

# Über die Grundlagen der technischen Mechanik

Von  
HANS ZIEGLER

(Antrittsvorlesung vom 17. April 1943 an der Eidgenössischen Technischen Hochschule)

1. Wenn wir uns nach dem wissenschaftlichen Rüstzeug umsehen, das dem gestaltenden Ingenieur zur Bewältigung seiner Aufgaben zur Verfügung steht, dann stellen wir fest, dass neben den verschiedenen Sondergebieten der Physik, auf denen sich einzelne Zweige des Ingenieurwesens aufbauen, im wesentlichen zwei wichtige Hilfsmittel existieren, die für alle Disziplinen grundlegend und daher für jede Art technischen Schaffens schlechthin unentbehrlich sind: Mathematik und Mechanik.

Zwar nehmen im Arbeitsgebiet des Maschineningenieurs zweifellos thermodynamische Fragen den ersten Platz ein — wohl beherrschen in erster Linie elektrodynamische Gedankengänge die Tätigkeit des Elektroingenieurs; auf beiden Gebieten, insbesondere aber auch im Bauingenieurwesen, beanspruchen aber — wenn wir von den mathematischen Hilfsmitteln zunächst absehen — mechanische Probleme einen breiten Raum. Darunter verstehen wir diejenigen Fragen, welche sich auf das Gleichgewicht oder die Bewegung irgendwie gestalteter fester, flüssiger oder gasförmiger Körper beziehen.

Die Mechanik ist ihrem Wesen nach — wie aus dieser Definition hervorgeht — ein Teilgebiet der Physik und damit eine Naturwissenschaft. Als solche beruht sie in letzter Linie auf der Erfahrung; als solche dient sie andererseits vornehmlich der Erkenntnis des um uns sich abspielenden Naturgeschehens, insofern sie dieses Geschehen in ihrem Bereiche zu erklären, d. h. auf einfache Gesetze zurückzuführen und der Voraussage zugänglich zu machen sucht. Neben dieser naturgeschichtlichen Funktion, die sich — um nur ein einziges Beispiel zu nennen — auf astronomischem Gebiet ausserordentlich fruchtbar ausgewirkt hat, besitzt sie aber heute die Bedeutung einer der wichtigsten Grundlagen allen technischen Gestaltens. Diese — auf rein praktische Zwecke ausgerichtete Bestimmung ist indessen schon sehr früh zutage getreten; so steht schon die Begründung der Statik durch Archimedes in engem Zusammenhang mit der Ausbildung einfacher Maschinen zum Zwecke der Kraftersparnis, wie etwa des Hebels oder verschiedener Arten von Flaschenzügen.

2. Bedenkt man, dass sich die Entwicklung jeder Wissenschaft vom Einfachen zum Komplizierteren vollzieht, und dass bei der Mechanik insbesondere von allem Anfang an technische Gesichtspunkte mitbestimmend waren, dann wird die übliche Unterteilung des ganzen Gebietes in die Statik, d. h. die Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte, und die Dynamik oder die Lehre von den Bewegungen der Körper leicht verständlich. Vom theoreti-

schen Standpunkte aus entbehrt sie allerdings einer tieferen Begründung, denn die einfachen Bewegungsformen eines Körpers unter einer im Gleichgewicht befindlichen Kräftegruppe stellen nur Sonderfälle allgemeinerer Bewegungen dar. Sie entspricht aber auch heute noch in hohem Masse der technischen Praxis. Hier bestehen nämlich der dynamische und der statische Fall selbständig nebeneinander; sie treten nur selten in der gegenseitigen Beziehung des allgemeinen und des Sonderfalles auf und haben sich — den speziellen Erfordernissen der verschiedenen technischen Disziplinen angepasst — zu eigenständigen Teilgebieten der Mechanik entwickelt.

So bedient sich beispielsweise der Bauingenieur, dessen Interesse sich im wesentlichen auf Konstruktionen erstreckt, die sich bezüglich der Erde in Ruhe befinden, fast ausschliesslich der Statik, die er unter Entwicklung besonderer, eng auf seine Bedürfnisse zugeschnittener Methoden zur sogenannten Baustatik ausgebaut hat. Der Maschineningenieur dagegen bedarf — entsprechend der Tatsache, dass jede Maschine aus ruhenden und bewegten Teile zusammengesetzt ist — sowohl statischer als dynamischer Hilfsmittel, die er von Fall zu Fall dem einen oder anderen Teilgebiet entnimmt und seinerseits — zum Beispiel in Form der technischen Festigkeitslehre — seinen besonderen Anforderungen angepasst hat.

Während diese Zweiteilung der Mechanik heute vorwiegend dem praktischen Bedürfnis entspricht, gewinnt man eine andere, auch theoretisch gerechtfertigte Einteilung in getrennte Sondergebiete, wenn man die verschiedenen Körper, mit denen man zu tun hat, nach ihrem statischen Verhalten unter dem Einfluss äusserer Kräfte ausscheidet, wobei man als Kennzeichen dieses Verhaltens die Art der Formänderung benützen kann.

So unterscheidet man beim festen Körper zwischen dem starren, elastischen und plastischen Verhalten, je nachdem er unter einer beliebigen Belastung seine Form beibehält, vorübergehend oder dauernd verändert, und erhält damit die bekannte Unterteilung in die Stereomechanik, die Elastizitätstheorie und die Mechanik bildsamer Körper. In den Flüssigkeiten und Gasen besitzt man ferner zwei Körper, welche gewisser Deformationen ohne Einwirkung äusserer Kräfte fähig sind und sich untereinander im wesentlichen in der Raumbeständigkeit unterscheiden; ihre Bewegungen werden mit den Methoden der Hydro- und Aeromechanik untersucht.

