Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich

unter Mitwirkung von

C. BURRI, A.U. DÄNIKER, P. FINSLER, H. FISCHER, A. FREY-WYSSLING, H. GUTERSOHN, P. KARRER, B. MILT, P. SCHERRER, H. R. SCHINZ, FR. STÜSSI und M. WALDMEIER

herausgegeben von

HANS STEINER, ZÜRICH 7

Druck und Verlag: Gebr. Fretz AG, Zürich

Nachdruck auch auszugsweise nur mit Quellenangabe gestattet

Jahrgang 100 HEFT 3 30. September 1955

Abhandlungen

Diophantische Gleichungen und Planetenperioden in der indischen Astronomie

Von

B. L. VAN DER WAERDEN in Zürich

Einleitung

Das erste Ziel der vorliegenden Arbeit ist, die grosse Rolle, die die Lehre von den unbestimmten Gleichungen in der indischen Astronomie gespielt hat, ins rechte Licht zu rücken. Die dabei aufgestellten unbestimmten Gleichungen gestatten ausserdem eine sehr einfache Berechnung der mittleren Planetenörter im System des Âryabhaṭa oder des Sûrya-Siddhânta. Die Örter des Âryabhaṭa sind für seine eigene Zeit (499 n. Chr.) so fabelhaft genau, dass der Nullpunkt der von ihm benutzten siderischen Ekliptik auf einen Bruchteil eines Grades genau bestimmt werden kann: er liegt bei 359,7° auf der tropischen Ekliptik des Jahres 499. Die Örter des alten Sûrya-Siddhânta, über den uns Varâha Mihira berichtet, sind etwas weniger genau. Trotzdem können sie zur Datierung dieses Werkes benutzt werden. Es zeigt sich, dass der alte Sûrya-Siddhânta nur wenig älter ist als Âryabhaṭa. Das Werk stammt fast sicher aus dem 5. Jahrhundert, wahrscheinlich sogar aus der zweiten Hälfte des Jahrhunderts.

Perioden und Epochen

Die fundamentale Periode der indischen Astronomie ist das Mahâyuga oder Caturyuga, das

$$4\,320\,000 = 20,0,0,0$$

Jahre umfasst[1]) und in vier Yugas von gleicher oder ungleicher Länge zerlegt wird. Wir leben jetzt im schlechtesten der vier Zeitalter: im Kaliyuga. Das laufende Kaliyuga begann nach der Lehre des Sûrya-Siddhânta, des Âryabhaṭîya und der meisten anderen Werke —3101 in der Nacht zum 18. Februar (julianisch), und zwar nach dem SS (= Sûrya Siddhânta) zu Mitternacht, nach Âryabhaṭa aber bei Sonnenaufgang für den Meridian von Ujain am 18. Februar.

Als Âryabhaṭa[2]) 23 Jahre alt war, waren gerade

$$3\,600 = 1{,}0{,}0$$

Jahre des laufenden Kaliyuga verflossen, so schreibt er[3]). Da das Mahâyuga nach Âryabhaṭa 1 577 917 500 Tage hat, so entfallen auf 3 600 Jahre

$$\frac{3\,600}{4\,320\,000} \cdot 1\,577\,917\,500 = 1\,314\,931\,{}^1/_4 \text{ Tage.}$$

Der genannte Augenblick, 3 600 Jahre nach Beginn des Kaliyuga, fällt also auf den Mittag des 21. März 499. Wir werden nachher noch sehen, dass an diesem Mittag die Sonne, der Mond und alle fünf Planeten in der Tat dort standen, wo sie nach der Rechnung des Âryabhaṭa 3 600 Jahre nach Beginn des Kaliyuga stehen sollten. Der von Âryabhaṭa gemeinte Zeitpunkt:

499 März 21 Mittag Ujain (1)

ist also unzweideutig festgelegt.

Dieser Zeitpunkt spielt auch sonst in der indischen Astronomie eine grosse Rolle, da in diesem Augenblick nach der fast allgemeinen Annahme der Frühlingspunkt gerade mit dem Anfangspunkt der (siderischen) Ekliptik zusammenfiel[4]). Aus diesem Grunde und wegen der rechnerischen Einfachheit werden wir unsere Rechnungen vorwiegend auf die Epoche (1) abstellen.

Im alten SS enthält das Mahâyuga 300 Tage mehr als bei Âryabhaṭa, im neuen SS sogar 328 Tage mehr, wie wir noch sehen werden. In der obigen Rechnung ergibt sich also ein Vierteltag mehr (genau für den alten, genähert für den neuen SS). Da aber der SS das Yuga zu Mitternacht anfangen lässt, erhält man für den Zeitpunkt (1), 3 600 Jahre nach Anfang des Kaliyuga, doch wieder den Mittag des 21. März 499.

---

1) Die erste Schreibweise ist dezimal nach indischem, die zweite sexagesimal nach babylonischem Brauch.

2) Unter Âryabhaṭa verstehen wir hier immer den Autor des uns vorliegenden, von Kern 1874 publizierten Âryabhaṭîya. Die Ed. Kern liegt auch der Übersetzung von Clark (siehe nächste Fussnote) zugrunde.

3) W. E. Clark, The Âryabhaṭîya of Âryabhaṭa, Chicago 1930, p. 54 (III,10).

4) Le Gentil, Premier Mémoire sur l'Inde, Histoire de l'Acad. Roy. des sciences, Paris 1772, Partie 2, Mém. de Math. et Phys., p. 201.

J. Warren, Kala Samkalita, p. 245, und Table XXXV, p. 46. Sûrya-Siddhânta III 9—12. Etc.

Umlaufszahlen

Nach der Lehre des Sûrya-Siddhânta standen bei der Schöpfung der Welt, 452¾ Mahâyugas vor Beginn des jetzigen Kaliyuga, alle Planeten sowie Sonne und Mond gerade im Anfangspunkt der Ekliptik, und auch die Apsiden und Knoten ihrer Bahnen lagen dort. Weiter vollführen alle eine ganze Anzahl Umläufe in einem Mahâyuga, und zwar sind diese Anzahlen alle durch 4 teilbar, so dass am Anfang des Kaliyuga (–3101 Februar 18) die mittleren Örter wieder bei 0° liegen. Das Apogeum und der aufsteigende Knoten des Mondes vollführen in einem Mahâyuga ebenfalls eine ganze Anzahl Umläufe, aber diese Anzahlen lassen bei Division durch 4 die Reste 3 und 2, was zur Folge hat, dass sie am Anfang des Kaliyuga die Längen 90° und 180° haben.

