12 dargestellt ist, wieder ausbreitet. Um in diesem Falle die

Fig. 12.



Gestalt des Strahles annähernd zu bestimmen, muss sowohl der im Strahle selbst vorhandene Zustand als auch derjenige der neben ihm befindlichen Flüssigkeitstheilchen beachtet werden. Zieht man zu diesem Zwecke von b und b , nach den Linien df , d,f , irgend eine krumme Linie bce ,

b, c, e, , und verzeichnet das Quadratnetz wie in Fig. 12, so findet man, dass die in der Nähe von e und e, liegenden Quadrate stets weit grösser werden, als die bei der Stelle der stärksten Kontraktion, c, c, , befindlichen. Daher muss auf die Flüssigkeitsfäden b c e und b, c, e, bei e und e, eine weit grössere Pressung von aussen ausgeübt werden, als bei c und c,. Die in den Räumen d b e und d, b, e, enthaltenen Flüssigkeitsmassen müssen also in der Nähe von e und e, ebenfalls einen viel grössern Druck ausüben, als in der Gegend von c und c,. Da nun aber in ruhenden Flüssigkeiten an allen, in der gleichen Horizontalebene liegenden, Punkten die gleiche Spannung herrscht, so können die Räume d b e und d, b, e, keine ruhende, sondern sie müssen eine bewegte Flüssigkeitsmasse enthalten. Da ferner diese Massen nicht einen Theil des Strahles bilden und folglich nicht aus der Röhre ausfliessen können, so muss ihre Bewegung der Art sein, dass sie sich trotz derselben nicht von den Stellen d b e und d, b, e, entfernen, d. h. eine wirbelnde. In diesen Räumen werden daher Wirbel entstehen, deren Bewegung weit weniger von der Reibung herkömmt, mit welcher die in ihnen enthaltenen Flüssigkeitsteile durch den ausfliessenden Strahl fortgerissen werden, vielmehr dagegen von der nothwendigen Ungleichheit des an verschiedenen Stellen des Strahles herrschenden Druckes.

Die Grösse der Wirbel ist zwar nicht genau angebar; die Grösse der Kontraktion des Strahles aber kann mit ziemlicher Sicherheit graphisch bestimmt werden. In den Wirbeln können nämlich entweder auch die inneren Theile eine wirbelnde Bewegung haben, oder nur die äussern, während die innern ganz oder nahezu ruhend sind. Nimmt man den ersten Fall an, so drehen sich

alle Flüssigkeitstheilchen um einen Drehungspunkt herum, das Quadratnetz des Wirbels muss sich alsdann genau an das des Strahles anschliessen, und alsdann ist, wie sich bei Ausführung der Zeichnung ergibt, nur eine einzige Grösse und Gestalt der Wirbel möglich, die mithin dann genau bestimmt ist. Fig. 12 stellt den Strahl und die Wirbel bei dieser Voraussetzung dar. Im anderen Falle aber kann der innere, ruhende Raum länger oder kürzer, und deshalb auch die Grösse des Wirbels verschieden sein. Allein alsdann darf man wegen der Anwesenheit jener ruhenden Masse annehmen, die Kontraktion des Strahles sei so gross, wie wenn die ihn umgebende Flüssigkeit ganz in Ruhe wäre, also wie unter den in Fig. 11 dargestellten Umständen, wodurch mithin die Kontraktion des Strahles auch in diesem Falle wenigstens annähernd bestimmt ist.

Da übrigens auch beim runden Wirbel, Fig. 12, die Kontraktion von der in Fig. 11 dargestellten wenig verschieden ist, so kann dieselbe unter allen Umständen gleich derjenigen angenommen werden, welche beim Ausflusse durch eine Oeffnung in dünner Wand stattfindet.

Die numerischen Werthe des Kontraktionskoeffizienten für verschiedene Werthe des Verhältnisses von b b , zu d d , oder a a , können mithin aus Nr. 2 dieser Aufsätze, Nr. 71 der Mittheilungen, entnommen werden.

