

noch mehrere mittheilen könnten. Das Gesagte mag vor der Hand genügen zum Beweise, dass das Stibäthyl alle Eigenschaften eines selbständigen Radicales, gleich dem Kakodyl, besitzt, und wir hoffen bald nähere Mittheilungen über die verschiedenen Verbindungen machen zu können. Es unterliegt keinem Zweifel, dass auch Methyl und Amyl auf gleiche Weise mit dem Antimon verbunden werden können; auch lassen sich wahrscheinlich andere Metalle nach derselben Methode in organische Verbindungen überführen.

Hr. Ingen. Denzler, — über den Fundamentalsatz der Methode der kleinsten Quadrate.

(Vorgetragen den 25. März 1850).

Bekanntlich liegt der Methode der kleinsten Quadrate die Voraussetzung überzähliger Beobachtungen und die Annahme zu Grunde, dass im einfachen arithmetischen Mittel scheinbar gleichberechtigter Einzelwahrnehmungen über einen Gegenstand der wahrscheinlichste Werth zu suchen sei. Es erscheint in der That nichts einleuchtender als diese Annahme, wenn man ihre Anwendung auf solche Beobachtungen beschränkt, die ihrem innern Wesen nach im besten Falle nur Annäherungen an die Wahrheit, nie aber diese selbst zu geben im Stande sind.

Note. Scharf betrachtet ist die Anwendung dieser Annahme wol nie unbedingt zulässig, weil bei jeder Beobachtung Fehlerquellen von ganz verschiedener Natur vorkommen werden. Kennt man das Gesetz ihres Zu- und Abnehmens und zugleich ihren erreichbaren höchsten Werth, so wird man begreiflich beim Mittelziehen darauf Rücksicht nehmen

müssen; ist ihr Gesetz bekannt und ihr Dasein gewiss, die Grösse des Einflusses aber nicht bestimmbar, dann betrachtet man solche Fehler als zufällige und daher der Wahrscheinlichkeitsrechnung unterworfen, obgleich diess in aller Strenge nicht richtig ist. Allein die Kleinheit und Mannigfaltigkeit dieser Fehlerquellen und die mittelst der Methode der kleinsten Quadrate seit längerer Zeit erlangten Erfolge sprechen für diese Anwendungsweise. — Als Beispiel der Mannigfaltigkeit der Fehlerquellen seien hier die bedeutendern einer einfachen Winkelbeobachtung mit dem Theodolithen erwähnt, nämlich die Fehler der

Form und Lage der Theilstriche, des Auges und der Beleuchtung beim Ablesen, der Federung und ungleichen Drucks im Innern des Instruments, der optischen Kraft und der Aenderungen in der optischen Axe des Fernrohrs, der Lage des Niveau, der Form, Grösse und Beleuchtung der anvisirten Bilder, des Wogens und der seitlichen Ablenkung derselben, der Ermüdung und verschiedenen Zartheit in der Behandlung des Instruments beim Beobachter, u. s. w.

Betrachtet man eine Reihe Einzelbestimmungen einer nur annäherungsweise zu ermittelnden Grösse, die sämmtlich vom Beobachter als gleichberechtigt erklärt sind, so gewahrt man auf den ersten Blick, dass sich die grosse Mehrzahl um den mittlern Werth schaart, während die übrigen sporadisch zerstreut auftreten. Gegen die Annahme gleicher Berechtigung der innersten wie der äussersten Werthe sträubt sich nunmehr der innere Sinn, weil jetzt die Grundlage des Urtheils eine ganz andere als zur Zeit der Beobachtung ist. An die Stelle der Gerechtigkeit im Einzelnen, d. h. der Gleichberechtigung aller zulässig erklärten Werthe, tritt nun die Billigkeit im Allgemeinen, d. h. die Abschätzung nach dem wahrscheinlichen Ertrage, weil wir uns schliesslich ein-

gestehen müssen, dass Beobachter und Werkzeuge ihre Schwächen haben werden, die erst in der Gruppierung der Einzelwerthe deutlich zu Tage treten und daher dem Beobachter zur Zeit der Beobachtung nicht bekannt sein konnten.

Note. Von 1000 Einzelbestimmungen einer nur annäherungsweise zu ermittelnden Grösse liegen 500 so enge beisammen, dass die entlegensten, als gleichberechtigt erklärten, einen mindestens fünfmal grössern Spielraum zeigen.

Verstehen wir unter dem mittlern Fehler die Hälfte der noch bleibenden grössten Ausweichung, nachdem die ausserhalb liegende Hälfte sämtlicher Beobachtungen bereits gestrichen worden, so haben wir einen Haltpunkt für weitere Untersuchungen eingeführt. Da nun dieser innern Hälfte eine beziehungsweise weit engere Fehlergränze angehört, als der äussern, so ist es doch wahrscheinlich, dass der Zufall in derselben weit günstiger gewirkt habe, als in dieser. Sollen wir nun diese Gunst des Zufalls verscherzen, oder ihr ausschliessliche Berücksichtigung angedeihen lassen, oder sollen wir eine richtige Mitte voraussetzen und dieselbe auszumitteln trachten?

Beim einfachen arithmetischen Mittel sämtlicher, als gleichberechtigt erklärten Beobachtungen geht die günstige Vermittlung des Zufalls für uns verloren. Es gibt nun einen einfachen Weg, um zu erfahren, ob und wieviel wir dabei einbüssen, nämlich die Vergleichung wirklicher Beobachtungen mit der Wahrheit. Allein die reine, volle Wahrheit ist uns nur in wenigen Fällen zugänglich (wie z. B. die Summe der einen Umkreis bildenden Winkel), und gerade hier fehlen uns die benötigten Angaben. Wir müssen uns daher an die Arbeiten der besten Beobachter und gewissenhaftesten Rechner halten.

(Schluss in folgender Nummer.)