Zwischen dem alten Sûrya-Siddhânta, über den Varâha Mihira[5]) berichtet, und dem jetzigen Werk[6]) bestehen Unterschiede in den Umlaufszahlen, aber die Reste bei Division durch 4 sind die gleichen. Die gleichen Reste ergeben auch die Umlaufszahlen im Âryabhaṭîya des Âryabhaṭa. Die Umlaufszahlen sind, wenn wir statt «çîghra[7]) von Merkur und Venus» der Einfachheit halber «Merkur» und «Venus» schreiben:

Tabelle 1 Umlaufszahlen in 1 Mahâyuga.

	alter SS	Âryabhaṭa	Differenz	neuer SS	Diff. gegen alten
Sonne	4 320 000	4 320 000	0	4 320 000	0
Merkur	17 937 000	17 937 020	+ 20	17 937 060	+ 60
Venus	7 022 388	7 022 388	0	7 022 376	— 12
Mars	2 296 824	2 296 824	0	2 296 832	+ 8
Jupiter	364 220	364 224	+ 4	364 220	0
Saturn	146 564	146 564	0	146 568	+ 4
Mond	57 753 336	57 753 336	0	57 753 336	0
Apogeum	488 219	488 219	0	488 203	— 16
Knoten	232 226	232 226	0	232 238	+ 12

Es fällt auf wie eng Âryabhaṭa sich an den alten SS anschliesst. Wie wir sehen werden, ist jede der von ihm angebrachten Änderungen eine Verbesserung. Der neue SS gibt, wie Bentley[8]) nachgewiesen hat, für die Zeit zwischen 1000 und 1200 A. D. ungefähr die richtigen mittleren Örter relativ zur Sonne, während früher und später die Fehler immer grösser werden. Bentley schliesst daraus, dass der neue SS um 1100 entstanden sein muss. Im 16. Jahrhundert

[5]) G. Thibaut and M. S. Dvivedî, The Pañchasiddhântikâ of Varâha Mihira, Benares 1889, p. XIX und 91.

[6]) E. Burgess etc., Translation of the Sûrya-Siddhânta, J. Amer. Orient. Soc. 6 (1860), p. 159.

[7]) Der çîghra liegt in der Richtung des Epizykelradius. Er entspricht dem heliozentrischen Ort im Modell des Kopernikus.

[8]) J. Bentley, Asiatic Researches 6, p. 577 und 8, p. 209. History of Hindu Astronomy, p. 126.

waren die Fehler schon wieder zu gross geworden und hat man die Umlaufszahlen von neuem korrigiert[9]).

Von jetzt an lassen wir den neuen SS ausser Betracht und beschränken uns auf Âryabhaṭa und den alten SS. Wir stellen die Frage:

Wie sind die Umlaufszahlen berechnet?

Biot[10]) und andere Autoren, die sich mit dieser Frage befasst haben, haben sich die Sache zu leicht gemacht. Sie haben die Frage entweder so gestellt: Wie musste man die Anzahl der Umläufe eines Planeten wählen, damit sie durch 4 teilbar ist und die mittlere Geschwindigkeit ungefähr richtig herauskommt? oder so: Wenn der berechnete mittlere Ort eines Planeten nicht mit der Beobachtung stimmt, wie muss man dann die Umlaufszahl im Mahâyuga korrigieren, damit die Übereinstimmung besser wird?

Der erste Autor aber, der ein System von der betrachteten Art aufstellte, stand vor einer komplizierteren Frage, nämlich: Gegeben seien, aus der Beobachtung oder aus einer anderen Quelle, die mittlere Geschwindigkeit und der mittlere Ort zu einer gegebenen Zeit. Wie muss man die Zahl der Umläufe x im Mahâyuga bestimmen, damit Ort und Geschwindigkeit beide richtig herauskommen?

Dieses Problem führt auf eine lineare diophantische Gleichung, die man folgendermassen erhält.

Am Anfang des Kaliyuga sei die mittlere Länge eines Planeten Null und zur Zeit (1) sei sie λ, wobei λ genähert gegeben ist. Ferner sei die Anzahl der Umläufe in einem Jahr u, wobei u ebenfalls genähert gegeben ist. Dann ist die Zahl der Umläufe im Mahâyuga 4 320 000 u. Die gesuchte Zahl x soll nun in der Nähe dieser Zahl liegen:

$$x \sim 4\,320\,000\, u \tag{2}$$

Zweitens soll x durch 4 teilbar sein:

$$x = 4z \tag{3}$$

und drittens soll die Länge λ zur Zeit (1) richtig herauskommen. In den 3600 Jahren vom Anfang des Kaliyuga bis zum Zeitpunkt (1) macht der Planet

$$\frac{3\,600\, x}{4\,320\,000} = \frac{x}{1200}$$

Umdrehungen. Da jede Umdrehung einen Längenzuwachs von 360° ergibt, so erhält man insgesamt einen Längenzuwachs

$$\frac{x}{1200} \cdot 360^\circ = \frac{x}{10} \cdot 3^\circ = \frac{4z}{10} \cdot 3^\circ$$

---

9) J. Bentley, History of Hindu Astronomy, p. 179.

10) J. B. Biot, Etudes sur l'astronomie indienne, p. 41.

Wenn man davon ein Vielfaches von 360° subtrahiert, soll die gegebene Länge λ herauskommen. Das gibt die Bedingung

$$\frac{2z}{5} \cdot 3 - y \cdot 360 = \lambda$$

oder

$$6z - 1800\,y = 5\lambda \tag{4}$$

Dabei soll die ganze Zahl z nach (2) und (3) in der Nähe von 1 080 000 u liegen.

Die diophantische Gleichung (4) ist nur dann lösbar, wenn 5 λ ein Vielfaches von 6 ist:

$$5\lambda = 6g \tag{5}$$

Die Länge λ muss also ein Vielfaches von $6/5 = 1° 12'$ sein. Ist die gegebene Länge kein solches Vielfaches, so muss sie auf das nächstliegende Vielfache von $1° 12'$ abgerundet werden.

Setzt man (5) in (4) ein, so erhält man nach Division durch 6 die einfache diophantische Gleichung

$$z - 300\,y = g \tag{6}$$

wobei g eine gegebene ganze Zahl ist.

Apogea und Knoten

Für das Apogeum oder den Knoten des Mondes muss man $x = 4z + 3$ oder $x = 4z + 2$ setzen. Im übrigen verläuft die Rechnung ganz analog und führt wieder auf eine diophantische Gleichung der Form (6).