Da der Zusammenhang zwischen Belastung und Formänderung naturgemäss nicht nur das statische, sondern auch das dynamische Verhalten eines Körpers bestimmt, führt auch diese Klassifizierung zu weitgehend selbständigen Teilgebieten. Auf die Frage ihrer gegenseitigen Abgrenzung werden wir noch zurückkommen.

3. Ein kurzer Blick auf die geschichtliche Entwicklung der Mechanik lässt uns ihren Ursprung in den Arbeiten erkennen, mit denen im dritten vorchristlichen Jahrhundert ARCHIMEDES den Grundstein zur Statik gelegt hat. Über diesen vielversprechenden Anfang ist indessen weder das Altertum noch das Mittelalter hinausgekommen, und die statische Forschung ist erst mit den grossen Entdeckungen und dem Neuaufleben der Naturwissen-

schaften zu Beginn der Neuzeit durch LEONARDO und STEVIN wieder aufgenommen worden, während gleichzeitig die Astronomie mit dem Übergang vom Ptolemäischen zum Kopernikanischen Weltsystem einen neuen Aufschwung nahm und damit wichtige Grundlagen für die spätere Entwicklung der Dynamik schaffte.

Als bedeutendster Förderer der Mechanik zu Beginn des Zeitalters moderner Naturforschung ist GALILEI zu nennen, der auf Grund seiner Fallversuche das Trägheitsgesetz aufgestellt und mit der Schöpfung der ersten dynamischen Begriffe den entscheidenden Schritt von der Statik zur Bewegungslehre getan hat. Neben der damit vollzogenen Begründung der Dynamik — zweifellos der bedeutendsten unter den zahlreichen Leistungen GALILEIS — ist für uns indessen auch die Grundlegung der Elastomechanik von Interesse, die wir seinen Untersuchungen über die Festigkeit von Balken verdanken.

Mit GALILEI setzte eine rasche Fortentwicklung ein. Die Dynamik insbesondere wurde durch HUYGHENS noch einen Schritt weiter gefördert und dann von NEWTON, dessen Geburtstag sich zu Beginn dieses Jahres zum dreihundertsten Male gejährt hat, in allen grundsätzlichen Fragen zu ihrer klassischen Vollendung gebracht. In der Tat stellen seine drei Prinzipien das Fundament dar, auf dem bis vor wenigen Jahrzehnten von zahlreichen Forschern weiter aufgebaut werden konnte, und das noch heute der technischen Mechanik, welche vom Übergang zur Relativitätstheorie nicht berührt worden ist, als Grundlage dient. Als weitere Schöpfung NEWTONS ist das allgemeine Gravitationsgesetz zu erwähnen, das auf der Basis des Kopernikanischen Weltsystems die Bewegung der Himmelskörper auf die Prinzipien der Dynamik zurückführte und damit die willkommene Gelegenheit bot, diese am umfangreichen Beobachtungsmaterial, das die Astronomen gesammelt hatten, zu bestätigen.

4. Den Mechanikern nach NEWTON stellten sich vorerst zwei Aufgaben.

Erstens mussten seine — zunächst nur für den Massenpunkt formulierten — Gesetze auf die wirklich vorkommenden Körper übertragen werden, und dies war zum Teil nur unter Zuhilfenahme neuer Erfahrungstatsachen betreffend die Natur dieser Körper möglich. So konnte — um nur ein Beispiel zu nennen — die Elastizitätstheorie nicht allein aus den Newtonschen Prinzipien entwickelt werden, sondern bedurfte einer weiteren, der Erfahrung entnommenen Grundlage, nämlich des genaueren Zusammenhanges zwischen Spannung, Dehnung und Querdehnung, den wir als Hookesches Gesetz bezeichnen.

Zweitens waren den einzelnen Teilgebieten angepasste Methoden auszuarbeiten, welche eine rationelle Behandlung der verschiedenen Bewegungs- und Gleichgewichtsprobleme gestatteten. Diese Verfahren hatten sich — sollten sie wirklich brauchbare, insbesondere auch quantitativ richtige Ergebnisse liefern — der Hilfsmittel der Mathematik zu bedienen, soweit sie schon zur Verfügung standen; wo diese noch fehlten, mussten sie erst geschaffen werden.

Während die erste dieser beiden Aufgaben von der experimentellen Seite her zu lösen war und die Theorie damit neuerdings auf dem Boden der Erfahrung verankerte, erklärt die zweite die grosse Bedeutung, welche heute der Mathematik im Rahmen der Mechanik zukommt. Schon ein wichtiges Hilfsmittel bei der Formulierung der Grundprinzipien, ist sie im Verlaufe der Entwicklung erst recht zum unentbehrlichen Bestandteil der Mechanik geworden, so dass wir uns diese in ihrer gegenwärtigen Gestalt ohne Mathematik schlechthin nicht vorstellen können.