Dass der Strahl, wie in Fig. 11, kontrahirt bleibt, wenn das Stück df der Röhre im Verhältnisse zu ihrem Durchmesser nur kurz ist, sich dagegen ausbreitet, wenn es lang ist oder unter dem Spiegel der Flüssigkeit mündet, erklärt sich daraus, dass im letztern Falle die Räume $dbce$ und d,b,c,e , mit Flüssigkeit angefüllt werden, deren wirbelnde Bewegung durch die Reibung an

dem ausfliessenden Strahle bei hc , b,c , eingeleitet und durch die Verschiedenheit der dadurch entstehenden Pres- sungen bis zu dem oben beschriebenen Grade ausgebil- det wird, was im ersten Falle nicht geschieht.

10) Durchfluss durch Verengungen, die nur von einer Seitenwand der Röhre ausgehen.

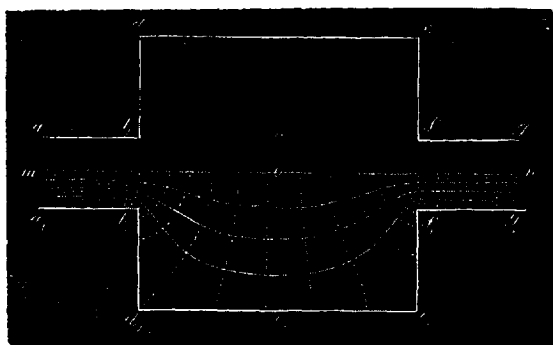
Dieser Fall lässt sich sogleich auf den in der vor- hergehenden Nummer behandelten zurückführen. Man denke sich von den Fig. 11 und 12 nur die eine Hälfte mae oder mae_1 , so stellen dieselben offenbar den hier bezeichneten Fall dar, indem jetzt mn nicht mehr die Mittellinie, sondern die eine Röhrenwand bedeutet. Es können mithin hier die ganz gleichen Bewegungen eintreten, wie bei der in der Mitte der Röhre stattfin- denden Verengung; ebenso wird hier die Grösse der Kontraktion des Strahles wie im vorigen Falle sein, so- bald hier das Verhältniss $bt : am$ gleich gross ist wie dort das Verhältniss $bb_1 : aa_1$.

Dagegen lässt sich dieser Durchfluss nicht mit dem in Nr. 7 dieser Aufsätze besprochenen Ausflusse aus einer Oeffnung vergleichen, welche im Boden eines Ge- fässes angebracht ist und mit einer Seite an eine Seiten- wand desselben stösst. Dort konnte nämlich der Strahl nach seinem Austritte seitwärts ausweichen, wodurch seine Kontraktion vermindert wurde; hier dagegen kann diess nicht geschehen, weil sich die Röhrenwand auch über die Verengung hinaus fortsetzt. Desshalb bleibt auch der Kontraktionskoeffizient bei dieser einseitigen Verengung unter sonst gleichen Umständen wie bei der in Nr. 9 behandelten zweiseitigen.

11) Durchfluss durch Erweiterungen.

Die hier eintretende Bewegung kann durch die in diesen Aufsätzen festgehaltenen Grundsätze nicht bestimmt werden, weil die Veränderungen, die sie innerhalb und in der Nähe der Erweiterung erleidet, zum grössten Theile von der Reibung herkommen, deren Einfluss nicht berücksichtigt werden konnte. Wenn nämlich der Strahl $aqmn$, Fig. 13, bei seinem Durchgange

Fig. 13.



durch die Erweiterung dc , von b nach f keine Reibungen an der in df liegenden Flüssigkeitsmasse zu überwinden hätte, so würde dieselbe in Ruhe bleiben und überall einen gleich grossen Druck auf bef ausüben. Es wäre daher kein Grund für die Veränderung der Geschwindigkeit des Flüssigkeitsstrahles vorhanden, vielmehr würde er von b bis nach f vermöge seiner Trägheit mit unveränderter Geschwindigkeit und unverändertem Querschnitte fortgehen, mithin also weder eine Kontraktion noch eine Ausdehnung irgendwo erleiden.

