Absolute electromagnetische und calorimetrische Messungen:

Der absolute Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit in electromagnetischem Maasse;

die Beziehung zwischen der Stromarbeit und der Wärmeentwicklung in der stationären galvanischen Strömung;

die absoluten Werthe einiger constanten hydroelectromotorischen Kräfte in electromagnetischem Maasse.

[Gedrängte Zusammenstellung der Resultate einer Reihe von Untersuchungen.]

Von **H. F. Weber.**

Seitdem die Siemens'sche Widerstandseinheit in dem Gebiete der galvanischen Messungen Eingang gefunden hat, ist von vier verschiedenen Seiten der Versuch gemacht worden, den absoluten Werth dieser empirischen Einheit festzustellen, d. h. diejenige electromotorische Kraft in absolutem Maasse zu bestimmen, welche in einem Leiter, dessen Widerstand gleich dem der Siemens'schen Einheit ist, einen Strom von der absoluten Stärke 1 hervorzurufen vermag. Das zu Grunde gelegte Maasssystem war das electromagnetische.

Herr Wilh. Weber hat 1862 nach einem von ihm ausgebildeten Verfahren (Abhandlungen der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften, Band X) als absoluten Werth der Siemens'schen Quecksilbereinheit gefunden:

$$1.\ S.\ Q.\ E. = 1.0257 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right).$$

Nach demselben Verfahren und mit Hülfe derselben Instrumente hat Herr F. Kohlrausch (Pogg. Ann. Erg.-Band VI, S. 1) 8 Jahre später die Bestimmung wiederholt und aus 4 verschiedenen Messungen als mittleren Werth erhalten:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9717 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Das von der Brit. Assoc. f. the adv. of Sc. bestellte Comité zur Feststellung einer passenden Widerstandseinheit, bestehend aus den Herren Clerk Maxwell, Balfour Stewart und Jenkin, hat im Verlauf der Jahre 1863 und 1864 einen Widerstand hergestellt, die Brit. Assoc. Unity (von den englischen Physikern auch «Ohm» genannt), welche nach electromagnetischem Maasse den absoluten Werth $10^{10}\left(\frac{mm}{sec.}\right)$ genau darstellen soll. Nach den besten Vergleichungen verhält sich diese englische Einheit zu der Siemens'schen wie 1 : 0.9536; nach den Messungen der englischen Physiker wäre demnach der absolute Werth der Siemens'schen Einheit gleich $0.9536 \times 10^{10}\left(\frac{mm}{sec.}\right)$.

In neuerer Zeit hat endlich Herr Lorenz in Kopenhagen nach einer ihm eigenthümlichen, recht einfachen Methode, in der inducirte Ströme von constanter Stromstärke zur Anwendung kamen (Pogg. Ann. 149, S. 251, 1873) die Grösse der Siemens'schen Widerstandseinheit in absolutem electromagnetischem Maasse gemessen und als Endresultat seiner Messungen erhalten:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9333 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

So viele verschiedene Beobachter die absolute Grösse der Siemens'schen Widerstandseinheit bestimmt haben, so viele verschiedene, ja sogar sehr verschiedene Resultate sind gefunden worden. Bei der heut zu Tage erreichten Feinheit galvanometrischer Beobachtungsmethoden, bei der Vollständigkeit, mit der wir die Grundgesetze der strömenden Electricität zu kennen glauben, hat gewiss Niemand von vorn herein erwartet, dass in den Endergebnissen der in diesen Arbeiten so geübten Physiker eine so grosse Abweichung auftreten könnte. Diese vier verschiedenen Ergebnisse bilden zusammengestellt ein neues Problem, ein Problem, das für die Galvanometrie von fundamentaler Wichtigkeit ist. Die beiden von vorn herein gleich möglichen Lösungen des Problems sind:

a. Die vier Beobachter, resp. Beobachtergruppen, haben die schwierigen, zu einer absoluten Widerstandsbestimmung nöthigen Beobachtungen fehlerlos ausgeführt und es resultiren verschiedene Endergebnisse, weil die den verschiedenen angewandten Beobachtungsmethoden zu Grunde gelegten Naturgesetze nicht genau richtig sind; oder

b. die angewendeten Naturgesetze sind streng richtig und es haben sich mindestens drei der obigen Beobachter geirrt.