Für die Apogea der Planeten ist nicht die Zahl der Umläufe in einem Mahâyuga, sondern die in einem Kalpa als Unbekannte x anzusetzen. Ein Kalpa umfasst 1 000 Mahâyugas, d. h. 1 200 000 mal 3 600 Jahre. Von der Schöpfung bis zum Anfang des Kaliyuga, sind, wie schon erwähnt,

$$452\tfrac{3}{4} \text{ Mahâyugas} = 543\,300 \cdot 3600 \text{ Jahre} \tag{7}$$

vergangen. Addiert man noch die 3 600 Jahre bis zum Zeitpunkt (1) dazu, so kommt man auf 543 301 mal 3 600 Jahre. In dieser Zeit vollführt das betreffende Apogeum

$$\frac{543\,301\,x}{1\,200\,000} \text{ Umläufe zu } 360°$$

Also wird die Länge λ des Apogeums

$$\frac{543\,301\,x}{10\,000} \cdot 3 - y \cdot 360 = \lambda \tag{8}$$

Multipliziert man mit 10 000, so wird die linke Seite eine durch 3 teilbare ganze Zahl. Also muss auch 10 000 λ durch 3 teilbar sein:

$$10\,000\,\lambda = 3g \tag{9}$$

und man erhält die diophantische Gleichung

$$543\,301\,x - 1\,200\,000\,y = g \tag{10}$$

Ausserdem muss x möglichst klein sein, denn die Apogea bewegen sich nur unmerklich. Auch braucht g nicht genau gleich 10 000 $\lambda/3$ zu sein, sondern nur ungefähr. Ein Fehler von 1000 Einheiten in g bewirkt einen Fehler von nur $^3/_{10}$ Grad in λ.

Für einen anderen Zeitpunkt wird die diophantische Gleichung noch komplizierter. Sie vereinfacht sich nur, wenn die Rechnung für den Anfang des Kaliyuga angestellt wird. Dann hat man im ersten Koeffizienten 301 durch 300 zu ersetzen, kann durch 300 kürzen und erhält

$$1811\,x - 4000\,y = g' \tag{11}$$

mit

$$g' = \frac{g}{300} = \frac{100}{9}\,\lambda \tag{12}$$

Genau dasselbe gilt auch für die Knoten der Planetenbahnen.

Die indische Theorie der linearen diophantischen Gleichungen

Im zweiten Kapitel des Âryabhaṭîya gibt Âryabhaṭa zunächst (II 31) eine Regel zur Berechnung der Konjunktion von zwei Planeten und dann, unmittelbar anschliessend (II 32—33), in gedrängter Kürze eine Rechenvorschrift, die auf gegenseitigen Divisionen von ganzen Zahlen beruht.

Die Vorschrift ist etwas dunkel, aber soviel ist jedenfalls klar, dass sie dazu dient, eine ganze Zahl zu finden, die zwei Kongruenzbedingungen erfüllt. Am Schluss heisst es nämlich: The result is the number which will satisfy both divisors and both remainders[11]).

Eine ganz ähnliche Rechenvorschrift findet sich bei Brahmagupta[12]). Aus dem Vergleich der beiden Stellen bei Âryabhaṭa und Brahmagupta und aus den Kommentaren ergibt sich, dass es sich beide Male um die Lösung von linearen diophantischen Gleichungen

$$ax - by = c \tag{13}$$

handelt.

Schon Hankel[13]) hat vermutet, dass die indischen Astronomen sich deswegen mit diophantischen Gleichungen befassten, weil sie diese für chronologisch-astrologische Aufgaben brauchten, bei denen nach der Zeit gefragt wird, zu welcher gewisse Konstellationen der Planeten stattfinden. Die Hypothese Hankel's findet eine Stütze darin, dass bei Âryabhaṭa II 32—33 direkt auf II 31 folgt. Wir sehen jetzt, dass die Lehre von den linearen diophantischen Gleichungen für die Aufstellung des Periodensystems der indischen Astronomie sogar unentbehrlich war.

---

[11]) Übersetzung von W. E. Clark, Âryabhaṭîya. p. 43.

[12]) Colebrooke, Algebra with Arithmetic from Brahmagupta .... (London 1817), p. 325.

[13]) H. Hankel, Gesch. der Math. im Altertum und Mittelalter (1874), p. 197.

Diskussion der Gleichung (6)

Die Gleichung lautete

$$z - 300\,y = g = \frac{5}{6}\,\lambda \tag{14}$$

Zur Lösung hat man die gegebene Länge λ mit $^5/_6$ zu multiplizieren, das Ergebnis auf die nächstliegende ganze Zahl abzurunden und zu dieser ganzen Zahl ein solches Vielfaches von 300 zu addieren, dass das Ergebnis $g + 300\,y$ in die Nähe der gegebenen Grösse

$$z' = 1\,080\,000\,u \tag{15}$$

zu liegen kommt.

Hier entsteht nun eine Schwierigkeit. Im allgemeinen wird man $g+300\,y$ nicht genau gleich z' machen können, sondern nur etwas kleiner oder grösser, mit einem Fehler von höchstens 150 Einheiten. Ein solcher Fehler in z ergibt nach (15) einen Fehler von höchstens

$$\frac{150}{1\,080\,000} = \frac{1}{7\,200}$$

in u, d. h. in der Zahl der Umläufe pro Jahr. Nun ist ein Umlauf gleich 360°, also würde das einen Fehler von

$$\frac{360}{7\,200} = \frac{1}{20}\ \text{Grad}$$

in der jährlichen Bewegung der Planeten geben oder einen Fehler von maximal 3° in 60 Jahren.

Das ist natürlich viel zu viel. Die Perioden des Sûrya-Siddhânta und des Âryabhaṭa sind viel genauer, als man nach der hier angestellten Überlegung erwarten würde. Woran liegt das?

Schon Bentley hat die Bemerkung gemacht, dass die Fehler der Planetenörter im SS nur langsam anwachsen, wenn man in der Zeit zurückgeht[14]. Im Jahre —3101 sind die grössten Fehler nach Bentley's Tabelle 30° und 33°; nur für Merkur (der in Bentley's Tabelle fehlt) ist der Fehler etwas grösser. Die Erklärung ist offenbar diese: der Anfang des Kaliyuga war nicht beliebig gewählt, sondern so, dass die zurückgerechneten mittleren Planetenörter zu dieser Zeit alle nahe bei 0° waren.

Der Urheber des astronomischen Systems des SS muss also, aus der Beobachtung oder aus älteren Tafeln, die mittleren Örter und Geschwindigkeiten der Planeten gekannt und dann durch Rückrechnung einen Augenblick bestimmt haben, an dem alle Örter nahe bei 0° waren. Dann hat er die Örter theoretisch genau bei 0° angesetzt und schliesslich die Umlaufszahlen so bestimmt, dass die jetzigen Örter richtig herauskommen.

Für die Lösung der diophantischen Gleichung (14) hat das eine wichtige Folge, nämlich, dass die ganze Zahl y (die Zahl der Umläufe in der Zeit vom Anfang des Kaliyuga bis jetzt) von vornherein bekannt ist und nicht erst aus

[14]) J. Bentley, On the Hindu Systems of Astronomy, Asiatic Researches 8, p. 209.

der Gleichung bestimmt werden muss. Unser Astronom hat ja die Örter für —3101 aus Tafeln berechnet, also kennt er auch die Anzahl der Umläufe. Die Örter hat er vielleicht ein wenig korrigiert, um eine theoretisch genaue Konjunktion aller Planeten zu erhalten, aber die Umlaufszahlen y hat er natürlich nicht korrigiert. Also konnte er z ohne weiteres aus (14) auflösen, ohne eine unbestimmte Gleichung zu lösen. Die Lösung heisst:

$$z = 300\, y + \frac{5}{6}\lambda \tag{16}$$

Spätere Autoren, die die Zahl z korrigierten, um λ zu verbessern, konnten ebenfalls eine Gleichung wie (16) benutzen, ohne y zu ändern.

