Die Relativitäts-Theorie.[1])

Von

A. EINSTEIN in Prag.

Der eine Grundpfeiler, auf dem die als „Relativitätstheorie" bezeichnete Theorie ruht, ist das sog. Relativitätsprinzip. Ich will zuerst deutlich zu machen suchen, was man unter dem Relativitätsprinzip versteht. Wir denken uns zwei Physiker. Diese beiden Physiker sind mit allen erdenklichen physikalischen Apparaten ausgestattet, jeder von ihnen hat ein Laboratorium. Das Laboratorium des einen Physikers denken wir uns angeordnet irgendwo auf dem offenen Felde, das des zweiten in einem Eisenbahnwagen, der mit konstanter Geschwindigkeit in einer bestimmten Richtung dahinfährt. Das Relativitätsprinzip sagt folgendes aus: Wenn diese beiden Physiker, indem sie alle ihre Apparate anwenden, sämtliche Naturgesetze studieren, der eine in seinem ruhenden Laboratorium und der andere in seinem in der Eisenbahn angeordneten, so werden sie, vorausgesetzt, dass die Eisenbahn nicht rüttelt und gleichmässig fährt, genau die gleichen Naturgesetze herausfinden. Etwas abstrakter können wir sagen: die Naturgesetze sind nach dem Relativitätsprinzip unabhängig von der Translationsbewegung des Bezugssystems.

Betrachten wir einmal die Rolle, welche dieses Relativitätsprinzip in der klassischen Mechanik spielt. Die klassische Mechanik ruht in erster Linie auf dem Galileischen Prinzip, wonach ein Körper, welcher der Einwirkung der andern Körper nicht unterliegt, sich in gradliniger, gleichförmiger Bewegung befindet. Wenn dieser Satz gilt in bezug auf das eine der vorhin genannten Laboratorien, so gilt er auch für das zweite. Wir können das unmittelbar aus der An-

[1]) Vortrag gehalten in der Sitzung der Zürch. Naturforschenden Gesellschaft am 16. Januar 1911.

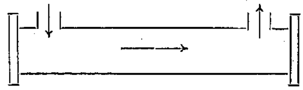
schauung entnehmen; wir können es aber auch entnehmen aus den Gleichungen der Newtonschen Mechanik, wenn wir eine Transformation der Gleichungen auf ein relativ zum ursprünglichon gleichförmig bewegtes Bezugssystem vornehmen.

Ich spreche immer von Laboratorien. In der mathematischen Physik pflegt man die Dinge nicht auf ein bestimmtes Laboratorium zu beziehen, sondern auf Koordinatensysteme. Wesentlich bei diesem Auf-etwas-beziehen ist folgendes: Wenn wir irgend etwas über den Ort eines Punktes aussagen, so geben wir immer die Koinzidenz dieses Punktes mit einem Punkt eines gewissen anderen körperlichen Systems an. Wenn ich mich z. B. als diesen materiellen Punkt nehme und sage: ich bin an dieser Stelle in diesem Saale, so habe ich mich in räumlicher Beziehung mit einem gewissen Punkt dieses Saales zur Koinzidenz gebracht, bezw. ich habe diese Koinzidenz ausgesprochen. Das macht man in der mathematischen Physik, indem durch drei Zahlen, die sog. Koordinaten, ausgedrückt wird, mit welchen Punkten desjenigen starren Systems, welches man Koordinatensystem nennt, der Punkt, dessen Ort beschrieben werden soll, koinzidiert.

Das wäre das allgemeinste über das Relativitätsprinzip. Wenn man einen Physiker des 18. Jahrhunderts oder der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts gefragt hätte, ob er an diesem Prinzip irgendwie zweifle, so hätte er diese Frage mit Entschiedenheit verneint. Er hatte keinen Grund, daran zu zweifeln, da man damals die Überzeugung hatte, dass sich jegliches Naturgeschehen auf die Gesetze der klassischen Mechanik zurückführen lasse. Ich will nun auseinandersetzen, wie die Physiker durch die Erfahrung dazu geführt worden sind, physikalische Theorien aufzustellen, welche diesem Prinzip widerstreiten. Dazu müssen wir die Entwicklung der Optik und Elektrodynamik, so wie sie sich in den letzten Jahrzehnten allmählich vollzogen hat, vom Standpunkt des Relativitätsprinzips aus kurz betrachten.