In den folgenden Untersuchungen ergibt sich, dass die letztere Lösung die wirkliche ist. Drei wesentlich verschiedene Methoden, die drei ganz verschiedene Naturgesetze in Anwendung brachten, in denen sowohl schnell und langsam variirende inducirte Ströme, als auch stationäre Strömungen zur Verwendung kamen, haben ein vollständig übereinstimmendes Endresultat für den absoluten Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit ergeben: $1\ S.\ Q.\ E = 0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$; ausserdem stimmt dieses Resultat bis auf eine äusserst geringe Differenz mit dem

Werthe überein, den die englischen Physiker erhalten haben. Da ich auch bei mannigfacher Variation meiner drei Versuchsmethoden keine wesentliche Aenderung in meinem Endresultat zu erzielen vermochte, so bin ich genöthigt, in den abweichenden Resultaten der Herren Wilh. Weber, F. Kohlrausch u. L. Lorenz — die übrigens nur nach je einer Methode die Untersuchung geführt haben — Werthe zu sehen, die mit Beobachterfehlern behaftet sind.

I.

Bestimmung des absoluten Werthes der Siemens'schen Widerstandseinheit unter Zugrundelegung der Gesetze der Magneto-Induction.

Als erste Versuchsmethode zur Bestimmung des absoluten Werthes der Siemens'schen Widerstandseinheit habe ich ein Verfahren gewählt, das bereits von Herrn Wilhelm Weber bei der Einführung der absoluten Widerstandsmessungen angewandt worden war (Electrodynamische Maassbestimmungen, S. 232). Ich habe dasselbe so angelegt, dass es unter zwei verschiedenen Umständen ausgeführt werden konnte.

Zwei genau gleiche, äusserst regelmässig gewundene cylindrische Spiralen wurden zu einem Multiplicator so zusammengestellt, dass ihre Axen in eine und dieselbe horizontale Gerade fielen, die senkrecht zum magnetischen Meridian lag. Der innere Radius der Spiralen war 144.43^{mm}; der äussere Radius betrug 184.46^{mm}; die Tiefe des mit Windungen erfüllten Raumes betrug somit 40.03^{mm}; dessen Breite 53.64^{mm}; jede Spirale zählte 691 Windungen. Ein möglichst starker parallelepipedischer Magnet (dessen Länge, Breite und Höhe 80.0^{mm}, 20.1^{mm} und 21.1^{mm} betrugen) befand sich mit seinem Mittelpunkte genau in der Axe der beiden Spiralen und möglichst genau in der Mitte zwischen den Mittelebenen der letztern; er wurde von einem circa 3^m langen, dünnen Messingdrath getragen. Die angegebenen Dimensionen des Multiplicators und des Magnets sind von solcher Grösse, dass bei der Berechnung der Wechselwirkung zwischen Multiplicator und Magnet an die Stelle des letztern ein System zweier magnetischer Pole von gleichem magnetischem Moment gesetzt werden darf.

Wird ein innerhalb eines Multiplicators befindlicher Magnet aus seiner Gleichgewichtslage um einen kleinen Winkel herausgedreht und den auf ihn einwirkenden Kräften überlassen, so beschreibt er isochrone Schwingungen, deren Amplituden in geometrischer Progression abnehmen. Bei «offenem» Multiplicator ist

$$\left.\begin{array}{ll} \text{die Schwingungsdauer} & T_1 = \dfrac{\pi}{\sqrt{\dfrac{MH}{K} + \dfrac{B}{K} - \left(\dfrac{A}{2K}\right)^2}} \\ \text{und das logarithmische Decrement der Amplituden} & \lambda_1 = \dfrac{A}{2K} \cdot T_1 \end{array}\right\} \quad (1)$$

Nach dem Gesetze der Magneto-Induction ist bei «geschlossenem» Multiplicator:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{die Schwingungsdauer} & T_2 = \dfrac{\pi}{\sqrt{\dfrac{MH}{K} + \dfrac{B}{K} - \left(\dfrac{M^2G^2}{2\,K.w} + \dfrac{A}{2K}\right)^2}} \\ \text{und das logarithmische Decrement der Ampl.} & \lambda_2 = \left(\dfrac{M^2G^2}{2\,K.w} + \dfrac{A}{2K}\right) \cdot T_2 \end{array}\right\} \quad (2)$$