Von welcher Grössenordnung sind nun die Korrekturen, die unser «Urheber» an seinen berechneten Örtern für —3101 wahrscheinlich anbringen musste, um sie alle mit dem Anfangspunkt der Ekliptik zur Deckung zu bringen? Um das zu beantworten, müssen wir eine Wahrscheinlichkeitsbetrachtung anstellen.

Wahrscheinlichkeit einer Konjunktion aller Planeten

Wir nehmen einen Zeitraum von 6 000 Jahren, etwa von —6 000 bis 0. Wir nehmen an, dass für einen späteren Zeitpunkt die mittleren Örter und Geschwindigkeiten der 7 Planeten (inkl. Sonne und Mond) gegeben sind (etwa nach babylonischen, griechischen oder älteren indischen Tafeln). Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass in diesem Zeitraum einmal alle 7 Planeten im Bereich von —15° bis + 15° zusammenkommen?

Man kann den (mittleren) Mondort genau bei 0° annehmen, denn wenn der Mond nicht dort steht, so steht er höchstens 27 Stunden früher oder später genau bei 0°, und dieser kurze Zeitraum macht für die Sonne und die übrigen Planeten nicht viel aus. Der Mond steht 13⅓mal im Jahr bei 0°, also 80 000mal in 6 000 Jahren. Bei jeder dieser Gelegenheiten ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Sonne und alle 5 Planeten zwischen —15° und + 15° stehen

$$p = \left(\frac{1}{12}\right)^6 \tag{17}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass das $n = 80\,000$mal nicht der Fall ist, ist

$$Q = (1 - p)^n = 0{,}974 \tag{18}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass innerhalb von 6 000 Jahren eine Konjunktion der gewünschten Art stattfindet, ist also

$$P = 1 - Q = 0{,}026 \tag{19}$$

Das Zusammentreffen ist also sehr unwahrscheinlich. Nimmt man noch ein paar Jahrtausende hinzu, so vergrössert sich die Wahrscheinlichkeit P nur wenig.

Macht man die Fehlergrenzen noch enger, etwa von —10° bis + 10°, so wird die Wahrscheinlichkeit einer Konjunktion in einem Zeitraum von 6 000 Jahren praktisch Null. Unter 10° darf man somit auf keinen Fall heruntergehen, wenn man nicht äusserst unwahrscheinliche Ereignisse annehmen will.

Unser Urheber, der das System des Sûrya-Siddhânta entwarf, hat aber innerhalb eines Zeitraumes von der angegebenen Grössenordnung eine Konjunktion gefunden, nämlich die des Jahres —3101. Also müssen wir annehmen, dass er seine berechneten Planetenörter für —3101 etwas geändert hat, um eine genaue Konjunktion zu erzwingen. Die maximale Änderung betrug fast sicher mehr als 10°. Wir wollen 24°[15]) als maximal zulässige Änderung annehmen. Für das Intervall von —24° bis + 24° ergibt die obige Rechnung nämlich schon eine beträchtliche Wahrscheinlichkeit $P = 1 - Q = 0{,}36$. Nehmen wir also an, dass der Entwerfer des Systems zunächst von der gemessenen oder überlieferten Länge λ zur Epoche (1) ausgegangen ist und dann, rückwärts rechnend, für den Anfang des Kaliyuga die Länge λ_0 gefunden hat. Die gleiche Rechnung, die uns früher zur diophantischen Gleichung (6) führte, ergibt uns jetzt

$$z = 300\,y + \frac{5}{6}(\lambda - \lambda_o) \tag{20}$$

Nun hat unser «Urheber», wie wir annehmen, die von ihm berechnete Länge λ_0 gewissermassen gewaltsam durch Null ersetzt. Um die Länge λ zu seiner eigenen Zeit trotzdem richtig zu erhalten, musste er die Umlaufszahl z ändern, und zwar um den Betrag $\frac{5}{6} \cdot \lambda_0$. Wir haben angenommen, dass λ_0 höchstens 24° betrug, also beträgt die erforderliche Änderung in z höchstens

$$\frac{5}{6} \cdot 24 = 20$$

Das bedeutet praktisch: Vergleicht man die Umlaufszahlen z des Mondes und der 5 Planeten in 1 080 000 Jahren nach dem SS mit einer nach babylonischen oder griechischen Quellen berechneten Umlaufszahl in derselben Zeit und findet man dabei Abweichungen von höchstens 20 Umläufen, so ist das als eine gute Übereinstimmung zu werten. Sind aber einzelne Abweichungen erheblich grösser, etwa grösser als 30, so kann man mit einiger Wahrscheinlichkeit behaupten, dass dem SS andere Perioden zugrunde liegen.

Beim Apogeum und beim Knoten des Mondes wurde der Ort für —3101 auf Vielfache von 90° abgerundet. Dabei kann ein Abrundungsfehler von höchstens 45° auftreten. In z gibt das nach (20) einen Fehler von höchstens 37 Einheiten. Eine solche Abweichung in z muss also beim Apogeum und beim Knoten des Mondes noch als zulässig gelten, eine grössere Abweichung jedoch als unmöglich.

Wir wollen nun einige überlieferte Perioden mit denen des SS vergleichen.

---

[15]) Die Wahl von 24° als Fehlergrenze ist willkürlich. Alle nachfolgenden Schlüsse gelten jedoch auch dann, wenn man die Zahl 24 etwa durch 30 oder gar durch 36 ersetzt. Alle «Toleranzen» sind dann mit $\frac{5}{4}$ oder $\frac{3}{2}$ zu multiplizieren.

Das siderische Jahr

Ein Mahâyuga enthält nach dem alten SS

1 577 917 800 Tage.

Daraus folgt für die Dauer des siderischen Jahres, sexagesimal geschrieben,

365;15,31,30 Tage.

Âryabhaṭa hat, wie wir im ersten Abschnitt schon gesehen haben, 300 Tage weniger im Mahâyuga und erhält für das siderische Jahr

365;15,31,15 Tage.

Diese Abweichung hängt damit zusammen, dass Âryabhaṭa das Kaliyuga am Morgen anfangen lässt. Die Abweichung vom SS beträgt nur einen Vierteltag in 3 600 Jahren und ist als unerheblich zu betrachten. Der neue SS und andere Siddhântas haben wieder andere Werte der letzten Sexagesimalstelle[16]); auch diese Abweichungen sind unerheblich. Wenn wir aber in einer älteren Quelle eine Abweichung in der vorletzten Sexagesimalstelle finden, so können wir daraus schliessen, dass der SS sich nicht nach dieser Quelle gerichtet hat; denn es wäre dem Autor des SS ohne weiteres möglich gewesen, die Anzahl der Tage im Mahâyuga um 1200 Einheiten zu vergrössern oder zu verkleinern, ohne sonst irgendeine Unstimmigkeit in sein System hineinzubringen.