Das Licht zeigt gerade so wie die Schallwellen Interferenz und Beugung, so dass man sich bewogen gefühlt hat, das Licht als eine Wellenbewegung oder allgemein als einen periodisch wechselnden Zustand eines Mediums zu betrachten. Dieses Medium hat man den Äther genannt. Die Existenz eines solchen Mediums erschien bis vor kurzer Zeit den Physikern als absolut gesichert. Die im Folgenden skizzierte Theorie ist mit der Äther-Hypothese nicht vereinbar; vorerst aber wollen wir noch an derselben festhalten. Wir wollen nun sehen, wie sich die Vorstellungen mit Bezug auf dieses Medium entwickelt und was für Fragestellungen die Einführung dieser den Äther voraussetzenden physikalischen Theorie ergeben haben. Wir haben schon gesagt, dass man sich vorstellte. dass das Licht in Schwingungen eines Mediums bestehe, d. h. das Medium übernimmt die Fortpflanzung der Licht- und Wärmeschwingungen. So lange man sich ausschliesslich mit den optischen Erscheinungen ruhender Körper beschäftigte, hatte man keinen Grund, nach anderen Bewegungen dieses Mediums zu fragen als nach denen, welche das Licht ausmachen sollen. Man nahm einfach an, dass dieses Medium, ebenso wie die materiellen Körper, die man betrachtete — abgesehen von den Oszillationsbewegungen, welche das Licht ausmachen sollten —, im Zustand der Ruhe sei.

Als man dazu überging, die optischen Erscheinungen bewegter Körper und zugleich — was damit zusammenhängt — die elektromagnetischen Eigenschaften bewegter Körper zu betrachten, musste man sich die Frage stellen, wie sich der Lichtäther verhält, wenn wir in einem physikalischen System, das unserer Betrachtung unterliegt, den Körpern verschiedene Geschwindigkeiten beilegen. Bewegt sich der Lichtäther mit den Körpern, so dass an jedem Ort der Lichtäther in derselben Weise bewegt ist, wie die dort befindliche Materie, oder ist das nicht der Fall? Die einfachste Annahme ist die, dass sich der Lichtäther überall bewegt, gerade so wie die Materie. Die zweite mögliche Annahme, die auch einen hohen Grad von Einfachheit zeigt, ist die: Der Lichtäther nimmt an den Bewegungen der Materie überhaupt keinen Anteil. Dann wären Zwischenfälle möglich und diese Zwischenfälle wären dadurch charakterisiert, dass sich der Äther bis zu einem gewissen Grad von der Materie unabhängig im Raume bewegt. Wir wollen nun sehen, wie man etwa versucht hat, auf diese Frage eine Antwort zu erhalten. Die erste wichtige Aufklärung, die man erhalten hat, stammt von einem hochbedeutenden Experiment, das der französische Physiker Fizeau ausgeführt hat. Dieses Experiment verdankt seine Aufstellung folgender Fragestellung:



Die obenstehend skizzierte Röhre sei vorn und hinten mit einer Glasplatte verschlossen. An beiden Enden angebrachte Ansatzstutzen ermöglichen es, durch die Röhre in achsialer Richtung eine Flüssigkeit hindurchströmen zu lassen. Wie beeinflusst die Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit die Röhre durchströmt, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Lichtstrahls, welcher die Röhre in achsialer

Richtung durchsetzt? Wenn es wahr ist, dass der Lichtäther sich mit der Materie, die durch die Röhre strömt, bewegt, dann ist folgende Auffassung gegeben. Nehmen wir an, die Lichtfortpflanzung im ruhenden Wasser geschehe mit der Geschwindigkeit V, V sei also die Geschwindigkeit des Lichtes relativ zum Wasser und v sei die Geschwindigkeit des Wassers relativ zur Röhre, so müssen wir sagen: die Geschwindigkeit des Lichtes relativ zum Wasser ist, wenn der Lichtäther am Wasser haftet, unabhängig davon, ob das Wasser bewegt ist oder nicht, stets die gleiche. Also ist zu erwarten, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ralativ zur Röhre bei bewegter Flüssigkeit um v grösser sei als bei der ruhenden Flüssigkeit. Beim Versuch von Fizeau durchsetzte eines von zwei interferenzfähigen Lichtbündeln die Röhre in der geschilderten Weise. Aus dem Einfluss der bekannten Bewegungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit auf die Lage der Interferenzfransen konnte man ausrechnen, einen wie grossen Einfluss auf die Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit relativ zur ruhenden Röhre die Bewegung mit der Geschwindigkeit v, welche das Wasser ausführt, hatte. Fizeau hat nun gefunden, dass die Lichtgeschwindigkeit relativ zur Röhre infolge der Bewegung der Flüssigkeit nicht um die Geschwindigkeit v zunimmt, sondern nur um einen Bruchteil dieses Betrages ($v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$, wenn n das Brechungsvermögen der Flüssigkeit bedeutet). Ist dieses Brechungsvermögen nahezu $= 1$, d. h. pflanzt sich das Licht in der Flüssigkeit nahezu gleich rasch fort, wie im leeren Raum, so hat die Bewegung der Flüssigkeit so gut wie keinen Einfluss. Daraus musste man folgern, dass die Vorstellung, wonach sich das Licht relativ zum Wasser stets mit derselben Geschwindigkeit V fortpflanzt, mit der Erfahrung nicht vereinbar sei.