In diesen Gleichungen bedeutet:

K das Trägheitsmoment } des Magnets,
M das magnetische Moment }

H die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft,

B das Torsionsmoment des Aufhängedrahts,

A das Drehungsmoment, mit welchem der Draht und das umgebende Medium auf den mit der Winkelgeschwindigkeit 1 bewegten Magnet einwirken,

G die electromagnetische Kraft, mit welcher der Multiplicator, vom Strome 1 durchflossen, auf die in einem Polpuncte des Magnets concentrirte magnetische Masseneinheit einwirkt,

w den absoluten Werth des Multiplicatorwiderstandes (in electromagnetischem Maasse gemessen).

Aus den Gleichungen (1) und (2) folgen die weiteren Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\lambda_2}{T_2} - \frac{\lambda_1}{T_1} &= \frac{M^2 . G^2}{2\,K . w} \\ \text{und } \frac{\pi^2 + \lambda_1{}^2}{T_1{}^2} &= \frac{\pi^2 + \lambda_2{}^2}{T_2{}^2} \end{aligned}\right\}$$

und hieraus lässt sich für den absoluten Widerstand w der Ausdruck gewinnen:

$$w = \frac{G^2 . M^2 \cdot T_1}{2\,K\left[\lambda_2 \sqrt{\dfrac{\pi^2 + \lambda_1{}^2}{\pi^2 + \lambda_2{}^2}} - \lambda_1\right]}$$

Derselbe darf, nach Gleichung (1), ersetzt werden durch:

$$w = G^2 \left(\frac{M}{H}\right) \frac{1}{2\,T_1 . (1 + \theta)} \cdot \frac{\pi^2 + \lambda_1{}^2}{\lambda_2 \cdot \sqrt{\dfrac{\pi^2 + \lambda_1{}^2}{\pi^2 + \lambda_2{}^2}} - \lambda_1} \qquad (3)$$

wo θ die Grösse $\dfrac{B}{M.H}$ bezeichnet. Ist der Multiplicatorwiderstand gleich n Siemens'schen Quecksilbereinheiten gefunden worden, so ist der absolute Werth einer Siemens'schen Quecksilbereinheit ($1\,S.\,Q.\,E$) in electromagnetischem Maasse:

$$1\ S.\,Q.\,E. = \frac{G^2}{n} \cdot \frac{M}{H} \cdot \frac{1}{2\,T_1\,(1+\theta)} \cdot \frac{\pi^2 + \lambda_1^{\,2}}{\lambda_2 \sqrt{\dfrac{\pi^2 + \lambda_1^{\,2}}{\pi^2 + \lambda_2^{\,2}}} - \lambda_1} \qquad (4)$$

Streng genommen hätte bei der Entwicklung des absoluten Werths für w auch darauf Rücksicht genommen werden müssen, dass der durch die Bewegung des Magnets primär inducirte Strom mit der Zeit veränderlich ist und in Folge dessen inducirend auf seine eigne Strombahn wirkt. Die Ausführung der Rechnung zeigt, dass der Einfluss dieser Induction des inducirten Stroms gegenüber den andern bedingenden Momenten so klein ist, das der oben für w gegebene Ausdruck in Folge davon nur um (in runder Zahl) $\frac{1}{20000}$ vergrössert wird. Da in den unten angeführten Messungen keine der zu bestimmenden Grössen mit einer solchen Genauigkeit gemessen werden konnte, dass noch $\frac{1}{20000}$ ihres Werthes hätte sicher erfasst werden können, so durfte der Einfluss der Induction von Seiten des primär inducirten veränderlichen Stroms ganz ignorirt werden.

Zur Bestimmung des absoluten Werthes der $S.\,Q.\,E$ mittelst dieses Verfahrens sind also sieben verschiedene Grössen zu messen.

Die fünf Grössen: λ_1, λ_2, T_1, $(1+\theta)$ und $\left(\frac{M}{H}\right)$ wurden nach den von Gauss eingeführten Verfahren bestimmt.