Wir stellen nun einige überlieferte Werte für das siderische Jahr zusammen.

Babylonische Mondrechnung[17]), System II	365;15,38,17
System I	365;15,34,18
Alter Sûrya Siddhânta	365;15,31,30
Âryabhaṭa und Tamil-Astronomie[18])	365;15,31,15
Siddhânta Ciromani[19])	365;15,30,22,30
Alter Pauliśa Siddhânta[20])	365;15,30
Hipparchos und Ptolemaios[21])	365;15,24,32
Modern	365;15,23

Wir sehen, dass der alte SS sich beim siderischen Jahr **nicht** nach einer uns bekannten babylonischen oder griechischen Quelle gerichtet hat.

---

[16]) Siehe die Zusammenstellung bei Burgess-Whitney, J. Amer. Or. Soc. 6, p. 168.

[17]) F. X. Kugler, Babylonische Mondrechnung (Freiburg 1900), p. 72 und 91.

[18]) J. Warren, Kala Samkalita, p. 7. Le Gentil, Hist. Acad. Roy. Sci. 1772 II, p. 185.

[19]) Burgess-Whithney, J. Amer. Or. Soc. 6, p. 168.

[20]) Varâha Mihira, Pañchasiddhântikâ III, 1 (ed. Thibaut-Dvivedî, p. 14). Der neue Pauliśa-Siddhânta, über den Bhattotpala berichtet, stimmt mit dem alten SS überein (G. Thibaut, Astronomie, Grundriss der indo-arischen Philologie III, 9, p. 41, § 27).

[21]) Berechnet aus dem tropischen Jahr des Hipparchos $\left(365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{300}\right)$ mit der Präzession von 1° in 100 Jahren, die Hipparchos als Mindestwert angegeben und Ptolemaios als endgültigen Wert angenommen hat (Almagest III,1 und VII,2).

Der synodische Monat

Der Mond vollführt in einem Mahâyuga nach dem SS und Âryabhaṭa übereinstimmend 57 753 336 Umläufe und die Sonne 4 320 000 Umläufe, also überholt der Mond die Sonne 53 433 336mal. Die Dauer des synodischen Monats ist also nach dem SS

$$\frac{1\,577\,917\,800}{53\,433\,336} = 29;31,50,6,53. \tag{21}$$

Für Âryabhaṭa erhält man nach derselben Methode

$$\frac{1\,577\,917\,500}{53\,433\,336} = 29;31,50,5,40. \tag{22}$$

Bei HIPPARCHOS[22]) und in System I der babylonischen Mondrechnung[23]) ist der synodische Monat 29;31,50,8,20. Wenn der SS diesen Wert haben wollte, so hätte er den Nenner in (21) um 12 verkleinern sollen. Das würde bedeuten, dass die Zahl der Umdrehungen des Mondes $x = 4\,z$ um 12 Einheiten, d. h. z um 3 Einheiten verkleinert werden müsste. Nun haben wir aber gesehen, dass Abweichungen bis 20 Einheiten in z nichts besagen. Es ist also sehr gut möglich, dass der SS von dem babylonischen Wert des synodischen Monats, den auch HIPPARCHOS benutzt hat, ausgegangen ist.

Der anomalistische Monat

Das Apogeum des Mondes vollführt nach Âryabhaṭa und dem alten SS in einem Mahâyuga 488 219 Umläufe, der Mond selbst aber 57 753 336 Umläufe. Also kehrt der Mond im Mahâyuga 57 265 117mal zum Apogeum zurück. Der anomalistische Monat enthält somit nach dem alten SS

$$\frac{1\,577\,917\,800}{57\,265\,117} = 27;33,16,35,8 \text{ Tage.} \tag{23}$$

HIPPARCHOS[24]) und System I der babylonischen Mondrechnung[25]) gehen von der Relation

269 anomalistische Monate = 251 synodische Monate

aus, aus der man für den anomalistischen Monat

$$\frac{251}{269} \cdot 29;31,50,8,20 = 27;33,16,26,56 \tag{24}$$

erhält.

Der Unterschied zwischen (23) und (24) beträgt nur 0;0,0,8,12. Um eine genaue Übereinstimmung zu erreichen, hätte man den Nenner in (23) um 80 vergrössern müssen, d. h. man hätte die Umlaufszahl des Apogeums im Mahâyuga $x = 4\,z + 1$ um 80 verkleinern müssen, also z um 20. Wir haben aber gesehen, dass ein Fehler von 37 Einheiten in z noch als zulässig betrachtet werden muss.

22) PTOLEMAIOS, Almagest IV,2.
23) KUGLER, Babylonische Mondrechnung, p. 24.
24) PTOLEMAIOS, Almagest IV,2.
25) KUGLER, Babylonische Mondrechnung, p. 21.

Es ist also möglich, dass der SS von der babylonischen Bestimmung des anomalistischen Monats ausgegangen ist.

Allerdings gibt es noch eine andere Möglichkeit. WARREN berichtet (Kala Samkalita, p. 112): «The Hindu astronomers have determined that there were exactly 3785 anomalistic revolutions of the moon in 105 952 mean Tidhis». Da nun 30 Tidhis oder Tithis einen synodischen Monat ausmachen, ergibt sich die Relation

$$56\,775 \text{ anomalistische Monate} = 52\,976 \text{ synodische Monate.} \tag{25}$$

Das Verhältnis ist fast gleich dem babylonischen 269 : 251. Rechnet man nach (25) die Dauer des anomalistischen Monats aus, so erhält man, wenn man vom babylonischen Wert des synodischen Monats ausgeht,

$$1 \text{ anomalistischer Monat} = 27;33,16,34,54 \text{ Tage} \tag{26}$$

und wenn man vom synodischen Monat (21) des alten SS ausgeht

$$1 \text{ anomalistischer Monat} = 27;33,16,33,32. \tag{27}$$

Der anomalistische Monat (23) ist ganz nahe bei (26) und ziemlich nahe bei (27). Es ist also auch möglich, dass der alte SS auf (25) beruht.