Die nächst einfache Hypothese war die, dass der Lichtäther an den Bewegungen der Materie keinen Anteil nehme. Bei Zugrundelegung dieser Hypothese lässt sich nicht in so einfacher Weise ableiten, wie die optischen Erscheinungen durch die Bewegung der Materie beeinflusst werden. Aber H. A. Lorentz ist es Mitte der 90er Jahre gelungen, eine Theorie aufzustellen, welche auf der Voraussetzung eines Lichtäthers beruht, der vollkommen unbeweglich ist. Seine Theorie gibt beinahe alle bekannten Erscheinungen der Optik und Elektrodynamik bewegter Körper, darunter auch den soeben genannten Versuch von Fizeau, vollständig richtig wieder. Ich will gleich bemerken, dass eine prinzipiell von der Lorentzschen verschiedene Theorie, welche auf einfachen und anschaulichen Voraussetzungen beruht und dasselbe leistet, nicht aufgestellt werden konnte. Deshalb musste man bis auf weiteres die Theorie des ruhenden Lichtäthers als die einzige mit der Gesamtheit der Erfahrungen zu vereinbarende akzeptieren.

Wir betrachten nun diese Theorie des ruhenden Äthers vom Standpunkt des Relativitätsprinzipes. Bezeichnen wir alle Systeme, in bezug auf welche sich materielle Punkte, die äusseren Kräften nicht unterworfen sind, gleichförmig bewegen, als beschleunigungsfrei, so besagt das Relativitätsprinzip: Die Naturgesetze sind die gleichen in bezug auf alle beschleunigungsfreien Systeme. Die Lorentzsche Grundhypothese vom ruhenden Lichtäther zeichnet anderseits unter allen möglichen beschleunigungsfreien Bewegungssystemen solche von bestimmtem Bewegungszustand aus: nämlich Systeme, die sich relativ zu diesem Lichtmedium in Ruhe befinden. Wenn man also nach dieser Auffassung auch nicht sagen kann, es gebe eine absolute Bewegung im philosophischen Sinne — denn das ist überhaupt ausgeschlossen, wir können nur relative Lageänderungen von Körpern denken —, so ist im physikalischen Sinne eine absolute Bewegung insofern statuiert, als wir eben einen Bewegungszustand, nämlich den der Ruhe relativ zum Äther, bevorzugt haben. Wir können jeden Körper als gewissermassen absolut ruhend bezeichnen, der in bezug auf das Lichtmedium ruht. Relativ zum Äther ruhende Bezugssysteme werden vor allen übrigen beschleunigungsfreien Bezugssystemen ausgezeichnet. In diesem Sinne wird die Lorentzsche Grundanschauung vom ruhenden Lichtäther dem Relativitätsprinzip nicht gerecht. Die Grundanschauung vom ruhenden Lichtäther führt zu folgender allgemeiner Betrachtung: Ein Bezugssystem k ruhe relativ zum Lichtäther. Ein anderes Bezugssystem k' sei relativ zum Lichtäther gleichförmig bewegt. Es ist zu erwarten, dass die Relativbewegung von k' in bezug auf den Äther einen Einfluss habe auf die Naturgesetze, welche relativ zu k' gelten. Es war also zu erwarten, dass sich die Naturgesetze in bezug auf k' von denjenigen in bezug auf k wegen der Bewegung von k' im Lichtäther unterscheiden. Man musste sich ferner sagen, dass die Erde mit unseren Laboratorien unmöglich während des ganzen Jahres relativ zu diesem Lichtmedium in Ruhe sein könne, dass sie also die Rolle eines Bezugssystems k' spielen müsse. Man musste also annehmen, dass sich irgend eine Erscheinung finden lasse, wo sich der Einfluss dieser Bewegung auf die Experimente in unseren Laboratorien geltend mache. Man sollte glauben, dass unser physikalischer Raum, so wie wir ihn auf der Erde vorfinden, wegen dieser Relativbewegung sich in verschiedenen Richtungen verschieden verhalte. Aber es ist in keinem einzigen Falle gelungen, etwas derartiges nachzuweisen.

Nun war man diesem Äther gegenüber in einer unangenehmen Lage. Der Fizeausche Versuch sagt: der Äther bewegt sich mit der

Materie nicht, d. h. es existiert eine Bewegung des Lichtmediums relativ zur Materie. Alle Versuche aber, diese Relativbewegung zu konstatieren, lieferten ein negatives Ergebnis. Das sind zwei Resultate, die einander zu widersprechen scheinen und es war ungeheuer schmerzlich für die Physiker, dass man diesen unangenehmen Zwiespalt nicht loswerden konnte. Man musste sich fragen, ob es nicht vielleicht doch möglich sei, das Relativitätsprinzip, von dem man trotz allen Suchens keine Ausnahme finden konnte, mit der Lorentzschen Theorie in Einklang zu bringen. Bevor wir hierauf eingehen, wollen wir aus der Lorentzschen Theorie des ruhenden Lichtäthers für uns folgendes Wesentlichste herausschälen. Was heisst physikalisch: es existiert ein ruhender Lichtäther? Der wichtigste Gehalt dieser Hypothese lässt sich wie folgt ausdrücken: Es gibt ein Bezugssystem (in der Lorentzschen Theorie „relativ zum Äther ruhendes System“ genannt), in bezug auf welches sich jeder Lichtstrahl im Vacuum mit der universellen Geschwindigkeit c fortpflanzt. Dies soll gelten unabhängig davon, ob der das Licht emittierende Körper sich in Ruhe oder in Bewegung befindet. Diese Aussage wollen wir als Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit bezeichnen. Die eben gestellte Frage kann also auch so formuliert werden: ist es unmöglich, das Relativitätsprinzip, welches ausnahmslos erfüllt zu sein scheint, in Einklang zu bringen mit diesem Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit?