Obwohl das Umgekehrte nicht mit gleichem Recht behauptet werden kann, haben wir — historisch gesehen — die innige Verknüpfung beider Wissenschaften nicht einseitig als Geben von Seiten der Mathematik und Nehmen seitens der Mechanik, sondern vielmehr als wechselseitige Förderung aufzufassen. Wenn nämlich einerseits die Lösung selbst einfacher mechanischer Aufgaben ohne die Mittel der Analysis kaum denkbar ist, so hat doch — bildlich ausgedrückt — der Mechaniker in vielen Fällen dem Mathematiker den Weg der Fortentwicklung seiner Wissenschaft gewiesen, weshalb man andererseits mit Recht behaupten darf, dass sich die Mathematik wenigstens teilweise an mechanischen Fragestellungen entwickelt hat.

Es sei nur auf das älteste und zugleich bedeutendste Beispiel für diesen Sachverhalt, nämlich die Begründung der Infinitesimalrechnung durch NEWTON und LEIBNITZ hingewiesen, die dem Bedürfnis entsprang, den Zusammenhang zwischen den wichtigsten kinematischen Veränderlichen eines Massenpunktes — seinem Ort, seiner Geschwindigkeit und seiner Beschleunigung — herzustellen.

Es wäre auch unrichtig, die Mechanik als einen Zweig der Mathematik aufzufassen. Entkleidet man sie nämlich ihres analytischen Gewandes, so kommt man auf die verschiedenen Körper und die Frage nach ihrem physikalischen Verhalten zurück; die Elemente, die jeder Wissenschaft zugrunde liegen, sind bei der Mechanik nicht Ideen wie in der Mathematik, sondern der Erfahrung entnommene, von der Natur gegebene Tatsachen.

5. Sowohl die Übertragung der für den Massenpunkt gültigen Prinzipien auf wirkliche Körper, wie die Heranbildung eines zweckentsprechenden mathematischen Apparates haben in der seit den newtonschen Arbeiten geflossenen Forschungsperiode rasche Fortschritte gemacht und zu einer breiten Entwicklung geführt, die noch heute in vollem Gange ist. Der gleiche Zeitraum ist durch den ebenso gründlichen Ausbau der übrigen Zweige der Physik gekennzeichnet, und so waren denn zu Beginn des neunzehnten Jahrhunderts die Voraussetzungen für den seither stattgehabten Aufschwung der Technik gegeben.

Angesichts des Ausmasses, in dem diese in alle Sphären menschlichen Seins und Tuns eingegriffen hat, ist es nicht verwunderlich, dass sie sich allmählich weiter Bereiche der Mechanik bemächtigt, ihnen die Probleme gestellt und damit den weiteren Entwicklungsgang vorgeschrieben hat. So stehen wir denn heute vor der Tatsache, dass sich in Form der technischen

Mechanik innerhalb unseres Wissenszweiges ein umfangreiches Teilgebiet abgegrenzt und den Erfordernissen der Technik angepasst hat.

Für eine im Dienste der Technik stehende Wissenschaft gilt bis zu einem gewissen Grade das Wort vom Zweck, der die Mittel heiligt. Während nämlich der allein auf Naturerkenntnis bedachte Forscher die Probleme, zu deren Behandlung seine Hilfsmittel noch nicht ausreichen, einstweilen beiseite legen und ihre Lösung späteren Zeiten überlassen kann, muss die auf den technischen Zweck ausgerichtete Forschung solche Fragen, sofern sie an sie herantreten, unter allen Umständen — bisweilen auch unter Verzicht auf die an sich wünschenswerte methodische Exaktheit — einer Lösung entgegenführen, auch wenn diese nur den Charakter einer brauchbaren Näherung besitzen sollte. So ist es denn verständlich, dass das Aufkommen der technischen Mechanik vielfach von einer Wandlung der Methoden im Sinne der vermehrten Verwendung von vereinfachenden Annahmen und Näherungsverfahren begleitet war.

6. Die technische Mechanik — in ihrer heutigen Gestalt ein mächtiges Hilfsmittel in der Hand des Ingenieurs — beruht in mancherlei Hinsicht auf der Erfahrung, ja sogar auf willkürlichen Annahmen. Dazu ist allerdings zu bemerken, dass zwischen beiden — sofern sich die letzteren als brauchbar erwiesen haben — kein grundsätzlicher Unterschied besteht. Es ist ja jede willkürlich eingeführte Annahme auf die Dauer nur dann zu halten, wenn sie sich mit der Beobachtung in hinreichender Übereinstimmung befindet; in dem Masse aber, in dem sie durch diese bestätigt wird, entwickelt sie sich zur Erfahrungstatsache.

Um nun einen gewissen Einblick in die mannigfaltigen Formen zu gewinnen, in denen sich das Ergebnis einer Untersuchung der technischen Mechanik auf das Fundament der Erfahrung abstützen kann, sei der Versuch einer Gruppierung der verschiedenartigen Elemente gewagt, die gemeinhin bei der Lösung eine Rolle spielen.

Als erste Gruppe können hier die begrifflichen Elemente — Zeit, Ort und Kraft — gelten, die keiner weiteren Analyse zugänglich sind, erfahrungsgemäss aber im Laufe der Zeit gewissen Umwertungen unterliegen können.

In zweiter Linie seien die Vorstellungen erwähnt, die wir uns von der Natur der verschiedenen Körper zurechtgelegt haben, die aber bei noch so feiner Ausgestaltung stets nur Abstraktionen darstellen werden. Hierher gehören die Begriffe des starren, elastischen, flüssigen und gasförmigen Körpers, darüber hinaus aber auch quantitative Aussagen, so zum Beispiel diejenige des Hookeschen Gesetzes, und schliesslich auch vereinfachende Bilder wie die Idee des Massenpunktes.