Der drakonitische Monat

Aus den Umlaufszahlen des Mondes und des Mondknotens erhält man für den drakonitischen Monat des alten SS

$$\frac{1\,577\,917\,800}{57\,985\,562} = 27;12,44,6,43. \tag{29}$$

Für das Verhältnis des synodischen zum drakonitischen Monat erhält man, wenn man den babylonischen synodischen Monat zugrunde legt,

$$\frac{29;31,50,8,20}{27;12,44,6,43} = \frac{57\,985\,562}{53\,433\,324} = 1;5,6,42,4 \tag{30}$$

und wenn man den synodischen Monat des alten SS zugrunde legt

$$\frac{29;31,50,6,53}{27;12,44,6,43} = \frac{57\,985\,562}{53\,433\,336} = 1;5,6,42,1. \tag{31}$$

System I der babylonischen Mondrechnung und HIPPARCHOS haben das Verhältnis

$$\frac{5923}{5458} = 1;5,6,42,21 \tag{32}$$

und System II hat

$$1;5,6,42,25.$$

Um (30) mit (32) in Übereinstimmung zu bringen, müsste man den Zähler 57 985 562 in (30) um 69 vergrössern, d. h. man müsste die Umlaufszahl $x = 4z + 2$ des Mondknotens um die nächstliegende durch 4 teilbare Zahl 68, das heisst z um 17 vergrössern. Da nach dem Früheren ein Fehler von 37 in z noch als zulässig betrachtet werden muss, so folgt, dass der SS sich auch in der Bewegung des Mondknotens möglicherweise nach dem babylonisch-Hipparchischen Wert gerichtet hat.

Planetenperioden

In den Keilschrifttexten und bei RHETORIOS[26]) findet man die folgenden Planetenperioden:

Saturn	9	siderische Umläufe	in	265 Jahren
Jupiter	36	siderische Umläufe	in	427 Jahren
Mars	151	siderische Umläufe	in	284 Jahren
Venus	720	synodische Perioden	in	1 151 Jahren
Merkur	1 513	synodische Perioden	in	480 Jahren

Bei Venus und Merkur erhält man die Anzahl der Umläufe der çîghra, indem man die synodischen Perioden und die Jahre zusammenzählt. Das ergibt

für Venus	1 871 Umläufe in	1 151 Jahren
für Merkur	1 993 Umläufe in	480 Jahren

Rechnet man daraus die Umlaufszahlen in 1 080 000 Jahren aus, so erhält man die in Spalte 2 der Tabelle 2 angeführten Zahlen. Zum Vergleich sollen in den Spalten 4 und 6 die Zahlen aus dem alten SS und die modernen Werte angeführt werden. Die Zwischenspalten 3 und 5 enthalten die Differenzen SS-RHETORIOS und SS-Modern.

Tabelle 2 Umlaufszahlen in ¼ Mahâyuga

Planeten	Rhetorios	SS-Rh	alte SS	SS-Mod	Modern
Merkur	4 484 250	0	4 484 250	— 36	4 484 286
Venus	1 755 586	+ 11	1 755 597	+ 21	1 755 576
Mars	574 225	— 19	574 206	— 16	574 222
Jupiter	91 054	+ 1	91 055	+ 5	91 050
Saturn	36 679	— 38	36 641	— 20	36 661

In allen Fällen ausser bei Saturn bleiben die Abweichungen unterhalb der 20 Einheiten, die wir als zulässig erkannt haben. Es ist also möglich, dass der alte SS die in der astrologischen Literatur überlieferten Umlaufszeiten für Merkur, Venus, Mars und Jupiter benutzt hat. Für diese Annahme spricht auch, dass die Differenzen SS-RHETORIOS meistens kleiner sind als die Differenzen SS-Modern. Wären die Umlaufszahlen des SS direkt aus der Beobachtung gewonnen, ohne Benutzung der babylonisch-hellenistischen Tradition, so müsste man das Umgekehrte erwarten.

Nur bei Saturn hat der SS offensichtlich nicht den alten babylonischen Wert benutzt. In der Tat weicht dieser alte Wert so stark von der Wirklichkeit ab, dass der Fehler sich in einigen Jahrhunderten bemerkbar machen musste. Liegen doch zwischen der Zeit der babylonischen Planetenrechnung[27]) (2. Jahr-

[26]) Catal. cod. astrol. Graec. I (1898), p. 163. Für eine Diskussion und einen Vergleich mit den keilschriftlich überlieferten Planetenperioden siehe v. D. WAERDEN, Das grosse Jahr, Hermes 80 (1952), p. 137.

[27]) Die 265jährige Planetenperiode ist 150 vor Chr. bereits keilschriftlich überliefert. Siehe B. L. v. D. WAERDEN, Zur babylonischen Planetenrechnung, Eudemus I (1941), p. 40.

hundert vor Chr.) und der Zeit des alten SS (5. Jahrh. nach Chr.) mehr als 6 Jahrhunderte!

Der Urheber des alten SS hat also höchst wahrscheinlich eine Reihe von babylonischen Mond- und Planetenperioden benutzt, aber das siderische Jahr und die Umlaufszeit des Saturn, die am meisten verbesserungsbedürftig waren, korrigiert.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass bei Rhetorios auch eine Spekulation über die Dauer des «grossen Jahres» vorkommt, nach dessen Ablauf die Planeten immer wieder an einer bestimmten Stelle des Tierkreises zusammenkommen (siehe meine vorhin zitierte Arbeit in Hermes 80). Die Vermutung, dass der SS von der babylonisch-hellenistischen Periodenrechnung abhängig ist, wird dadurch noch bekräftigt. Auch die hohe Potenz von 60 im indischen Mahâyuga ist ein sicheres Zeichen des babylonischen Ursprunges.

Genauigkeit der Planetenörter bei Âryabhaṭa

Die anfangs hergeleitete Gleichung (4) für die mittlere Länge λ eines Planeten am Mittag des 21. März 499 kann auch so geschrieben werden:

$$\lambda = \frac{x - 1200\,y}{10} \cdot 3^\circ \tag{33}$$

Für den Mondknoten hat man (33) zu ersetzen durch

$$\lambda = 180^\circ - \frac{x - 1200\,y}{10} \cdot 3^\circ \tag{34}$$

Da wir die Umlaufszahlen x im alten SS und bei Âryabhaṭa kennen, können die mittleren Örter leicht nach (33) berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengestellt. Zum Vergleich geben wir auch die modernen Werte[28]) an

Tabelle 3 Mittlere Örter 499 März 21

	alte SS	Âryabhaṭa	modern	Ar – Mod
Sonne	360	360	359,8	+ 0,2
Merkur	180,0	186,0	183,5	+ 2,5
Venus	356,4	356,4	356,2	+ 0,2
Mars	7,2	7,2	6,9	+ 0,3
Jupiter	186,0	187,2	187,2	0,0
Saturn	49,2	49,2	48,4	+ 0,8
Mond	280,8	280,8	280,6	+ 0,2
Mondknoten	352,2	352,2	352,0	+ 0,2
Frühlingspunkt	360	360	360	0,0
ζ piscium	360	360	359,0	+ 1,0

[28]) Nach den Tafeln von P. V. Neugebauer: Tafeln zur astron. Chronol. II, mit den Korrekturen von Schoch berechnet.

Die indische Ekliptikeinteilung ist siderisch: sie ist dadurch definiert, dass der kleine Stern ζ piscium die Länge Null hat. Ausserdem fiel nach allen indischen Texten im Jahr 499 der Frühlingspunkt gerade mit dem Anfang der Ekliptik zusammen. Aus diesem Grunde wurden der obigen Tabelle zwei Zeilen für den Frühlingspunkt und für ζ piscium hinzugefügt.