Der Werth G wurde mittelst des Fundamentalgesetzes der electromagnetischen Fernwirkung aus den Dimensionen und der Form des Multiplicators berechnet:

$$G = \frac{2\,\pi\,.\,n\,.\,R^2}{\varrho^3} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{h^2}{R^2}\left\{\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\frac{R^2}{\varrho^2}\left(1 - \frac{R^2}{\varrho^2}\right)\right\} - \frac{b^2}{\varrho^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right) \\ -\frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\Big[\frac{4\,D^2 - R^2}{\varrho^2} - \frac{h^2}{\varrho^2}\Big\{\frac{5}{3} - \frac{14}{3}\frac{R^2}{\varrho^2} + \frac{4\,D^2 - R^2}{\varrho^2}\Big(\frac{21}{6} + \frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\Big)\Big\} \\ + \frac{b^2}{\varrho^2}\Big\{\frac{4}{3} - \frac{56}{3}\frac{D^2}{\varrho^2} - \frac{4\,D^2 - R^2}{\varrho^2}\Big(\frac{7}{6} - \frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\Big)\Big\}\Big] + \cdots\cdots \end{array} \right\}$$

Hier bedeutet : n die Anzahl der Windungen des Multiplicators, R den mittleren Halbmesser der Multiplicatorwindungen, $2D$ den Abstand der Mittelebenen der beiden Spiralen, $2h$ die Höhe und $2b$ die Breite des Querschnitts des mit Windungen erfüllten Raumes, ϱ die Grösse $\sqrt{R^2+D^2}$ und $2l$ die Entfernung der Pole des schwingenden Magnets. Bei der Ableitung dieses Ausdrucks wurde vorausgesetzt, dass an die Stelle der spiralförmigen Windungen kreisförmige Windungen gesetzt werden dürfen, die den Multiplicatorraum continuirlich erfüllen; ferner wurde der Ausschlagswinkel u des Magnets als so klein angenommen, dass $\cos u = 1$ und $5 . \sin^2 u$ als verschwindend klein gegenüber 1 gesetzt werden darf. Bei den ausgeführten Beobachtungen überschritt u niemals den Werth $2°$. Die cylindrischen Spiralen waren so gebaut und aufgestellt, dass die Längen R, D, h und b zu jeder Zeit direct mit dem Kathetometer bis auf 0.1^{mm} genau gemessen werden konnten.

Die Anzahl n der Siemens'schen Widerstandseinheiten, die der Widerstand des Multiplicators zur Zeit jeder Beobachtung repräsentirte, wurde mit Hülfe eines Brückenverfahrens bestimmt, das alle etwaigen Fehler von Seiten auftretender Extraströme, stattfindender Temperaturänderungen, ungleichartiger Stellen des Messdrahtes, vorhandener Uebergangswiderstände u. s. w. sorgfältigst ausschloss.

Achtzehn Versuchsreihen wurden nach diesem Verfahren an 18 verschiedenen Tagen ausgeführt. Die Reihenfolge der Operationen war immer die folgende: Bestimmung der Zahl n, Ermittlung von $\left(\frac{M}{H}\right)$ und l; hierauf Bestimmung der Werthe T_1, λ_1, λ_2 aus 12 auf einander folgenden Beobachtungsreihen mit abwechselnd «offenem» und «geschlossenem» Multiplicator; zum Schluss nochmalige Ausmessung von $\left(\frac{M}{H}\right)$, l, und n. Die Temperatur des Beobachtungsraumes variirte während jeder einzelnen Versuchsreihe nie mehr als höchstens um 0.°6 und wurde selbstverständlich genau verfolgt.

Um einen Aufschluss über die Zuverlässigkeit der nach dieser Methode gewonnenen Resultate zu gewinnen, wurden zwei Gruppen von Versuchen angestellt.

In der ersten Gruppe von Versuchen wurden die beiden Spiralen so nahe zusammengeschoben, als es der Aufhängedraht des Magnets erlaubte (bis auf den Abstand $D = 39.2^{\mathrm{mm}}$); dabei fiel die Differenz $\lambda_2 - \lambda_1$ im Mittel zu **0.0296** aus; zugleich hatte hier das Glied

$$-\frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\left[\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}-\frac{h^2}{\varrho^2}\left\{\frac{5}{3}-\frac{14}{3}\frac{R^2}{\varrho^2}+\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}\left(\frac{21}{6}+\frac{21}{2}\frac{R^2}{\varrho^2}\right)\right\}\right.$$
$$\left.+\frac{b^2}{\varrho^2}\left\{\frac{4}{3}-\frac{56}{3}\frac{D^2}{\varrho^2}-\frac{4D^2-R^2}{\varrho^2}\left(\frac{7}{6}-\frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right\}\right]$$

in dem oben für G gegebenen allgemeinen Ausdrucke einen Werth (circa 2%), der neben dem Anfangsgliede 1 noch erheblich ins Gewicht fiel.