Als dritte Gruppe sind die — ausschliesslich auf der Erfahrung beruhenden — Grundprinzipien zu nennen, denen diese Körper unterworfen sind, so etwa die Sätze über die Kräftezusammensetzung am starren Körper oder die Newtonschen Bewegungsgesetze des Massenpunktes.

Ein viertes Element besteht im mathematischen Apparat. Was diesen be-

trifft, so ist zu beachten, dass die in Ermangelung exakter Methoden heute vielfach verwendeten Näherungsverfahren, sofern sie nicht eine Eingabe- lung der gesuchten Grössen oder eine direkte Fehlerabschätzung gestatten, der Bestätigung durch die Erfahrung bedürfen.

In letzter Linie sind endlich die willkürlichen Vereinfachungen in der Problemstellung anzuführen, die bei verwickelteren Untersuchungen oft eine wesentliche Voraussetzung dafür bilden, dass eine Lösung überhaupt oder doch wenigstens mit einem erträglichen Aufwand an analytischen Mitteln gewonnen wird. Solche vereinfachende Annahmen können — auch wenn wir von jenen absehen, die sich auf die Natur der Stoffe beziehen und daher zur schon genannten zweiten Gruppe gehören — noch recht verschiedenartigen Charakters sein. Zum Teil ergeben sie sich aus den Besonderheiten der gestellten Aufgabe und bedürfen einer Rechtfertigung von Fall zu Fall; zuweilen stützen sie sich aber auf Erfahrungssätze, die einen weiteren Gültigkeitsbereich besitzen und — wie etwa das Prinzip von DE SAINT-VENANT in der Elastomechanik — für die praktische Verwertung der theoretischen Ergebnisse von fundamentaler Bedeutung sein können.

Wohl jede Untersuchung auf dem Gebiete der technischen Mechanik besteht aus einer geeigneten Kombination von Elementen, welche diesen fünf, mindestens aber den vier zuerst genannten Gruppen angehören. Ihr Resultat beruht in dem Masse auf der Erfahrung, in dem sich die einzelnen Bausteine auf diese stützen, und jeder Mangel, der dem einen oder anderen Element anhaften mag, belastet naturgemäss auch das Ergebnis mit einer gewissen Unsicherheit.

Da demnach die Diskussion der Frage, inwiefern eine Theorie oder eine Einzelaussage dem tatsächlichen Verhalten des einen oder anderen Körpers unter gegebenen Bedingungen auch wirklich entspricht, eine kritische Betrachtung der zur Lösung verwendeten Elemente erfordert, sei mir gestattet, auf diese letzteren an Hand einiger Beispiele im folgenden noch etwas näher einzutreten.

7. Verzichten wir — um auf dem Boden der technischen Mechanik zu bleiben — im vornherein auf eine Erörterung der Grundbegriffe, so haben wir als erstes Problem, das sich bei der Inangriffnahme einer Aufgabe stellt, die Frage nach der Vorstellung zu nennen, die wir uns vom gegebenen Objekt zu machen haben. Dabei zeigt es sich, dass diese Vorstellung, die auf alle Fälle eine Abstraktion sein wird, unter Umständen sein wirkliches Verhalten nur in rohen Zügen wiederzugeben braucht; ob ein bestimmtes vereinfachendes Bild brauchbar und zweckmässig ist, hängt nicht so sehr von der Natur des Körpers, als vielmehr von der Art der Fragestellung ab.

So bietet bei der Untersuchung der Bewegung eines Körpers, der mit gutem Recht als starr bezeichnet werden darf, das Bild des Massenpunktes oft eine ganz erhebliche Vereinfachung. Man erhält es, wenn man den gegebenen Körper durch einen dimensionslosen Punkt ersetzt, in dem man seine ganze Masse konzentriert zu denken hat.

Um die Zulässigkeit dieser Vereinfachung zu prüfen, erinnern wir uns daran, dass die Bewegung des starren Körpers mit Hilfe des Schwerpunkts- und Drallsatzes gewonnen wird, wobei es erlaubt ist, den letzteren auf den mitbewegten Schwerpunkt zu beziehen. Nach dem ersten dieser beiden Sätze bewegt sich der Schwerpunkt wie ein mit der Gesamtmasse belegter materieller Punkt unter dem Einfluss der resultierenden Einzelkraft; nach dem zweiten ermittelt man die Drehung um den Schwerpunkt wie bei einem in diesem gelagerten Kreisel auf Grund des resultierenden Momentes.

Nun sind aber i. a. der translatorische und der rotatorische Bewegungsanteil nicht unabhängig voneinander, sondern gekoppelt, indem die resultierende Einzelkraft, welche die Translationsbewegung bestimmt, noch von der Drehbewegung abhängen kann, während das für die Kreiselung massgebende resultierende Moment unter Umständen seinerseits durch die Translation mitbestimmt wird. Analytisch drückt sich diese Verkopplung — die man etwa beim schiefen Wurf eines unregelmässig gestalteten Körpers im widerstehenden Mittel antrifft — darin aus, dass die Formulierung des Schwerpunkts- und Drallsatzes auf ein System simultaner Differentialgleichungen führt, das sich nur als Ganzes integrieren lässt.