Folgende naheliegende Überlegung spricht zunächst dagegen: Pflanzt sich relativ zum Bezugssystem k jeder Lichtstrahl mit der Geschwindigkeit c fort, so kann dasselbe nicht gelten in bezug auf das Bezugssystem k', wenn k' sich relativ zu k in Bewegung befindet. Bewegt sich nämlich k' in der Fortpflanzungsrichtung eines Lichtstrahls mit der Geschwindigkeit v, so wäre nach den uns geläufigen Anschauungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahls relativ zu k' gleich $c - v$ zu setzen. Die Gesetze der Lichtausbreitung in bezug auf k' wären also von den Gesetzen der Lichtausbreitung relativ zu k verschieden, was eine Verletzung des Relativitätsprinzips bedeutete. Das ist ein furchtbares Dilemma. Nun hat sich aber herausgestellt, dass die Natur an diesem Dilemma vollständig unschuldig ist, sondern dass dieses Dilemma daher rührt, dass wir in unseren Überlegungen, also auch in der Überlegung, die ich soeben angab, stillschweigende und willkürliche Voraussetzungen gemacht haben, welche man fallen lassen muss, um zu einer widerspruchsfreien und einfachen Auffassung der Dinge zu gelangen.

Ich will versuchen, diese willkürlichen Voraussetzungen, die der Grundlage unseres physikalischen Denkens anhafteten, auseinander zu setzen. Die erste und wichtigste dieser willkürlichen Voraussetzungen betraf den Zeitbegriff und ich will versuchen, darzulegen, worin diese Willkür besteht. Um das gut tun zu können, will ich zuerst über den Raum handeln, um die Zeit in Parallele dazu zu stellen. Wenn wir die Lage eines Punktes im Raume, d. h. Lage eines Punktes relativ zu einem Koordinatensystem k, ausdrücken wollen, so geben wir seine rechtwinkligen Koordinaten x, y, z, an. Die Bedeutung dieser Koordinaten ist folgende: man konstruiere nach bekannten Vorschriften Senkrechte auf die Koordinatenebenen und sehe nach, wie oft sich ein gegebener Einheitsmasstab auf diesen Senkrechten abtragen lässt. Die Resultate dieser Abzählung sind die Koordinaten. Eine Raumangabe in Koordinaten ist also das Ergebnis bestimmter Manipulationen. Die Koordinaten, die ich angebe, haben demnach eine ganz bestimmte physikalische Bedeutung; man kann verifizieren, ob ein bestimmter, gegebener Punkt wirklich die angegebenen Koordinaten hat oder nicht.