Es wurde gefunden:

4. April 1876	1 *S. Q. E.*	$= 0.9551 \times 10^{10}$	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
5. „ „		$= 0.9532 \times 10^{10}$	„
6. „ „		$= 0.9570 \times 10^{10}$	„
7. „ „		$= 0.9565 \times 10^{10}$	„
8. „ „		$= 0.9548 \times 10^{10}$	„
10. „ „		$= 0.9555 \times 10^{10}$	„

Der Mittelwerth dieser sechs Versuchsreihen ist:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.95535 \times 10^{10}.$$

In der zweiten Gruppe von Versuchen wurden die Spiralen so weit auseinandergeschoben, dass der Abstand ihrer Mittelebenen möglichst genau gleich dem mittleren Radius ihrer Windungen wurde. Für diese Stellung der Spiralen ($2\,D$ nahezu gleich 164.4^{mm}) betrug die Differenz der logarithmischen Decremente nur circa **0.0172**; zugleich wurde der Ausdruck von G von der Poldistanz des Magnets nahezu unabhängig: es ist für den Fall, dass $D=\frac{R}{2}$

$$G=\frac{16\pi.n}{5\sqrt{5}.R}\left[1-\frac{1}{15}\frac{h^2}{R^2}+\frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\left(\frac{36}{15}\frac{b^2}{\varrho^2}-\frac{31}{15}\frac{h^2}{\varrho^2}\right)\right]$$

und der Werth des letzten Gliedes innerhalb der eckigen Klammer beträgt nur -0.00028.

Die bei dieser Versuchsanordnung gefundenen Resultate sind:

12. April 1876	1 *S. Q. E.*	$= 0.9531 \times 10^{10}$	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
13. „ „		$= 0.9543 \times 10^{10}$	„
14. „ „		$= 0.9542 \times 10^{10}$	„
15. „ „		$= 0.9534 \times 10^{10}$	„
16. „ „		$= 0.9555 \times 10^{10}$	„
17. „ „		$= 0.9528 \times 10^{10}$	„

Der Mittelwerth beträgt:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.95388 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Während des Sommers 1876 wurde der Multiplicator aus einander genommen. Im Herbst 1876 habe ich noch einmal alle Dimensionen der beiden Spiralen kathetometrisch ausgemessen und die Spiralen abermals zu einem Multiplicator der zuletzt beschriebenen Art zusammengestellt. Der Magnet hatte in Folge anhaltenden, anderweitigen Gebrauchs sein Moment so beträchtlich vermindert, dass die Differenz der logarithmischen Decremente $\lambda_2-\lambda_1$ nur noch circa **0.0161** betrug.

Die in dieser dritten Reihe gefundenen Resultate sind:

15. Septbr. 1876	$1\ S.\ Q.\ E.$	$= 0.9551 \times 10^{10}$	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
16. „ „		$= 0.9550 \times 10^{10}$	„
17. „ „		$= 0.9548 \times 10^{10}$	„
18. „ „		$= 0.9527 \times 10^{10}$	„
19. „ „		$= 0.9538 \times 10^{10}$	„
20. „ „		$= 0.9544 \times 10^{10}$	„

Hiernach ist im Mittel:

$$1\ S.\ Q.\ E. = 0.95430 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Das Gesammtresultat aller angestellten Messungen ist:

Der absolute Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit in electromagnetischem Maasse, abgeleitet aus den electromotorischen Kräften und den galvanischen Strömungen, die durch langsame, schwingende Bewegungen eines Magneten in einem benachbarten, linearen Leiter inducirt werden, ist im Mitttel aus 18 Versuchsreihen $0.95451 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$.

II.

Ermittlung des absoluten Werths der S. Q. E. mit Hülfe der Gesetze der Volta-Induction.

