

MITTHEILUNGEN

DER

NATURFORSCHENDEN GESELLSCHAFT

IN ZÜRICH.

N^o 71.

1852.

Prof. Deschwanden. — Graphische Bestimmung des Ausflusses der Flüssigkeiten durch recht- eckige Oeffnungen, und bei zweiseitiger Kontraktion.

(Fortsetzung. Nr. 2.)

geworden ist. Von da an nähern sich die äussersten Fäden den Punkten k und k , wo sie den Boden berühren, mit immer zunehmender Krümmung. Die Berührungspunkte k und k , selbst liegen etwa um $\frac{3}{10} aa$, bis $\frac{1}{3} aa$, aus einander entfernt, je nachdem die Breite bb , der Oeffnung gleich $\frac{1}{15} aa$, oder $\frac{1}{5} aa$, ist. Die Grösse kk , hängt mithin nicht wesentlich von der Breite bb , der Oeffnung ab, so lange dieselbe innert den angegebenen Grenzen bleibt. Von k und k , an gehen die äussersten Fäden in einer Kurve, deren erhabene Seite zuerst nach aussen und dann nach dem Innern der flüssigen Masse hingekehrt ist, über b und b , nach c und c , und zwar so, dass genau genommen, die grösste Kontraktion bei cc , erst in sehr grosser Entfernung von bb , eintreten würde, sehr angenähert aber schon dann eintritt, wenn

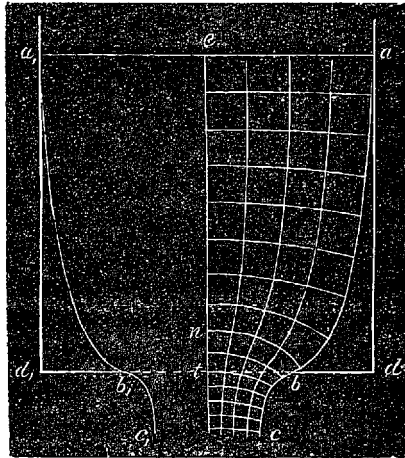
die Entfernungen bc und b,c , etwas mehr als die Hälfte der Breite bb , der Oeffnung betragen. Die zwischen den Bogen bk , b,k , und dem Gefässboden enthaltenen Räume erhalten eine, einer sehr langen und schmalen Eilinie sich annähernde Gestalt, jedoch mit schärferer Zuspitzung an den beiden Enden der grossen Axe, die annähernd gleich bk , b,k , ist. Die kleine Axe ist sowohl absolut, als im Verhältniss zur grossen Axe etwas grösser bei kleinen und etwas kleiner bei grossen Oeffnungen.

Die Normalflächen sind bei aa , beinahe horizontale Ebenen, krümmen sich um so mehr, je mehr sie sich der Oeffnung nähern, und erhalten bei k und b eine solche ellipsenähnliche Gestalt, dass für bb , $= \frac{1}{5} aa$, das Verhältniss $qt : kt = 0,75$ und $nt : bt = 0,51$, und für bb , $= \frac{1}{15} aa$, das Verhältniss $qt : kt = 1$ und $nt : bt = 0,40$ wird.

Der Kontraktionskoeffizient, oder das Verhältniss der Breite cc , des kontrabirten Strahles zur Breite bb , der Oeffnung ist für die grösseren Oeffnungen sehr nahe $\frac{4}{6}$ oder $0,67$ und für kleinere Oeffnungen etwas grösser. Da aber die Zeichnung für kleinere Oeffnungen weniger zuverlässig ist als für grössere, so kann für Oeffnungen, deren Weite $\frac{1}{15}$ bis $\frac{1}{5}$ der Gefässweite ist, zufolge dieser Konstruktion $0,67$ als Kontraktionskoeffizient angenommen werden.

Wenn die Breite bb , der Oeffnung, wie in Fig. 4, grösser wird als $\frac{1}{5} aa$, so ändert sich die Gestalt der äussersten Fäden sowie die der Normalflächen, und in

Fig. 4.



Folge dessen auch die Grösse des Kontraktionskoeffizienten. Die Fäden ak , a,k , nähern sich mehr der geradlinigen Gestalt, behalten aber zuerst bei k und k , noch eine scharfe Krümmung bei, und treten dann bei b und b , aus der Oeffnung, indem sie den Gefässboden um so näher normal schneiden, je grösser die Oeffnung wird. Die Berührungspunkte kk , selbst rücken immer näher zu den Rändern bb , der Oeffnung, bis sie endlich so nahe zu denselben verlegt werden müssten, dass die Konstruktion jener Quadrate, von denen in Nr. 1 die Rede war, unmöglich wird. Diess ist der Fall, wenn bb , etwa gleich $0,41 \cdot aa$, ist. Wird bb , noch grösser, so wird man genöthigt, die äussersten Fäden ab und a,b , von a und a , aus zur Oeffnung hinzuführen, ohne sie vorher den Boden des Gefässes berühren zu lassen. Dieser unmittelbare Uebergang von a nach b kann unter diesen Umständen aber auch desshalb leichter stattfinden, weil der Unterschied in der Geschwindigkeit der äussersten