Wie steht es in dieser Beziehung mit der Zeit? Da werden wir sehen, dass wir nicht so gut dran sind. Man hat sich bis jetzt immer begnügt zu sagen: die Zeit ist die unabhängige Variable des Geschehens. Auf eine solche Definition kann niemals die Messung des Zeitwertes eines tatsächlich vorliegenden Ereignisses gegründet werden. Wir müssen also versuchen, die Zeit so zu definieren, dass auf Grund dieser Definition Zeitmessungen möglich sind. Wir denken uns im Anfangspunkt eines Koordinatensystems k eine Uhr (etwa eine Unruhuhr). Mit dieser können unmittelbar die in diesem Punkte, bezw. in dessen unmittelbarer Nähe stattfindenden Ereignisse zeitlich gewertet werden. Ereignisse, welche in einem anderen Punkte von k stattfinden, können aber mit der Uhr nicht unmittelbar gewertet werden. Notiert ein bei der Uhr im Anfangspunkt von k stehender Beobachter die Zeit, in der er von dem betreffenden Ereignis durch Lichtstrahlen Kunde erhält, so ist diese Zeit nicht die Zeit des Ereignisses selbst, sondern eine Zeit, die um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtstrahls vom Ereignis bis zur Uhr grösser ist als die Zeit des Ereignisses. Wenn wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes relativ zum System k in der betreffenden Richtung kennen würden, wäre die Zeit des Ereignisses mit der genannten Uhr bestimmbar; aber die Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes ist nur dann möglich, wenn das Problem der Zeitbestimmung, mit dem wir uns beschäftigen, bereits gelöst ist. Um nämlich die Geschwindigkeit des Lichtes in einer bestimmten Richtung zu messen, müsste man die Distanz zweier Punkte A und B, zwischen welchen sich ein Lichtstrahl fortpflanzt, ferner die Zeit der Lichtaussendung in A und die Zeit der Lichtankunft in B messen. Es wären also Zeitmessungen an verschiedenen Orten nötig, was nur dann ausführbar wäre, wenn die von uns gesuchte Zeitdefinition bereits gegeben wäre. Wenn es nun aber ohne willkürliche Festsetzung prinzipiell ausgeschlossen ist, eine Geschwindigkeit, im speziellen die Geschwindigkeit des Lichts, zu messen, so sind wir berechtigt, bezüglich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes noch willkürliche Festsetzungen zu machen. Wir setzen nun fest, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes im Vacuum auf dem Wege von einem Punkt A nach einem Punkt B gleich gross sei wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Lichtstrahls von B nach A. Vermöge dieser Festsetzung sind wir in der Lage, gleich beschaffene Uhren, die wir relativ zum System k in verschiedenen Punkten ruhend angeordnet haben, wirklich zu richten. Wir werden z. B. die in den beiden Punkten A und B befindlichen Uhren so richten, dass folgendes der Fall ist: Wird in A zur Zeit t (auf der Uhr in A gemessen) ein Lichtstrahl nach B gesandt, der zur Zeit $t+a$ (gemessen an der Uhr in B) in B ankommt, so muss umgekehrt ein zur Zeit t (auf der Uhr in B gemessen) von B gegen A gesandter Lichtstrahl zur Zeit $t+a$ (gemessen an der Uhr in A) in A eintreffen. Das ist die Vorschrift, nach welcher alle Uhren, die im System k verteilt sind, gerichtet werden müssen. Wenn wir diese Vorschrift erfüllt haben, so haben wir eine Zeitbestimmung vom Standpunkt des messenden Physikers erlangt. Die Zeit eines Ereignisses ist nämlich gleich der Angabe derjenigen der nach der soeben angegebenen Vorschrift gerichteten Uhren, welche sich am Ort des Ereignisses befindet.

Nun fragt sich, was wir damit besonders Merkwürdiges erhalten haben, da das alles selbstverständlich klingt. Das Merkwürdige liegt darin, dass diese Vorschrift, um zu Zeitangaben von ganz bestimmtem Sinn zu gelangen, sich auf ein System von Uhren bezieht, welches relativ zu einem ganz bestimmten Koordinatensystem k ruht. Wir haben nicht eine Zeit schlechthin gewonnen, sondern eine Zeit mit Bezug auf das Koordinatensystem k bezw. mit Bezug auf das Koordinatensystem k samt den relativ zu k ruhend angeordneten Uhren. Wir können natürlich genau dieselben Operationen ausführen, wenn wir ein zweites Koordinatensystem k' haben, welches relativ zu k gleichförmig bewegt ist. Wir können relativ zu diesem Koordinatensystem k' ein Uhrensystem über den Raum verteilen, aber so, dass alle mit k' bewegt sind. Dann können wir diese Uhren, die bezüglich k' in Ruhe sind, genau nach der oben angegebenen Vorschrift richten. Wenn wir das tun, so bekommen wir mit Bezug auf das System k' auch eine Zeit.

Nun ist aber a priori gar nicht gesagt, dass, wenn zwei Ereignisse mit Bezug auf das Bezugssystem k — ich meine damit das Koordinatensystem samt den Uhren — gleichzeitig sind, dieselben Ereignisse aufgefasst zum Bezugssystem k' auch gleichzeitig sind. Es ist nicht gesagt, dass die Zeit eine absolute, d. h. eine vom Bewegungszustand des Bezugssystems unabhängige Bedeutung hat. Das ist eine Willkür, welche in unserer Kinematik enthalten war.

Nun kommt ein zweiter Umstand, welcher ebenfalls in der bisherigen Kinematik willkürlich war. Wir sprechen von der Gestalt eines Körpers, z. B. von der Länge eines Stabes und glauben, genau zu wissen, was dessen Länge ist, auch dann, wenn er sich in bezug auf das Bezugssystem, von dem aus wir die Erscheinungen beschreiben, in Bewegung befindet. Aber eine kurze Ueberlegung zeigt, dass das gar keine so einfachen Begriffe sind, wie wir es uns instinktiv vorstellen. Wir haben einen Stab, der in Richtung seiner Achse relativ zu dem Bezugssystem k in Bewegung ist. Wir fragen nun: wie lang ist dieser Stab? Diese Frage kann nur die Bedeutung haben: welche Experimente müssen wir ausführen, um zu erfahren, wie lang der Stab ist. Wir können einen Mann mit einem Masstab nehmen und ihm einen Stoss geben, so dass er dieselbe Geschwindigkeit annimmt wie der Stab; dann ist er relativ zum Stab ruhend und kann die Länge dieses Stabes durch wiederholtes Anlegen seines Massstabes in derselben Weise ermitteln, wie man tatsächlich die Länge ruhender Körper ermittelt. Da bekommt er eine ganz bestimmte Zahl und er kann mit einem gewissen Recht erklären, dass er die Länge dieses Stabes gemessen habe.