Trotz der vollständig befriedigenden Uebereinstimmung der einzelnen Resultate der in (I) beschriebenen Versuche habe ich noch nach einer zweiten, wesentlich verschiedenen Methode den absoluten Werth der Siemens'schen empirischen Widerstandseinheit abgeleitet. Während in der ersten Versuchsmethode die Gesetze der durch langsame Bewegung eines Magnets hervorgerufenen Magneto-Induction zur Anwendung kamen, wurden in der zweiten Methode die Gesetze der durch rasch variirende galvanische Ströme erzeugten Volta-Induction benutzt.

Die beiden grossen, cylindrischen Spiralen, die in den vorigen Versuchsreihen als Multiplicator gedient hatten, wurden bei diesen neuen Versuchen so aufgestellt, dass ihre Axen in eine und dieselbe Gerade fielen und ihre Mittelebenen einen gewissen Abstand D hatten. Die eine Spirale, die inducirende, war nebst einem einfachen kreisförmigen Ringe von 165.70^{mm} Radius in den Schliessungskreis einer Daniell'schen Säule eingeschaltet, die so construirt war, dass sie Stunden hindurch einen fast absolut constanten Strom lieferte. Die andere Spirale, die inducirte, bildete mit einer dritten grossen cylindrischen Spirale von 370 Windungen einen geschlossenen Kreis. Die letztere Spirale setzte sich aus zwei genau gleichen Hälften zusammen, die durch einen schmalen Zwischenraum getrennt waren. Der Radius der innersten Windung dieser Spirale war 154.20^{mm}, der der äussersten 172.22^{mm}, der mit den Windungen erfüllte Raum jeder Hälfte hatte einen rechteckigen Querschnitt von der Breite 33.50^{mm}; die Mittelebenen der beiden Hälften hatten den Abstand 20.75^{mm}. Genau in der Mitte des beide Spiralenhälften trennenden Zwischenraumes lag der oben erwähnte Kreisring vom Radius 165.70^{mm}; seine Ebene lag parallel den Windungen der Spirale, sein Mittelpunkt befand sich auf der Axe der Spirale. Genau in der Mitte der Spirale hing an einem einfachen Coconfaden ein kleiner Magnet von 40.0^{mm} Länge.

Die Versuchsmethode war die folgende: Bei offenem inducirten Kreise wurde im inducirenden Kreise ein constanter Strom hergestellt, dessen Stärke I durch die Einwirkung des kreisförmigen Ringes auf den kleinen Magnet nach absolutem Maass gemessen wurde. Hierauf wurde der inducirende Kreis geöffnet, der Magnet zur Ruhe gebracht, der kreisförmige Ring aus dem inducirenden

Kreise ausgeschaltet und der letztere wieder geschlossen. Nachdem auch die inducirte Strombahn geschlossen worden war, wurde der inducirende Strom I geöffnet; der durch das plötzliche Herabsinken der inducirenden Stromstärke auf den Nullwerth hervorgerufene Inductionsstrom wurde durch seinen «Integralstrom» gemessen. Hierauf wurde abermals die inducirende Stromstärke I bestimmt u. s. w. So wurden 20—30 auf einander folgende Messungen der inducirenden Stromstärke I und des durch Oeffnungs-Induction erzeugten Integralstroms j vorgenommen. In keiner der ausgeführten Versuchsreihen änderte sich im Verlaufe von 1 bis 2 Stunden die Stromstärke I um mehr als circa $\frac{1}{2}$ %.

Der Berechnung der so hervorgerufenen Inductionsvorgänge wurden die Annahmen zu Grunde gelegt:

1) Der Vorgang der Induction durch plötzliche Aenderung der Stromstärke in der inducirenden Strombahn wird vollständig durch das von Hrn. F. E. Neumann aufgestellte allgemeine Gesetz der Induction dargestellt;

2) der durch diese äusserst rasch verlaufende Induction hervorgerufene inducirte Strom erfüllt das Gesetz von Ohm.