Fäden bei den Punkten aa , und bb , bei weitem nicht mehr so gross ist, wie bei kleinen Oeffnungen, und weil wegen der stärkeren Bewegung der zwischen ab , a,b , und adb , a,d,b , eingeschlossenen Flüssigkeitsmasse auch die Annahme nicht mehr streng festgehalten werden kann, dass die Geschwindigkeit der äussersten Fäden von a und a , bis zu den Punkten, in denen sie zum ersten Male den Gefässboden treffen, gleich gross sein müsse.

Die Normalflächen erhalten eine um so schwächere Krümmung, je grösser die Oeffnung wird. Wenn bb , $= 0,41 \cdot aa$, ist, so ist das Verhältniss $nt : bt = 0,39$, und wenn bb , $= 0,75 \cdot aa$, ist, so hat man $nt : bt = 0,18$.

Die Kontraktion wird ebenfalls in dem Maasse kleiner, je grösser die Oeffnung im Verhältnisse zur Gefässweite wird. Ist bb , $= 0,41 \cdot aa$, so wird der Kontraktionskoeffizient nahe $0,72$, und für bb , $= 0,75 \cdot aa$, steigt er auf $0,85$. Würde endlich die Oeffnung gleich der Bodenwand werden, so erhielten die Flüssigkeitsfäden eine geradlinige und die Normalflächen eine ebene Gestalt, und der Kontraktionskoeffizient würde bis auf 1 steigen.

Zur Vergleichung dieser Ergebnisse der Konstruktion mit der Erfahrung mögen hier die eben angeführten Kontraktionskoeffizienten neben diejenigen gestellt werden, welche sich aus den von Weisbach für die „unvollkommene Kontraktion“ aufgestellten und mit den Ergebnissen seiner Versuche in Einklang gebrachten Tabellen ergeben.

$\frac{bb}{aa} =$	0,06	0,2	0,41	0,75	1,00
Ausfl.koeff. n. Weisbach	0,62	0,63	0,68	0,80	0,96
Kontr.koeff. n. d. Konst.	0,67	0,67	0,72	0,85	1,00

Es ergibt sich hieraus, dass die durch Konstruktion gefundenen Wertbe der Kontraktionskoeffizienten sich auf ganz ähnliche Weise verändern, wie die durch Versuche bestimmten. Wenn man ferner bedenkt, dass die nach Weisbach bestimmten Koeffizienten sich auf vollständige, auf allen vier Seiten stattfindende Kontraktion beziehen, und dass mit ihnen auch noch der Geschwindigkeitskoeffizient verbunden ist, während die durch Konstruktion erhaltenen sich nur auf zweiseitige Kontraktion beziehen und keinen Geschwindigkeitskoeffizienten einschliessen, so wird man bemerken, dass auch der absolute Werth der letzteren dem der ersteren sehr nahe kömmt, wenn man dieselben genau auf den hier betrachteten Fall zurückführt.

3. Ausfluss durch Oeffnungen mit keilförmiger Gestalt und mit einspringendem Rande.

Beim Ausflusse durch kreisrunde Oeffnungen und bei allseitiger Kontraktion wird bekanntlich der Ausflusskoeffizient dadnrch verändert, dass man an dem Rande der Oeffnung nach aussen oder nach innen gekehrte Ansatzröhren von kegelförmiger oder zylindrischer Gestalt anbringt. Durch auswärts gekehrte Ansatzröhren wird dieser Koeffizient vergrössert, durch einwärts gekehrte dagegen verkleinert. Um den Ausfluss auch bei zweiseitiger Kontraktion unter Umständen zu betrachten, welche den eben angeführten möglichst ähnlich sind, denke man sich an die Ränder der viereckigen Oeffnungen, welche nun angenommen werden, zuerst keilförmige nach aussen gekehrte und dann prismatische, nach innen gekehrte Ansätze an den Oeffnungen angebracht, und zwar so,

dass zwei parallele Wände dieser Ansätze in die Verlängerung zweier gegenüberstehender Gefässwände fallen.