Wenn aber lediglich solche Beobachter zur Verfügung stehen, welche nicht mit dem Stab bewegt sind, sondern alle relativ zu einem gewissen Bezugssystem k ruhen, können wir in folgender Weise verfahren: Wir denken uns längs der Bahn, welche der längs seiner Achse bewegte Stab durchläuft, eine sehr grosse Zahl von Uhren verteilt, deren jeder ein Beobachter beigegeben sei. Die Uhren seien nach dem oben angegebenen Verfahren durch Lichtsignale gerichtet worden, derart, dass sie in ihrer Gesamtheit die zu dem Bezugssystem k gehörige Zeit anzeigen. Diese Beobachter ermitteln nun die beiden Orte mit Bezug auf das System k, in denen sich Stabanfang und Stabende zu einer bestimmten gegebenen Zeit t befinden, oder was dasselbe heisst, diejenigen beiden Uhren, bei denen Stabanfang bezw. Stabende passiert, wenn die betreffende Uhr die Zeitangabe t zeigt. Die Distanz der beiden so erhaltenen Orte (bezw. Uhren) voneinander werde mit einem relativ zum Bezugssystem k ruhenden Masstab durch wiederholtes Anlegen auf der Verbindungsstrecke ermittelt. Die Resultate der beiden angegebenen Verfahren kann man mit gutem Recht als die Länge des bewegten Stabes bezeichnen. Es ist aber zu bemerken, dass diese beiden Manipulationen nicht notwendigerweise zu demselben Resultat führen müssen, oder m. a. W. die geometrischen Masse eines Körpers brauchen nicht von dem Bewegungszustand desjenigen Bezugssystems unabhängig zu sein, mit Bezug auf welches die Masse ermittelt werden.

Wenn wir diese beiden willkürlichen Voraussetzungen nicht machen, so sind wir zunächst nicht mehr imstande, das folgende elementare Problem zu lösen: gegeben sind die Koordinaten x, y, z, und die Zeit t eines Ereignisses mit Bezug auf das System k; wir suchen die Raum-Zeitkoordinaten x', y', z', t' desselben Ereignisses bezogen auf ein anderes System k', welches sich in bekannter, gleichförmiger Translationsbewegung relativ zu k befindet. Es zeigt sich nämlich, dass die bisherige einfache Lösung dieser Aufgabe auf den beiden von uns soeben als willkürlich erkannten Annahmen beruhte.

Wie soll man die Kinematik wieder auf die Beine bringen? Da ergibt sich die Antwort von selbst: gerade die Umstände, die uns vorhin die peinlichen Schwierigkeiten bereitet haben, führen uns auf einen gangbaren Weg, nachdem wir durch die Beseitigung der genannten willkürlichen Annahmen mehr Spielraum erlangt haben. Es zeigt sich nämlich, dass gerade diese beiden scheinbar unvereinbaren Grundsätze, welche die Erfahrung uns aufgedrängt hat, nämlich das Relativitätsprinzip und das Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, zu einer ganz bestimmten Lösung des Problems der Raum-Zeit-Transformation führen. Da kommt man zu Resultaten, die unseren gewöhnlichen Vorstellungen zum Teil stark zuwider laufen. Die mathematischen Überlegungen, die dazu führen, sind sehr einfach; es ist nicht der Ort, darauf einzugehen.[1]) Es wird besser sein, wenn ich auf die hauptsächlichsten Konsequenzen eingehe, welche man auf diese Weise durch ganz logisches Vorgehen ohne weitere Voraussetzung erlangt hat.

---

[1]) Sind x, y, z, t bezw. x', y', z', t' Raum- und Zeitkoordinaten mit Bezug auf die beiden Bezugssysteme k und k', so verlangen die beiden zugrunde gelegten Prinzipien, dass die Transformationsgleichungen so beschaffen sein müssen, dass von den beiden Geichungen

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \text{ und}$$
$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2$$

jede die andere zur Folge hat. Da aus hier nicht zu erörternden Gründen die Substitutionsgleichungen lineare sein müssen, so ist hiedurch das Transformationsgesetz festgelegt, wie eine kurze Untersuchung lehrt (vergl. z. B. Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik IV. 4. S. 418 ff).