Herr F. E. Neumann hatte in seiner Abhandlung: «die mathematischen Gesetze der inducirten electrischen Ströme» diese Art der Induction nicht näher untersucht: «In wie weit diese Formeln Anwendung auf die Fälle gestatten, in denen ein galvanischer Strom plötzlich auftritt oder unterbrochen wird, bedarf noch experimenteller Prüfung. Denn diese setzen voraus, dass die Geschwindigkeit, mit welcher die inducirende Ursache eintritt, im Verhältnisse zur Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Electricität in einem inducirten Leiter gering ist. — Unter Annahme der Anwendbarkeit der Formeln (16) und (17) auf die durch das plötzliche Auftreten oder Verschwinden von galvanischen Strömen erregte Induction kann man sagen: der durch das plötzliche Auftreten eines galvanischen Stromes in einem ruhenden Leiter inducirte Strom ist derselbe, als hätte sich der Leiter aus unendlich grosser Entfernung her dem Strom bis an die Stelle, wo er sich befindet, genähert.» Dass die durch rasch verlaufende Stromesschwankungen inducirten Ströme sich dem Neumann'schen allgemeinen Gesetze der Induction wirklich unterordnen und gleichzeitig das Ohm'sche Gesetz in der That befolgen, hat einige Jahre später Hr. Helmholtz in seiner Abhandlung «über die Dauer und den Verlauf der durch Stromesschwankungen inducirten electrischen Ströme» durch eine Reihe von Messungen gezeigt. Da die Frage, ob die durch plötzliche Stromesschwankungen inducirten Ströme das Ohm'sche Gesetz genau befolgen oder nicht, nicht allgemein theoretisch entschieden, sondern nur in jedem einzelnen Falle empirisch beantwortet werden kann, so habe ich, um ein ganz sicheres Fundament für die angestrebten Messungen zu gewinnen, zunächst in einer Voruntersuchung eine möglichst scharfe Prüfung daraufhin angestellt, bis wie weit die bei meiner Versuchsanordnung durch plötzliches Oeffnen des inducirenden Kreises inducirten Ströme das Ohm'sche Gesetz befolgen. Es konnte in dieser Voruntersuchung nichts bemerkt werden, was darauf hindeutete, dass die durch plötzliche Stromesänderung inducirten Ströme dem Ohm'schen Gesetze nicht genau folgen.

Bedeutet I_0 die Stromstärke, deren plötzliche Abnahme auf Null die Induction bewirkt, bedeutet P das gegenseitige electrodynamische Potential der beiden Spiralen, stellt i die in dem Momente t des Inductionsvorganges vorhandene inducirte Stromstärke und w den Widerstand des inducirten Kreises dar, dann ist die Gleichung:

$$w \int_0^{t_1} i \,.\, dt = w \,.\, j = P \,.\, I_0 \quad \ldots\ldots (1)$$

(wenn wir voraussetzen, dass die Induction im Momente $t = 0$ beginnt und im Momente $t = t_1$ bereits abgelaufen ist) der resultirende Ausdruck, der gewonnen wird, sobald das Neumann'sche allgemeine Gesetz der Induction und das Ohm'sche Gesetz auf den Vorgang der Oeffnungs-Induction angewandt wird.

Die absolute Messung von w in electromagnetischem Maasse wurde nach dieser Gleichung (1) ausgeführt.

Das electromagnetische Potential der beiden Spiralen hat den Werth

$$P = \iint \frac{ds_1 \,.\, ds_2 \,.}{r} \cos v$$

wo ds_1 ein beliebiges lineares Element der einen Spirale, ds_2 ein beliebiges Element der andern Spirale, r die Entfernung dieser Elemente, v den Winkel bedeutet, den ihre Richtungen mit einander bilden und wo die Integrationen sich über alle Elemente der beiden Spiralen auszudehnen haben. Auf die etwas weitläufige Ausführung der Berechnung dieser Grösse P gehen wir in diesem Auszug nicht näher ein.

Der absolute electromagnetische Werth der Stromstärke I_0 ergiebt sich aus dem mit Hülfe von Spiegel, Skala und Fernrohr gemessenen Ausschlagswinkel u:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot R \,.\, H \left(1 + \frac{B}{MH}\right) \left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right) \cdot \operatorname{tg} u \,.$$

wo B das Torsionsmoment des Coconfadens, M das magnetische Moment und $2l$ die Entfernung der Polpuncte des kleinen Magnets bedeutet.