In der Wirklichkeit aber veranlasst die Reibung des Strahles an den Flüssigkeitsmassen df und d,f , eine wir-

belnde Bewegung derselben, durch diese wird die Reibung der Flüssigkeitstheile an den Wänden der Erweiterung vermehrt und daher die Bewegung des Strahles gegen f hin verzögert und sein Querschnitt vergrössert. Ob sich der Strahl von b an mehr oder minder rasch ausbreite, hängt von der Grösse der Reibung ab und kann daher hier nicht bestimmt werden; dagegen können folgende Grenzwerte einiger, mit dieser Ausbreitung verbundenen, andern Erscheinungen angegeben werden.

In Folge der von b , bis cc , eintretenden Ausbreitung und der von da bis f , wieder erfolgenden Zusammenziehung des Strahles müssen die Flüssigkeitsfäden zuerst eine divergirende und nachher eine konvergirende Lage und eine gekrümmte Gestalt annehmen. Daher ist auch die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsfäden in verschiedenen Punkten der gleichen Normallinie verschieden und zwar im Allgemeinen näher bei dem mittleren Faden mn grösser, in grösserer Entfernung von demselben kleiner. Nur wenn die Länge de , d,e , der Erweiterung eine gewisse Grösse erreicht, bewegt sich die Flüssigkeit in allen Punkten ihres mittleren Querschnittes oc , wieder mit gleicher Geschwindigkeit. Damit diese gleichförmige Geschwindigkeit eintrete, muss die Länge de , d,e , um so grösser sein, je allmählicher sich der Strahl ausbreitet. Wenn man nun annimmt, er breite sich so rasch aus als möglich, d. h. plötzlich, so dass der Flüssigkeitsfaden a,b , von b , an gleich nach d , und von da nach e , und f , gehe, so zeigt die Konstruktion des Quadratnetzes Fig. 13, dass d,e , mindestens gleich dd , sein müsse, wenn eine Quadratseite bei c , nicht um mehr als um einen Zehntel ihrer ganzen Länge grösser, mithin auch die Geschwindigkeit bei c , nur um einen Zehntel kleiner sein soll als bei o . Ist hingegen

die Länge d, c , d, c , der Erweiterung kleiner als ihr Durchmesser d, d , so ist die Geschwindigkeit im mittlern Querschnitte o, c , in der Mitte bei o mehr als um einen Zehntel grösser als in der Nähe des Randes bei c .

Dieses Verhältniss bleibt so ziemlich unverändert, sobald d, d , mehr als zweimal so gross ist, als b, b ; ist dagegen d, d , im Verhältnisse zu b, b , kleiner, so tritt die gleichförmige Geschwindigkeit bei o, c , schon bei einer etwas kleineren Länge von d, c und d, c , ein.

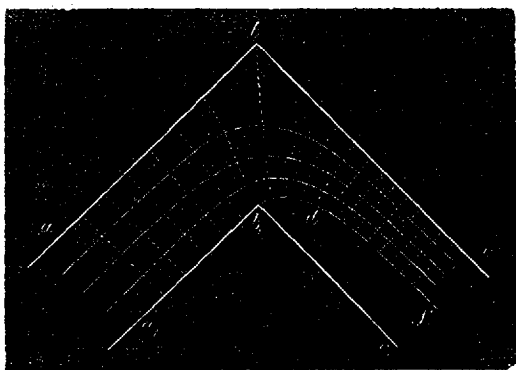
Da sich ferner der Strahl in der Wirklichkeit jedenfalls langsamer ausbreitet, als hier angenommen wurde, so kann mithin behauptet werden: wenn im mittleren Querschnitte einer Erweiterung, deren Durchmesser grösser als das Doppelte vom Röhrendurchmesser ist, die Geschwindigkeit an den Wänden nicht mehr als um einen Zehntel kleiner sein soll als in der Mitte, so muss die Länge der Erweiterung, in der Richtung der Röhrenaxe gemessen, grösser sein als ihre Weite.