Zunächst einmal das rein Kinematische. Da wir Koordinaten und Zeit in bestimmter Weise physikalisch definiert haben, so wird jede Beziehung zwischen räumlichen und zeitlichen Grössen einen ganz bestimmten physikalischen Inhalt haben. Es ergibt sich folgendes: Wenn wir einen festen Körper haben, der in bezug auf das Koordinatensystem k, welches wir der Betrachtung zu Grunde legen, gleichförmig bewegt ist, dann erscheint dieser Körper in seiner Bewegungsrichtung verkürzt in einem ganz bestimmten Verhältnis gegenüber derjenigen Gestalt, welche er in bezug auf dieses System im Zustand der Ruhe besitzt. Wenn wir mit v die Bewegungsgeschwindigkeit des Körpers bezeichnen, mit c die Lichtgeschwindigkeit, so wird jede in der Bewegungsrichtung gemessene Länge, die bei unbewegtem Zustande des Körpers $= l$ ist, infolge der Bewegung mit Bezug auf den nicht mitbewegten Beobachter verringert auf den Betrag

$$l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}.$$

Wenn der Körper in ruhendem Zustande kugelförmig ist, dann hat er, wenn wir ihn in einer bestimmten Richtung bewegen, die Gestalt eines abgeplatteten Ellipsoides. Wenn die Geschwindigkeit bis zur Lichtgeschwindigkeit geht, so klappt der Körper zu einer Ebene zusammen. Von einem mitbewegten Beobachter beurteilt, behält der Körper aber nach wie vor seine Kugelgestalt; andererseits erscheinen dem mit dem Körper bewegten Beobachter alle nicht mitbewegten Gegenstände in genau gleicher Weise in der Richtung der Relativbewegung verkürzt. Dieses Resultat büsst von seiner Sonderbarkeit sehr viel ein, wenn man berücksichtigt, dass diese Angabe über die Gestalt bewegter Körper eine recht komplizierte Bedeutung hat, indem ja nach dem Vorigen diese Gestalt nur mit Hilfe von Zeitbestimmungen zu ermitteln ist.

Das Gefühl, dass dieser Begriff „Gestalt des bewegten Körpers“ einen unmittelbar einleuchtenden Inhalt hat, kommt daher, dass wir in der Alltagserfahrung gewohnt sind, lediglich solche Bewegungsgeschwindigkeiten vorzufinden, welche gegenüber der Lichtgeschwindigkeit praktisch unendlich klein sind.

Nun eine zweite rein kinematische Konsequenz der Theorie, die fast noch merkwürdiger berührt. Wir denken uns eine Uhr gegeben, welche die Zeit eines Bezugssystems k anzugeben befähigt ist, falls sie relativ zu k ruhend angeordnet wird. Man kann beweisen, dass dieselbe Uhr, falls sie mit Bezug auf das Bezugssystem k in gleichförmige Bewegung versetzt wird, vom System k aus beurteilt, langsamer läuft, derart, dass wenn die Zeitangabe der Uhr um 1 gewachsen ist, die Uhren des Systems k anzeigen, dass in bezug auf das System k die Zeit

$$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

verstrichen ist. Die bewegte Uhr läuft also langsamer als dieselbe Uhr, wenn sie sich in bezug auf k im Zustande der Ruhe befindet. Man muss sich die Ganggeschwindigkeit der Uhr in bewegtem Zustand dadurch ermittelt denken, dass man die Zeigerstellung dieser Uhr jeweilen verglichen denkt mit den Zeigerstellungen derjenigen relativ zu k ruhenden Uhren, die mit Bezug auf k die Zeit messen und an denen sich die betrachtete bewegte Uhr gerade vorbeibewegt. Wenn es uns gelänge, die Uhr mit Lichtgeschwindigkeit zu bewegen — angenähert mit Lichtgeschwindigkeit könnten wir sie bewegen, wenn wir genügend Kraft hätten — so würden die Zeiger der Uhr von k aus beurteilt, unendlich langsam vorrücken.

Am drolligsten wird die Sache, wenn man sich folgendes ausgeführt denkt: man gibt dieser Uhr eine sehr grosse Geschwindigkeit (nahezu gleich c) und lässt sie in gleichförmiger Bewegung weiterfliegen und gibt die dann, nachdem sie eine grosse Strecke durchflogen hat, einen Impuls in entgegengesetzter Richtung, so dass sie wieder an die Ursprungsstelle, von der sie abgeschleudert worden ist, zurückkommt. Es stellt sich dann heraus, dass sich die Zeigerstellung dieser Uhr, während ihrer ganzen Reise, fast nicht geändert hat, während eine unterdessen am Orte des Abschleuderns in ruhendem Zustand verbliebene Uhr von genau gleicher Beschaffenheit ihre Zeigerstellung sehr wesentlich geändert hat. Man muss hinzufügen, dass das, was für diese Uhr gilt, welche wir als einen einfachen Repräsentanten alles physikalischen Geschehens eingeführt haben, auch gilt für ein in sich abgeschlossenes physikalisches System irgendwelcher anderer Beschaffenheit. Wenn wir z. B. einen lebenden Organismus in eine Schachtel hineinbrächten und ihn dieselbe Hin- und Herbewegung ausführen liessen wie vorher die Uhr, so könnte man es erreichen, dass dieser Organismus nach einem beliebig langen Fluge beliebig wenig geändert wieder an seinen ursprünglichen Ort zurückkehrt, während ganz entsprechend beschaffene Organismen, welche an den ursprünglichen Orten ruhend geblieben sind, bereits längst neuen Generationen Platz gemacht haben. Für den bewegten Organismus war die lange Zeit der Reise nur ein Augenblick, falls die Bewegung annähernd mit Lichtgeschwindigkeit erfolgte! Dies ist eine unabweisbare Konsequenz der von uns zugrunde gelegten Prinzipien, die die Erfahrung uns aufdrängt.