Soll der Ersatz des gegebenen Körpers durch einen Massenpunkt hinreichend genaue Auskunft über die wirkliche Bewegung geben, so ist offenbar zunächst zu verlangen, dass der Ort des Schwerpunktes in jedem Augenblick die Lage des Körpers ausreichend kennzeichnet. Dies ist zum Beispiel bei der Translation der Fall, dann aber auch bei einer allgemeineren Bewegung, sofern die Körperdimensionen klein sind gegenüber dem Weg, den der Schwerpunkt im betrachteten Zeitraum zurücklegt. Ausserdem ergibt sich aber aus der eben durchgeführten Betrachtung die weitere Forderung, dass die Rückwirkung der Kreiselung des Körpers um seinen Schwerpunkt auf die Bewegung des letzteren vernachlässigbar klein sei, denn diese Rückwirkung entfällt beim Massenpunkt.

Ziehen wir als erstes Beispiel die Planetenbewegung heran, so ist — sofern wir uns nur für die Bewegung um den Zentralkörper und nicht für die Eigenrotation des Planeten interessieren — die erste Bedingung in Anbetracht der hier vorliegenden Grössenverhältnisse erfüllt. Dasselbe gilt aber auch für die zweite Bedingung, denn die an den einzelnen Raumelementen des Planeten angreifenden Gravitationskräfte dürfen unbedenklich als parallel und den Massen proportional angenommen werden; sie lassen sich mithin durch eine — von der Eigendrehung unabhängige — resultierende Anziehungskraft ersetzen.

In der Tat hat sich die Verwendung punktdynamischer Methoden bei der Untersuchung der Planetenbewegung als sehr fruchtbar erwiesen. Von der Exaktheit der damit erzielten Ergebnisse zeugt beispielsweise die Entdeckung der äussersten Sonnenplaneten Neptun und Pluto, auf deren Existenz zuerst auf Grund von Abweichungen geschlossen wurde, welche die Astronomen zwischen der errechneten und der beobachteten Bahn des Planeten Uranus festgestellt hatten.

Als zweites Beispiel sei die Bewegung eines Blattes verfolgt, das an einem windstillen Tag von einem Baum zur Erde fällt. Auch hier sind die Körperdimensionen klein gegenüber dem ganzen zurückgelegten Weg; man mag sich also für die Bestimmung der augenblicklichen Lage mit der Kenntnis der Schwerpunktskoordinaten begnügen. Die Resultierende der angreifenden Kräfte wird aber weitgehend durch den Luftwiderstand mitbestimmt und ist mit diesem empfindlich von der Drehbewegung um den Schwerpunkt abhängig. Die zweite Bedingung ist hier also offenbar nicht erfüllt, und tatsächlich würde der schaukelnde Charakter der Bewegung, die das langsam zur Erde schwebende Blatt ausführt, beim Übergang zum Bild des Massenpunktes vollständig verlorengehen.

8. Würde das Blatt, dessen Bewegung wir eben betrachtet haben, im luftleeren Raume fallen, so wäre — immer unter der Voraussetzung, dass uns seine Drehung nicht interessiert — die Untersuchung seines Falles unter dem Bild des Massenpunktes durchaus am Platz, denn es wäre dann die resultierende Kraft, nämlich die Schwerkraft, von der Drehbewegung unabhängig.

Wir können also offenbar das Verhalten ein und desselben Körpers auf der Grundlage verschiedener Bilder untersuchen; ob wir uns in einem bestimmten Falle mit dem einfacheren begnügen dürfen oder auf das verwickeltere zurückzugreifen haben, hängt weniger von der Beschaffenheit des Körpers, als von den besonderen Umständen der Aufgabe ab.

Dieser Sachverhalt wird noch deutlicher bei der Gegenüberstellung des starren und des elastischen Körpers. Zahlreiche Untersuchungen der technischen Mechanik beziehen sich auf Körper, die — wie das Eisen — innerhalb gewisser Grenzen dem Hooke'schen Gesetz unterliegen und daher als elastisch bezeichnet werden müssen. Nun ist aber bekannt, dass wir bei vielen Aufgaben — beispielsweise bei der Ermittlung der Lagerkräfte im Falle statisch bestimmter Lagerung — ausgezeichnete Ergebnisse erhalten, wenn wir solche Körper als starr behandeln. Obschon der Grund hierfür darin liegt, dass die Deformationen klein sind, wäre es verfehlt, hieraus zu schliessen, dass die Grösse der Formänderung über die Verwendung von elasto- oder stereomechanischen Verfahren entscheide, denn die letzteren führen bekanntlich bei anderen — beispielsweise statisch unbestimmten — Aufgaben auch bei noch so geringen Deformationen nicht zum Ziel. Hier ist vielmehr die Frage entscheidend, ob die zu ermittelnden Grössen von den Formänderungen wesentlich abhängen oder nicht.

Dass die Antwort hierauf nicht an der Oberfläche der Probleme zu liegen braucht, zeigt zum Beispiel die Aufgabe der Ermittlung derjenigen Kräfte, die ein in mehreren Punkten auf eine horizontale Unterlage abgestützter Körper auf dieselbe überträgt. Nur demjenigen, der mit dem Begriff der statischen Unbestimmtheit vertraut ist, leuchtet ohne weiteres ein, dass man die Lösung im Falle von drei Auflagern im allgemeinen erhält, indem man sich den Körper starr vorstellt, während bei einer grösseren Zahl von Auflagern der gleiche Körper als elastisch angenommen werden muss.