Die Behauptungen unserer Texte, dass ζ piscium, der Frühlingspunkt und der Ort der Sonne am Mittag des 21. März mit dem Anfangspunkt der Ekliptik zusammenfallen, können natürlich nicht genau stimmen, da die drei genannten Örter verschieden sind. Das beste Mittel, den Nullpunkt der Ekliptik des Âryabhaṭa festzulegen, scheint wohl die Bildung eines Mittels aus allen Differenzen in der letzten Spalte der Tabelle zu sein. Dabei mögen Merkur und Mars ausser Betracht bleiben, da ihre mittleren Örter sehr schwer genau zu bestimmen sind. Es empfiehlt sich ferner, der Sonne und dem Monde ein höheres Gewicht zu geben, weil ihre Örter sich durch Finsternisbeobachtungen sehr genau bestimmen lassen. Gibt man diesen beiden das doppelte Gewicht, so findet man 0,3 als Mittel der letzten Spalte. *Wir nehmen also an, dass der Nullpunkt der indischen Ekliptik 0,3° vor dem modernen Nullpunkt des Jahres 499* liegt.

Subtrahiert man dementsprechend 0,3 von den Differenzen, so werden die Differenzen für Sonne, Mond und Mondknoten alle —0,1 und für Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn

$$+2{,}2 \qquad -0{,}1 \qquad 0{,}0 \qquad -0{,}3 \qquad +0{,}5.$$

Die Übereinstimmung ist ausgezeichnet. Die Perioden des Âryabhaṭa müssen auf sehr guten Beobachtungen und sorgfältigen Rechnungen beruhen.

Das Datum des alten SS

Die Örter des alten SS stimmen grösstenteils mit denen des Âryabhaṭa überein, sind also ebenfalls für 499 recht genau. Stellt man den Vergleich mit der modernen Rechnung für ein früheres oder späteres Datum an, so wird die Übereinstimmung schlechter. Daraus kann man schliessen, dass der alte SS nicht lange vor 499 entstanden sein kann.

Dieselbe Methode hat Bentley schon auf die Datierung des neuen SS angewandt. Wir wollen versuchen, die Methode so zu verfeinern, dass sie einigermassen gesicherte Fehlergrenzen gibt. Zu dem Zwecke soll die Gausssche Methode der kleinsten Quadrate angewandt werden.

Da der alte SS für Sonne, Mond und die meisten Planeten mit Âryabhaṭa übereinstimmt, so ist anzunehmen, dass auch der Nullpunkt der Ekliptik derselbe ist. Unter dieser Annahme wurden zunächst die Fehler der mittleren Örter für 499 März 21 berechnet. Sodann wurde berechnet, wie diese Fehler sich im Laufe der Zeit ändern. Ist t die Zeit in Jahrhunderten seit 499, so ergaben sich für die Fehler lineare Ausdrücke in t, die in Tabelle 4 zusammengestellt sind. Sodann wurde t nach GAUSS so bestimmt, dass die Summe der Quadrate der Fehler möglichst klein wird. Dabei wurden die Fehlerquadrate mit Gewichten versehen, entsprechend der (geschätzten) Beobachtungsgenauigkeit. Sonne und Mond erhielten das höchste Gewicht, weil ihre Örter sich durch Finsternisbeobachtungen sehr genau festlegen lassen, und Merkur das kleinste. Die Gewichte sind in der letzten Spalte angegeben. Die vorangehenden Spalten erhalten die nach der Formel berechneten Fehler für 399 und 299. Man sieht, dass die Fehler immer grösser werden, je weiter man sich vom Jahre 499 entfernt, ausgenommen für Merkur.

Die letzte Zeile «Frühlingspunkt» erfordert noch eine Erläuterung. Der alte SS kennt (ebenso wie Âryabhaṭa und sogar noch BRAHMAGUPTA) keine Präzession der Äquinoktien. Die in Kap. IX des Pañchasiddhântikâ angegebenen Regeln setzen alle voraus, dass der Frühlingspunkt dauernd die Länge Null hat. Die wahre Länge des Frühlingspunktes auf der indischen siderischen Ekliptik ist aber $0{,}3 - 1{,}39\,t$. Der Fehler ist also $-0{,}3 + 1{,}39\,t$. Wenn der alte SS im Jahr 399 geschrieben wäre, wäre der Fehler in der Bestimmung des Frühlingspunktes $-1{,}7$; das ist schon sehr viel. Früher darf man kaum mit der Datierung zurückgehen.

Tabelle 4 Fehler des alten SS

	Fehler für $499 + 100\,t$	für 399	für 299	Gewicht
Sonne	$-0{,}1 - 0{,}22\,t$	$+0{,}1$	$+0{,}3$	10
Merkur	$-3{,}8 - 1{,}21\,t$	$-2{,}6$	$-1{,}4$	1
Venus	$-0{,}1 + 0{,}70\,t$	$-0{,}8$	$-1{,}5$	5
Mars	$0{,}0 - 0{,}55\,t$	$+0{,}6$	$+1{,}1$	2
Jupiter	$-1{,}5 + 0{,}16\,t$	$-1{,}7$	$-1{,}8$	5
Saturn	$0{,}5 - 0{,}68\,t$	$+1{,}2$	$+1{,}9$	5
Mond	$-0{,}1 - 0{,}14\,t$	$0{,}0$	$+0{,}2$	10
Mondknoten	$-0{,}1 + 0{,}42\,t$	$-0{,}5$	$-0{,}9$	4
Frühlingspunkt	$-0{,}3 + 1{,}39\,t$	$-1{,}7$	$-3{,}1$	3
ζ piscium	$+0{,}7$	$+0{,}7$	$+0{,}7$	5

Als bester Wert von t ergab sich nach der Methode der kleinsten Quadrate $t = -0{,}02$; d. h. das Jahr 497 gibt die beste Übereinstimmung. Als mittlerer Fehler dieser Bestimmung ergab sich 0,45, d. h. 45 Jahre. Lässt man den 2,2-fachen mittleren Fehler noch als zulässig gelten, erhält man die Jahre 400 und 600 als Grenzen, zwischen denen das Entstehungsdatum liegen muss. Beachtet man nun weiter, dass Âryabhaṭa (499) die Umlaufszahlen des alten SS gekannt haben muss (er hat ja die Zahlen für Merkur und Jupiter verbessert und die übrigen ungeändert übernommen), so folgt:

Die Umlaufszahlen des alten SS sind im 5. Jahrhundert n. Chr. aufgestellt, am wahrscheinlichsten in der zweiten Hälfte des Jahrhunderts.

Die Apsiden der Planetenbahnen

Im alten Sûrya-Siddhânta und bei Âryabhaṭa sind die Apogea der Sonne und der 5 Planeten fest, nämlich[29]).