Nun noch ein Wort über die Bedeutung der Relativitätstheorie für die Physik. Diese Theorie verlangt, dass der mathematische Ausdruck eines für beliebige Geschwindigkeiten gültigen Naturgesetzes seine Form nicht ändert, wenn man vermittelst der Transformationsgleichungen in die die Gesetze ausdrückenden Formeln neue Raum-Zeitkoordinaten einführt. Es wird dadurch die Mannigfaltigkeit der Möglichkeiten erheblich eingeschränkt. Es gelingt, durch eine einfache Transformation die Gesetze für beliebig rasch bewegte Körper abzuleiten aus denjenigen Gesetzen, welche für ruhende, bezw. langsam bewegte Körper bereits bekannt sind. So kann man z. B. die Bewegungsgesetze für rasche Kathodenstrahlen ableiten. Es hat sich dabei ergeben, dass die Newtonschen Gleichungen nicht für beliebig rasch bewegte materielle Punkte gelten, sondern dass sie ersetzt werden müssen durch Bewegungsgleichungen von etwas komplizierterem Bau. Es hat sich gezeigt, dass diese Gesetze der Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen in ganz befriedigender Weise mit der Erfahrung übereinstimmen.

Von den physikalisch wichtigen Folgerungen der Relativitätstheorie muss die folgende erwähnt werden. Wir haben vorhin gesehen, dass eine bewegte Uhr nach der Relativitätstheorie langsamer läuft als dieselbe Uhr im ruhenden Zustande. Wohl dürfte es für immer ausgeschlossen bleiben, dass wir dieses durch Experimente mit einer Taschenuhr verifizieren werden, weil die Geschwindigkeiten, die wir einer solchen mitteilen können, gegen die Lichtgeschwindigkeit verschwindend klein sind. Aber die Natur bietet uns Objekte dar, welche durchaus den Charakter von Uhren haben und ausserordentlich rasch bewegt werden können. Es sind dies die Spektrallinien aussendenden Atome, denen wir mittelst des elektrischen Feldes Geschwindigkeiten von mehreren tausend Kilometern mitteilen können (Kanalstrahlen). Es ist nach der Theorie zu erwarten, dass die Schwingungsfrequenzen dieser Atome durch deren Bewegung in genau derjenigen Weise beeinflusst erscheinen, wie dies für die bewegten Uhren abzuleiten ist. Wenn die betreffenden Experimente auch grossen Schwierigkeiten begegnen, so dürfen wir doch hoffen, auf diesem Wege in den nächsten Jahrzehnten eine wichtige Bestätigung oder die Widerlegung der Relativitätstheorie zu erlangen.

Die Theorie führt ferner zu dem wichtigen Resultat, dass die träge Masse eines Körpers von dessen Energieinhalt abhängig ist, allerdings in sehr geringem Masse, so dass es ganz aussichtslos ist, die Sache direkt nachzuweisen. Nimmt die Energie eines Körpers um E zu, so nimmt die träge Masse um $\frac{E}{c^2}$ zu. Durch diesen Satz wird der Satz von der Erhaltung der Masse umgestossen, bezw. mit dem Satz von der Erhaltung der Energie zu einem einzigen verschmolzen. So merkwürdig dieses Resultat klingen mag, so kann man doch auch ohne Relativitätstheorie in einigen speziellen Fällen aus erfahrungsmässig bekannten Tatsachen mit Sicherheit schliessen, dass die träge Masse mit dem Energieinhalt zunimmt.

Nun noch ein Wort über die hochinteressante mathematische Fortbildung, welche die Theorie hauptsächlich durch den leider so früh verstorbenen Mathematiker Minkowski erfahren hat. Die Transformationsgleichungen der Relativitätstheorie sind derart beschaffen, dass sie den Ausdruck

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

als Invariante besitzen. Führt man statt der Zeit t die imaginäre Variable $c\,t \cdot \sqrt{-1} = \tau$ statt der Zeit als Zeitvariable ein, so nimmt diese Invariante die Form an

$$x^2 + y^2 + z^2 + \tau^2.$$

Hiebei spielen die räumlichen Koordinaten und die Zeitkoordinaten dieselbe Rolle. Die weitere Verfolgung dieser formalen Gleichwertigkeit von Raum- und Zeitkoordinaten in der Relativitätstheorie hat zu einer sehr übersichtlichen Darstellung dieser Theorie geführt, welche deren Anwendung wesentlich erleichtert. Das physikalische Geschehen wird dargestellt in einem 4-dimensionalen Raum und die raum-zeitlichen Beziehungen der Ergebnisse erscheinen als geometrische Sätze in diesem 4-dimensionalen Raum.