9. Überlegungen ähnlicher Art, wie wir sie hier für den festen Körper angestellt haben, spielten hinsichtlich des Mediums beim Aufbau der Fluglehre eine Rolle. So ist zunächst zu erwähnen, dass diese — solange man nicht zu grosse Flug- und Propellerumfangsgeschwindigkeiten in Betracht zieht — nicht auf der Mechanik der Gase, sondern auf der Hydrodynamik basiert, da bei den hier in Frage stehenden Problemen die Luft eine so geringe Kompressibilität aufweist, dass sie wie eine Flüssigkeit behandelt werden kann.

Nun steht aber die klassische Hydrodynamik, deren Gegenstand ein völlig reibungsloses Medium ist, mit der Erfahrung insofern im Widerspruch, als nach ihr ein Körper, den man in eine Parallelströmung hineinbringt, keinerlei Kraftwirkung, also weder einen Widerstand noch einen Auftrieb erfährt; sie musste daher zunächst für die Entwicklung der Fluglehre als ungeeignet gelten. Gegen einen radikalen Übergang zur Dynamik der zähen Flüssigkeiten sprachen aber von Anfang an gewichtige Gründe; einmal die in hohem Masse vermehrten analytischen Schwierigkeiten, die damit hätten in Kauf genommen werden müssen, dann aber auch die Erfahrungstatsache, dass die Zähigkeit der Luft nur sehr gering sein kann, und schliesslich die damit zusammenhängende Beobachtung, dass die klassische Hydrodynamik in mancherlei Hinsicht — beispielsweise im Stromlinienverlauf in einiger Entfernung vom Körper — die wirklichen Verhältnisse doch recht gut wiedergibt.

Die moderne Hydrodynamik, welche durch die Arbeiten von KUTTA, JUKOWSKI und PRANDTL begründet worden ist und mit der Erfahrung in sehr guter Übereinstimmung steht, hat sich aus diesem Dilemma durch Einschlagen eines Mittelweges zu befreien vermocht. Demnach wird die Luft nach wie vor im wesentlichen als reibungslose Flüssigkeit behandelt, und nur da, wo der Geschwindigkeitsgradient sehr gross ist — nämlich in der sogenannten Grenzschicht, welche dem in die Strömung eingetauchten Körper dicht anliegt — wird ihre Zähigkeit mit in Betracht gezogen. Das Strombild unterscheidet sich dann von der klassischen Potentialströmung in einem Wirbelsystem, welches sich unmittelbar am und hinter dem Körper ausbildet und das Auftreten von Kräften in Form von Auftrieb und Widerstand erklärt.

Der Entwicklungsweg der Hydrodynamik von den klassischen Grundgleichungen bis zur Prandtl'schen Grenzschichttheorie sowie die Schwierigkeiten, die neuerdings einer angemessenen Berücksichtigung der Kompressibilität der Luft entgegenstehen, zeigen deutlich, dass oft die grösste Aufgabe beim Aufbau einer Theorie darin besteht, für den Körper, dessen Verhalten untersucht werden soll, ein Bild zu finden, das genügend einfach ist und gleichzeitig der Erfahrung hinreichend Rechnung trägt.

10. Erheblich weniger problematisch als die in diesen Beispielen beleuchteten Vorstellungen über die Natur der verschiedenen Körper erscheinen uns heute vom technischen Standpunkte aus die mechanischen Prinzipien. Auch sie beruhen zwar ausschliesslich auf der Erfahrung und können daher eines Tages als unrichtig oder zumindest als ungenau erkannt, um-

gestossen und durch neue ersetzt werden. Sie haben sich indessen während ihres Bestehens in so zahlreichen und verschiedenartigen Fällen praktisch bewährt, dass solche Neuerungen, so einschneidend sie sich in theoretischer Hinsicht auswirken mögen, auf technischem Gebiete kaum wesentliche Modifikationen der gebräuchlichen Auffassungen und Verfahren im Gefolge haben werden.

Eine derartige Revolution hat sich zu Beginn unseres Jahrhunderts dadurch vollzogen, dass die auf den klassischen Grundbegriffen und den Newtonschen Bewegungsgesetzen beruhende Mechanik durch die relativistische ersetzt werden musste, da sie gewissen physikalischen und astronomischen Tatsachen nicht mehr gerecht zu werden vermochte. Diese Umwälzung stellt zweifellos nicht nur die bedeutendste Erscheinung innerhalb der mechanischen Forschung seit NEWTON dar, sondern darüber hinaus eine tiefgreifende Revolutionierung unseres physikalischen Denkens. Trotzdem hat sie sich auf dem Gebiete der technischen Mechanik so gut wie gar nicht ausgewirkt, da sich die Aussagen der relativistischen Mechanik bei den Vorgängen, welche hier eine Rolle spielen, mit denjenigen der älteren Theorie praktisch vollkommen decken.

11. Die mechanischen Grundgesetze können offenbar — auch wenn sie früher oder später noch weiteren Verfeinerungen unterzogen werden sollten — im technischen Bereich als durch die Erfahrung hinreichend gesichert gelten. Wenden wir sie in ihrer analytischen Gestalt auf den einer Untersuchung zugrunde liegenden Körper an, von dem wir uns unter Berücksichtigung seines besonderen Verhaltens ein passendes Bild zurechtgelegt haben, so gewinnen wir die mathematische Gestalt des gegebenen Gleichgewichts- oder Bewegungsproblems, das je nach der Sachlage noch durch Anfangs- und Randbedingungen zu ergänzen ist. Die gestellte Aufgabe ist damit auf ein Problem der Analysis zurückgeführt.