Die Betrachtung des Ausflusses durch keilförmige, nach aussen gekehrte Ansatzröhren bietet uns keine Ergebnisse dar, welche nicht schon zum voraus vermuthet werden könnten. Vom Flüssigkeitsspiegel an ziehen sich die Flüssigkeitsfäden nach dem Rande der im Gefässboden befindlichen Oeffnung ganz auf dieselbe Weise, wie wenn keine Ansatzröhre vorhanden wäre, und wie durch die Figuren 3 und 4 dargestellt ist. Beim Durchgange durch diese Oeffnung erleidet der Flüssigkeitsstrahl eine Kontraktion, bildet dadurch zwischen sich und den Wänden der keilförmigen Ansatzröhre zu heiden Seiten zwei längliche Räume, welche mit wirbelnder Flüssigkeit ausgefüllt sind, schmiegt sich nachher allmählig an diese Wände an und entfernt sich erst in der Nähe ihres untern Randes wieder ein wenig von ihnen, um den Rand selbst beim endlichen Ausflusse wieder zu berühren, und somit unmittelbar vor demselben zwei ähnliche Räume mit wirbelnder Flüssigkeit zu bilden, wie beim Ausflusse ohne Ansatzröhre an den Stellen bk , b,k , in Fig. 3. Der einzige Unterschied zwischen dem Ausflusse durch den Rand der Ansatzröhre und durch den Rand der Oeffnung ohne Ansatzröhre besteht darin, dass die äussersten Flüssigkeitsfäden im ersten Falle weniger stark konvergiren als im letzten. Diese Konvergenz, und mit ihr die Kontraktion des Strahles, wird ausserdem um so kleiner, je kleiner der Winkel ist, den die beiden schiefstehenden Seitenwände der Ansatzröhre zwischen sich bilden, und verschwindet beinahe ganz, wenn dieser Winkel bis auf einige Grade heruntergesunken ist. Der Konvergenzwinkel der beiden äussersten Flüssigkeitsfäden bei ihrem Austritte aus der keilförmigen Ansatzröhre ist überhaupt im-

mer etwas kleiner als der Konvergenzwinkel der Wände dieser Röhre selbst. Der Ausflusskoeffizient nimmt daher zufolge der Zeichnung von 0,67 bis 1,00 zu, wenn der Konvergenzwinkel der Ansatzröhre von 180° bis zu 0° abnimmt, erreicht aber seinen grössten Werth 1,00 schon bevor dieser Winkel ganz auf 0 heruntergesunken ist.

Etwas mehr Verschiedenheit im Vergleiche mit den bisher behandelten Fällen bietet der Ausfluss durch eine Oeffnung mit einspringender Ansatzröhre oder mit eingestülptem Rande dar. Macht man wieder die für nicht sehr grosse Oeffnungen angenähert richtige Voraussetzung, dass die Flüssigkeit in den Ecken des Gefässes nahezu in Ruhe bleibe, so kann die Gestalt der ausfliessenden Flüssigkeitsfäden und Normalflächen, oder das Quadratnetz für diesen Fall auf folgende Weise gezeichnet werden. Der durch die Mitte der Oeffnung gehende Flüssigkeitsfaden ist eine gerade senkrechte Linie. Um einen der beiden äussersten Fäden zu finden, zeichne man eine krumme Linie, welche eine der beiden senkrechten Gefässwände beim Flüssigkeitsspiegel berührt und sich dann allmählig der Mitte des Gefässes nähert, dabei bis unter den Rand der Oeffnung hinabsteigt, dann sich wieder etwas erhebt und die einspringende Ansatzröhre etwas unter ihrem Rande berührt, und endlich in einem Bogen über diesen Rand durch die Ansatzröhre ausser das Gefäss tritt. Um nun das Quadratnetz erster Ordnung zu erhalten, trage man vom Berührungspunkte dieser Linie mit der Ansatzröhre an, nach der Richtung gegen den Flüssigkeitsspiegel hin Theile auf derselben auf, welche so lange als die halbe Weite des Gefässes sind, und ziehe durch die Theilpunkte krumme Linien, welche sowohl die nun beschriebene Linie als den mittleren geradlinigen Flüssigkeitsfaden normal schneiden. Wären nun die zwi-

schen allen diesen Linien entstehenden viereckigen Figuren Bogenquadrate, so würde jene zuerst beschriebene Linie bereits der äusserste noch ausfliessende Flüssigkeitsfaden sein; sind aber diese Figuren keine Bogenquadrate, sondern nur mehr oder minder längliche Bogenrechtecke, so muss jene, den äussersten Flüssigkeitsfaden darstellende Linie so lange verändert werden, bis man durch die auf die angegebene Weise ausgeführten Normallinien Bogenquadrate erhält.