Dabei ist vorausgesetzt worden, dass die Höhe der Erweiterung gleich derjenigen der Röhre sei.

12) Durchfluss durch Ecken oder Kniee und Krümmungen.

Stellt a, b, c , a, b, c , Fig. 14, eine Röhre mit einem Knie in b, b , vor, und berücksichtigt man bei der Bestimmung der Bewegung der Flüssigkeit an dieser Stelle nur den Einfluss der Zentrifugalkraft, so findet man, dass sich die Flüssigkeit an die Wände a, b , b, c und a, b , genau anschliesst, dagegen bei b , in einer gekrümmten Linie b, d, f in die Richtung von b, c , b, c , übergeht. Da der zwischen b, d, f und b, c , enthaltene Raum alsdann entweder mit Luft oder mit einer ruhenden flüssigen Masse angefüllt ist, so ist die Geschwindigkeit des äus-

Fig. 14.



ersten Flüssigkeitsfadens b, df in allen zwischen b , und f enthaltenen Punkten gleich gross. Die Gestalt der Linie b, df , sowie die aller andern Flüssigkeitsfäden, wird mithin dadurch bestimmt, dass bei der Verzeichnung des Quadratnetzes die auf b, df liegenden Quadratseiten gleich gross gemacht werden.

Ist bc, b, c , nur kurz, und befindet sich die Mündung cc , nicht unter dem Flüssigkeitsspiegel, so bleibt bekanntlich die Kontraktion cf bis zur Mündung unverändert bestehen; im entgegengesetzten Falle breitet sich dagegen der Strahl bc, af , indem seine Bewegung durch die Reibungen gehemmt wird, in einiger Entfernung von b , wieder aus und füllt die Röhre ganz an. Ueber die Art der Ausbreitung und den dabei in der Gegend von b, d entstehenden Wirbel können ganz ähnliche Betrachtungen angestellt werden, wie über die Ausbreitung des Strahles in Fig. 12. Ebenso kann ohne grossen Fehler angenommen werden, die stärkste Kontraktion, die der Strahl erleidet wenn er sich nachher wieder ausbreitet, sei gleich der in Fig. 14 verzeichneten, die er besitzt wenn später keine Ausbreitung mehr erfolgt.

Die Grösse des Kontraktionskoeffizienten, oder des Verhältnisses der Linie cf zu cc_1 , ist für verschiedene Grössen des Winkels a, b, c , verschieden, von allen andern Umständen aber, wie z. B. von der Geschwindigkeit der Flüssigkeit und den Dimensionen des Röhrenquerschnittes, unabhängig. Die Verzeichnung des Quadratnetzes unter den oben angeführten Bedingungen ergibt

für das Verhältniss $\frac{cf}{cc_1}$ bei einigen Werthen des Winkels

$S = \frac{1}{2} (180^\circ - a, b, c)$ folgende Resultate, denen zur

Vergleichung die durch Versuche von Weisbach ermittelten, auf dieselben Fälle passenden, Koeffizienten beigefügt sind.

Für S	$= 10^\circ$	30°	45°	70°
ist durch Konstruktion $\frac{cf}{cc_1}$	$= 0,850$	$0,675$	$0,537$	$0,412$;
und durch Versuche $\frac{cf}{cc_1}$	$= 0,824$	$0,623$	$0,514$	$0,394$.

Man sieht hieraus, dass das Verhältniss der durch die Konstruktion erhaltenen Werthe zu den durch Versuche erhaltenen stets fast gleich bleibt, und dass auch die absoluten Grössen der einander entsprechenden Koeffizienten nicht viel von einander abweichen. Auf den letzten Umstand darf jedoch weniger Gewicht gelegt werden, da sich die durch Versuche erhaltenen Koeffizienten auf Röhren mit kreisrundem Querschnitte beziehen und nicht durch direkte Messung des Strahles, sondern durch Berechnung aus dem, mittelst Versuchen bestimmten, Widerstandskoeffizienten abgeleitet wurden.

(Schluss folgt.)