Nun sind bisweilen, bei verwickelteren Aufgaben sogar in der Regel brauchbare Lösungen nur dann zu erwarten, wenn nachträglich noch Vereinfachungen vorgenommen werden, welche über die bisher besprochenen weit hinausgehen und etwa die mathematischen Verfahren oder auch die Anfangs- und Randbedingungen betreffen können. Wie weit solche willkürliche Entstellungen die Ergebnisse verfälschen, kann in vielen Fällen nur die Erfahrung lehren.

Sehen wir von einer Erörterung der mathematischen Vereinfachungen ab, da hier unzählige Möglichkeiten bestehen, die sich zum Teil eng an das eine oder andere Problem anschliessen und überdies stets deutlich als Näherungsverfahren gekennzeichnet sind, so haben wir uns schliesslich noch den ebenfalls sehr häufigen Modifikationen in den Ausgangsbedingungen zuzuwenden.

Was diese letzteren anbetrifft, so ist immerhin auf gewisse Sätze hinzuweisen, welche sich auf den Zusammenhang zwischen der wirklichen Form eines mechanischen Problems und der Gestalt beziehen, in der es der ana-

lytischen Behandlung zugänglich ist, und uns damit der Notwendigkeit entheben, unsere Berechnungen in jedem Einzelfalle durch den Versuch zu bestätigen. So soll zum Schluss noch kurz auf ein Prinzip eingetreten werden, das bei allen Anwendungen der Elastizitätstheorie bewusst oder unbewusst verwendet wird und sich mit den willkürlichen Veränderungen der Randbedingungen befasst.

Die Differentialgleichungen, denen der Spannungszustand innerhalb eines elastischen Körpers unterliegt, lassen sich auch in einfachen Fällen exakt nur unter gewissen — praktisch nie verwirklichten — Voraussetzungen über die Spannungsverteilung am Rande lösen. So erhalten wir beispielsweise beim zentrisch gezogenen zylindrischen Stab eine streng gleichmässige Normalspannungsverteilung über alle Querschnitte nur dann, wenn wir annehmen, dass auch die äusseren Zugkräfte in dieser Gestalt über die Endquerschnitte verteilt seien. Ein solcher idealer Kraftangriff lässt sich aber in Wirklichkeit gar nicht erreichen; so wird etwa beim Zugversuch die Achsialkraft durch Klauen — also in Form bestimmter Schubspannungsverteilungen über die Enden der Mantelfläche — auf den Stab übertragen. Trotzdem bedienen wir uns täglich der für die idealen Randbedingungen gültigen Lösung und nehmen an, dass höchstens in der unmittelbaren Umgebung der Stabenden der Spannungsverlauf vom gleichmässigen merklich abweiche.

Ähnlich liegen die Verhältnisse im Falle der Biegung oder Verdrehung von Stäben; aber auch in der Plattentheorie sind wir gewohnt, die durch Auflagerungen oder Einspannungen gegebenen Effekte zu idealisieren und in Gestalt von Spannungsverteilungen längs der Ränder in Rechnung zu setzen, die wohl einfache Randbedingungen darstellen, aber im einzelnen nicht der Wirklichkeit entsprechen.

Die Vornahme solcher Vereinfachungen, auf die wir bei der Übertragung elastizitätstheoretischer Ergebnisse auf praktische Belastungsfälle schlechthin angewiesen sind, wird bis zu einem gewissen Grade durch das Prinzip von DE SAINT-VENANT gerechtfertigt. Dieses sagt nämlich aus, dass die Spannungszustände zweier im Gleichgewicht befindlicher Körper, die sich lediglich in den Randkräften innerhalb eines kleinen Bereiches  $F$  der Oberfläche unterscheiden, sich mit zunehmender Entfernung vom Gebiete  $F$  mehr und mehr annähern.

In der hier ausgesprochenen Form lässt es sich auf die bekannten Sätze über die Deformationsarbeit zurückführen; es ist indessen bemerkenswert, dass es verhältnismässig spät, nämlich erst 1937 durch ZANABONI bewiesen worden ist.

Dass der Unterschied in den beiden Spannungsverteilungen mit zunehmender Entfernung vom Oberflächenbereich  $F$  mehr und mehr abnehmen und schliesslich beliebig gering werden muss, ergibt sich übrigens auch aus einer direkten Überlegung. Da nämlich auf dem ganzen Teilstück  $G$ , das den Bereich  $F$  zur gesamten Oberfläche des Körpers ergänzt, die Randkräfte voraussetzungsgemäss in beiden Fällen dieselben sind, stimmen

hier die Spannungszustände überein und unterscheiden sich längs eines Schnittes, der in genügend kleiner Entfernung von  $G$  verläuft, beliebig wenig.