	Sonne	Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn
Alte SS	80	220	80	110	160	240
Âryabhaṭa	78	210	90	118	180	236

Die Knoten der Planetenbahnen sind ebenfalls fest. Man kann die Aussage des Âryabhaṭa (I 7) allerdings auch so interpretieren, dass die Knoten und Apogea sich langsam bewegen und sich jetzt dort befinden, aber BRAHMAGUPTA (XI 8) hat sie nicht so interpretiert, denn er schreibt: «Nach dem Aryâstaśata (= Âryabhaṭîya II–IV) bewegen sich die Knoten der Plantenbahnen, nach dem Daśagîtika (= Âryabhaṭîya I) sind sie fest» (nach CLARK, Âryabhaṭîya p. 11).

Am Anfang des Kaliyuga sind die mittleren Längen der Planeten alle Null, die wahren Längen aber nicht, denn die Mittelpunktsgleichung ist nur in den Apsiden Null. BRAHMAGUPTA hat also völlig recht, wenn er bemerkt, dass nach Âryabhaṭa die Planeten am Anfang des Yuga nicht alle im Anfangspunkt des Widders stehen.

Wahrscheinlich, um diesen Mangel zu beheben, hat der neue SS den Apsiden und Knoten eine sehr langsame Bewegung gegeben. Am Anfang des Kalpa waren sie alle bei 0°, und die Umlaufszahlen sind so berechnet, dass die jetzigen Örter ungefähr richtig hinkommen. Wie schon bemerkt, führt das auf eine komplizierte diophantische Gleichung (9) oder (10). Zur Bestimmung der Umlaufszahlen x musste der Urheber dieses Systems die kleinste Lösung dieser diophantischen Gleichung suchen. Die kleinste Lösung x von (10) ist immer kleiner als 4 000, aber durch eine geringfügige Modifikation der Länge kann man leicht kleinere Lösungen erhalten. Im neuen SS (I 41–44) sind die Umlaufszahlen alle kleiner als 1 000. Wie sie berechnet sind, weiss ich nicht.

Âryabhaṭa und der alte Sûrya-Siddhânta

BRAHMAGUPTA zitiert im Brâhmasphutasiddhânta XI 5 aus dem Âryabhaṭîya die Zahl der Jahre im Mahâyuga (4 320 000) und bemerkt dazu:

«Das Yuga ist in beiden Lehrbüchern (?)[30]) offenbar das gleiche. Aus welchem Grunde ist aber zwischen ihnen ein Unterschied von 300 Sonnenaufgängen?»

---

[29]) Für den alten SS siehe VARÂHA MIHIRA IX,7 und XVII,2 (Thibaut und Dvivedî, p. 56 und 93). Für Âryabhaṭa siehe Âryabhaṭîya I,7 (Clark, p. 16).

[30]) Der von W. E. CLARK, Âryabhaṭîya, p. 11, zitierte Text hat tat tayor = das in beiden. Der von B. DÂJÎ im J. Roy. Asiatic Soc. N. S. I (1865), p. 401, wiedergegebene Text hat tantrayor = in beiden Lehrbüchern. Die Ausgabe von SUDHÂKARA DVIVEDIN in Pandit (N. S.) 23—24, Benares 1901/02, war mir nicht zugänglich. Der Sanskritist der Zürcher Universität, Prof. M. LEUMANN, war so freundlich, mir den Text zu erläutern.

Aus dieser Stelle schliessen SUDHÂKARA[31]) und CLARK, dass BRAHMAGUPTA zwei Werke des Âryabhaṭa kannte, von denen das eine in 4 320 000 Jahren 300 Tage mehr rechnete als das andere. Aus Brâhmasphutasiddhânta XI 13–14 ergibt sich weiter, dass in einem Werk des Âryabhaṭa der Yuga mit Sonnenaufgang begann (wie in unserem Âryabhaṭîya) und in einem anderen zu Mitternacht (wie im alten und neuen SS). Auch VARÂHA MIHIRA schreibt (Pañchasiddhântikâ XV 20):

«Âryabhaṭa maintains that the beginning of the day is to be reckoned from midnight at Lankâ; and the same teacher again says that the day begins from sunrise at Lankâ.»

Es hat also zwei Werke des gleichen Autors gegeben: das erste schliesst sich dem alten SS an und lässt den Yuga zu Mitternacht beginnen; das zweite (unser Âryabhaṭîya) rechnet vom Sonnenaufgang und gibt dem Yuga 300 Tage weniger. Die zweite Änderung ist, wie wir schon gesehen haben, notwendig mit der ersten verknüpft.

In seinem Werke Khandakhâdyaka[32]) stellt BRAHMAGUPTA sich das Ziel, Rechenregeln zu geben, die in ihren Resultaten mit denen des Âryabhaṭa übereinstimmen. Wie THIBAUT[33]) mitteilt, ist das Werk aber nicht auf den Umlaufszahlen des Âryabhaṭîya basiert, sondern auf denen des alten SS. So bestätigt sich von neuem, dass Âryabhaṭa ausser dem uns bekannten Werk ein anderes geschrieben hat, das sich noch enger an den alten SS anschliesst.

Die Elemente unseres Âryabhaṭîya sind, wie wir gesehen haben, für die Zeit um 499 besser als die des alten SS. Daraus kann man schliessen, dass der uns vorliegende Âryabhaṭîya jünger ist als das andere Werk des Âryabhaṭa. Es muss möglich sein, aus dem Khandakhâdyaka den Hauptinhalt des älteren Werkes zu rekonstruieren und durch Vergleich der beiden Werke den Entwicklungsgang des Astronomen Âryabhaṭa zu studieren.

ALBIRUNI unterscheidet zwei Âryabhaṭas, von denen der zweite, Âryabhaṭa von Kusumapura, sicher mit dem Autor unseres Âryabhaṭîya identisch ist; das zeigen viele Zitate (siehe CLARK, Âryabhaṭîya, p. X). Wahrscheinlich hat ALBIRUNI beide Werke des Âryabhaṭa gesehen und auf Grund der Unterschiede die Autoren für verschieden gehalten. VARÂHA MIHIRA aber, ein Zeitgenosse Âryabhaṭas, schreibt die beiden Werke ausdrücklich demselben Lehrer zu [34]).

---

[31]) Zitiert bei CLARK, p. 11, Fussnote 1.

[32]) P. SENGUPTA, Translation of Brahmaguptas Khandakhâdyaka, Calcutta 1934. Sanskrit Edition: The Khandakhâdyaka, by Brahmagupta, edited by P. Sengupta, Calcutta 1941.

[33]) Grundriss der indo-arischen Altertumskunde. Astronomie, Astrologie und Math., p. 59.

[34]) Ausserdem hat es noch einen zweiten, viel späteren Âryabhaṭa gegeben, den Autor des Mahâsiddhânta oder Âryasiddhânta. Siehe darüber THIBAUT (l. c.); CLARK (l. c.) und KAYE, Bibl. Math. X, 289.