Ist diese erste Annäherung erreicht, so kann das Quadratnetz zweiter Ordnung dadurch verzeichnet werden, dass man auf den äussersten Flüssigkeitsfaden Theile aufträgt, deren Länge nur gleich der Hälfte der halben Gefässweite ist, von den Theilpunkten aus Normallinien wie vorhin zieht, und einen zweiten Flüssigkeitsfaden zeichnet, der zwischen dem ersten und diesen Normallinien Bogenquadrate abschneidet. Wäre der erste Flüssigkeitsfaden richtig, so müssten nun auch die zwischen dem zweiten und dem geradlinigen mittleren Faden entstehenden Figuren Bogenquadrate sein. Sind sie diess nicht, so muss der äusserste Flüssigkeitsfaden so lange abgeändert werden, bis durch die angegebene Konstruktion die ganze Figur in lauter solche Quadrate eingetheilt wird. Hat man ausserdem auch den aus der Oeffnung heraustretenden Theil des Flüssigkeitsstrahles auf ähnliche Weise behandelt, so ist damit das Quadratnetz der zweiten Ordnung vollendet, und die Annäherung des zweiten Grades erreicht.

Auf ähnliche Weise können die Quadratnetze der folgenden Ordnungen erhalten werden; es ist übrigens nur in der Nähe der Oeffnung nöthig, weiter als bis zur dritten Ordnung fortzuschreiten.

Durch diese Konstruktionen erhält man nun für den

Ausfluss der Flüssigkeit durch einwärts gekehrte Ansatzröhren folgende Ergebnisse:

Der äusserste, noch ausfliessende Flüssigkeitsfaden steigt vom Flüssigkeitsspiegel an, wo er die Gefässwand berührt, nur bis um eine kleine Grösse unter den Rand der Ausflussröhre hinunter, und zwar um so tiefer, je grösser die Weite des Gefässes im Verhältniss zur Weite der Ausflussöffnung ist. Ist dieses Verhältniss ziemlich gross, z. B. etwa grösser als fünf, so berührt dann der äusserste Flüssigkeitsfaden die Ausflussröhre in einer sehr kleinen Entfernung unter ihrem Rande, und tritt alsdann über denselben aus; nähert sich jenes Verhältniss dagegen der Einheit mehr, so ist eine solche Berührung vor dem Austritte nicht mehr möglich. Es folgt hieraus, dass nach dieser Konstruktion fast die ganze, zwischen dem Boden des Gefässes und dem Rande der Ausflussröhre liegende Flüssigkeitsmasse nicht zum Ausflusse kömmt, sondern nur eine wirbelnde Bewegung annimmt, die um so rascher ist, je grösser die Ausflussöffnung im Verhältnisse zur Gefässweite ist. Die Länge der einspringenden Ausflussröhre hat dabei keinen Einfluss auf die Bewegung der ausfliessenden Flüssigkeit, sobald sie nicht so kurz ist, dass der äusserste Flüssigkeitsfaden den Gefässboden berührt, und nicht so lange, dass sich die Flüssigkeit nach ihrem Uebertritt über den Rand der Röhre wieder an dieselbe anhängt.

Die Kontraktion des Strahles unterscheidet sich von den in den Fig. 3 und 4 verzeichneten Kontraktionen nur durch ihre Grösse, nicht aber durch ihre Art. Das Verhältniss des kontrahirten Strahles zum Durchmesser der Oeffnung, oder der Ausflusskoeffizient zufolge der Zeichnung, ist nämlich nahe gleich:

0,52.

Sowohl durch jene zu starke Verkürzung, als durch die zu grosse Verlängerung der Ansatzröhre, sowie auch durch Verminderung des Verhältnisses der Gefässweite zur Röhrenweite unter die Zahl fünf wird die Kontraktion vermindert, mithin der Kontraktionskoeffizient vergrößert.

Der angeführte Koeffizient stimmt bekanntlich mit den Erfahrungsergebnissen, die über diesen Fall bekannt gemacht worden sind, sehr nahe überein.

Dr. A. Escher v. d. L. — Ueber die Bildungsweise der Landzunge von Hurden im Zürichsee.

Es ist den Topographen und den Geognosten längst schon aufgefallen, dass die Halbinsel von Bäch, die Inseln Ufenau und Lützelau und das Schloss Rapperschweil in Einer Linie liegen; diese Richtung stimmt überein mit dem in der ganzen Gegend herrschenden Streichen von h.6 der aufgerichteten Molasseschichten, und die Untersuchung zeigt, dass die Ufenau aus Stücken zweier nördlich eingesenkter durch ein Längenthälchen getrennter Nagelfluhriffe besteht; die Verlängerung des nördlichen Riffs bildet den nördlichen Theil der sonst flachen Insel Lützelau; in der weitem nordöstlichen Verlängerung erhebt sich der aus gleicher Nagelfluh bestehende Schlossberg von Rapperschweil; an der Halbinsel von Bäch bedeckt Sand und Schlamm das in der Tiefe ohne Zweifel anstehende Gestein. Diese vier Punkte stellen sich also dar als Stücke eines bei der Erhebung der Schichten vermuthlich mehrfach zerspaltenen Felsriffs.