Nun wird das Prinzip zuweilen auch dahin ausgesprochen, dass — beim Ersatz der wirklichen durch eine statisch gleichwertige Spannungsverteilung innerhalb eines kleinen Oberflächengebietes  $F_1$  — der modifizierte Spannungsverlauf in den einzelnen Schnitten dem ursprünglichen um so ähnlicher sei, je weiter diese vom Bereich  $F_1$  entfernt liegen. In dieser Gestalt, die nicht ausdrücklich die Unveränderlichkeit der Randbedingungen ausserhalb  $F_1$  postuliert, ist der Satz unrichtig. Falls nämlich auf der Berandung ausserhalb  $F_1$ , etwa in den Gebieten  $F_2, F_3, \dots$  statisch unbestimmte, d. h. von der Verformung abhängige Kräfte, Momente oder Spannungsverteilungen vorhanden sind, so können diese in beiden Fällen verschieden ausfallen. Der Bereich  $F$ , in dem sich die Randbedingungen unterscheiden, beschränkt sich dann nicht auf  $F_1$  allein, sondern ist auch über die Teilstücke  $F_2, F_3, \dots$  der Oberfläche zu erstrecken; dabei kann aber unter Umständen das Prinzip in seiner richtigen Formulierung seine Bedeutung verlieren.

Wenn wir beispielsweise einen beidseitig vorspannungslos eingespannten zylindrischen Stab an irgendeiner Stelle allseitig radial zusammendrücken, so hat er das Bestreben, sich in der Längsrichtung auszudehnen, und die dadurch in seinem freien Teile geweckten achsialen Normalspannungen verlieren sich nicht, sondern pflanzen sich offensichtlich in endlicher Grösse bis zu den Stabenden fort. Das Prinzip, formuliert für den Bereich  $F$ , der sich aus dem gepressten Stück  $F_1$  des Mantels und den beiden Endquerschnitten  $F_2$  bzw.  $F_3$  zusammensetzt, ist aber praktisch wertlos.

Kehren wir zur ursprünglichen Gestalt des de Saint-Venantschen Prinzips zurück, dann ist allerdings zu bemerken, dass es darüber, wie rasch der Unterschied zwischen dem gegebenen und dem modifizierten Spannungsverlauf gegen Null geht, nichts aussagt. Trotzdem gibt man ihm bisweilen eine schärfere Fassung, indem man annimmt, dass beide Spannungsverteilungen so gut gegeneinander konvergieren, dass sie sich nur in der unmittelbaren Umgebung von  $F$  merklich unterscheiden. In dieser Form, in der es erst seine fundamentale praktische Bedeutung erlangt, und die der Wirklichkeit zweifellos recht gut entspricht, ist es indessen unbewiesen.

12. Wir haben an Hand einiger typischer Beispiele die verschiedenen Elemente besprochen, aus denen sich die Lösung einer Aufgabe aus der technischen Mechanik aufbaut. Dabei wurde vor allem der Standpunkt des Praktikers berücksichtigt, der täglich in die Lage kommt, solche Probleme zu behandeln, und insbesondere auf die Bedeutung hingewiesen, die im einzelnen der Erfahrung zukommt.

Wenn wir der Gefahr, uns vom sicheren Boden der Wirklichkeit zu entfernen, wirksam begegnen wollen, dann müssen wir jede sich bietende Gelegenheit wahrnehmen, die durch Rechnung gewonnenen Ergebnisse durch den Versuch zu überprüfen. Darüber hinaus ist es indessen nützlich, gelegent-

lich den Blick rückwärts zu wenden und sich darüber Rechenschaft abzugeben, ob überall da, wo sich die analytische Untersuchung auf Erfahrungstatsachen oder willkürliche Annahmen stützt, der Wirklichkeit in ausreichendem Masse Rechnung getragen worden ist.

Diese Forderung gilt für den Ingenieur, soll er in der Lage sein, Tragweite und Grenzen seiner Hilfsmittel richtig einzuschätzen. Sie stellt sich aber auch dem Forscher, denn seine Aufgabe ist es, die mechanischen Methoden auf die gegebenen Tatsachen und Erscheinungen — und damit ein Stück unseres Denkens auf die Natur auszurichten.

---

## Isaac Newton

### sein Charakter und seine Weltansicht

Von

MARKUS FIERZ (Basel)

Mit 1 Abbildung im Text

Vortrag, gehalten am 21. Dezember 1942 in der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich,  
zum Andenken an NEWTON'S 300. Geburtstag

ISAAC NEWTON wurde am 25. Dezember 1642 (alter Styl) morgens zwischen 1 und 2 Uhr, also in der Christnacht, geboren — fast genau ein Jahr nach dem Tode GALILEI'S, der am 28. Dezember 1641 gestorben ist. Sein Geburtshaus ist das Gutshaus von Woolsthorpe in Mittelengland. NEWTON kam als Waise zur Welt; denn sein Vater war schon bald nach der Heirat gestorben. Wahrscheinlich eine Frühgeburt, soll ISAAC äusserst klein und so schwach gewesen sein, dass man an seinem Aufkommen zweifelte. Dieser Zweifel hat sich aber als unbegründet erwiesen, erreichte doch NEWTON das Alter von 85 Jahren.

Die Mutter verheiratete sich vier Jahre nach dem Tode ihres Mannes mit einem Pfarrer namens SMITH und überliess die Erziehung ihres Sohnes ihrer Mutter.

ISAAC NEWTON war ein stilles, etwas verträumtes Kind. Er hatte ein grosses Interesse an mechanischen Handfertigkeiten. Er baute sich eine Wasseruhr und konstruierte Sonnenuhren, von denen eine noch heute erhalten ist. Bei seinen Schulkameraden war er beliebt, wenn er sich auch von ihren Spielen fernhielt. Denn, obwohl er am liebsten seine eigenen Wege ging, trug er