Nennen wir die Schwingungsdauer des kleinen Magnets T, das logarithmische Decrement der Amplituden des im geschlossenen Multiplicator schwingenden Magnets λ, die electromagnetische Kraft, mit welcher der Multiplicator, vom Strom 1 durchflossen, auf die in dem einen Polpuncte des Magnets befindliche magnetische Masseneinheit (+ 1) einwirkt G und endlich den Bogen, welchen der Magnet von seiner Ruhelage aus in Folge der Einwirkung des inducirten Integralstroms j beschreibt a, so ist das absolute electromagnetische Maass des erzeugten Integralstroms

$$j = \frac{H}{G} \cdot \frac{a}{\pi} \cdot T\left(1 + \frac{B}{MH}\right) \cdot e^{\frac{\lambda}{2}}$$

Hiernach findet sich für den absoluten Werth von w:

$$w = P \,.\, \frac{R \cdot G\left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)}{2\,T\,.\,e^{\frac{\lambda}{2}}} \cdot \frac{\operatorname{tg} u}{a}$$

Für den benutzten Multiplicator hatte G den Werth:

$$G = \frac{2\pi\,.\,n\,.\,r^2}{\varrho^3}\left\{\begin{aligned}&1 + \frac{h^2}{r^2}\left\{\frac{1}{3} - \frac{5}{2}\frac{r^2}{\varrho^2}\left(1 - \frac{r^2}{\varrho^2}\right) - \frac{b^2}{\varrho^2}\left(\frac{1}{2} - \frac{5}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right.\\ &- \frac{3}{4}\frac{l^2}{\varrho^2}\left[\frac{4D^2 - r^2}{\varrho^2} - \frac{h^2}{\varrho^2}\left[\frac{5}{3} - \frac{14}{3}\frac{r^2}{\varrho^2} + \frac{4D^2 - r^2}{\varrho^2}\left(\frac{21}{6} + \frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right]\right.\\ &+ \frac{b^2}{\varrho^2}\left\{\frac{4}{3} - \frac{56}{3}\frac{D^2}{\varrho^2} - \frac{4D^2 - r^2}{\varrho^2}\left(\frac{7}{6} - \frac{21}{2}\frac{D^2}{\varrho^2}\right)\right\}\Bigg] + \ldots\end{aligned}\right\}$$

und es war:

$$\begin{array}{llll} n = 370 & & D = 20.7^{\mathrm{mm}} \\ r = 163.2^{\mathrm{mm}} & & 2\,h = 18.0^{\mathrm{mm}} \\ \varrho = 164.5^{\mathrm{mm}} & & 2\,b = 33.5^{\mathrm{mm}} \\ & & 2\,l = 33.0^{\mathrm{mm}} \end{array}$$

Um den Werth der Siemens'schen Widerstandseinheit in absolutem Maasse zu finden, wurde in doppelter Weise verfahren:

1) Es wurde der Widerstand w in Siemens'schen Quecksilbereinheiten nach dem Brückenverfahren ausgemessen; fand sich, dass w gleich m Siemens'schen Einheiten war, so war der absolute Werth von

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{P\,.\,R\,.\,G\,.\left(1-\frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)}{m\,.\,2\,T\,.\,e^{\frac{\lambda}{2}}}\ \frac{\operatorname{tg} u}{a}$$

2) Es wurde ein vollständig gestöpselter Siemens'scher Stöpselrheostat in den inducirten Kreis eingefügt und zunächst der Bogen a bestimmt, der sich bei dem Gesammtwiderstande w des inducirten Kreises als Ausschlag ergab; hierauf wurden, ohne dass an P, R, G, u, etc. etwas verändert wurde, in den inducirten Kreis 10 $S.\ Q.\ E.$ des Rheostaten zu w eingeschaltet. Fand sich sodann der Ausschlagsbogen a_1, so war der absolute Werth von

$$10\ S.\ Q.\ E. = \frac{P\,.\,R\,.\,G\left(1-\frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)\operatorname{tg} u}{2\,T\,.\,e^{\frac{\lambda}{2}}}\left(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a}\right)$$

Nach jedem dieser beiden Verfahren wurden zwei Beobachtungsreihen gemacht: die eine unter Anwendung eines sehr grossen Potentialwerthes P (durch Nahestellen der beiden Spiralen) und einer mässig grossen inducirenden Stromstärke I_0; die andere unter Anwendung eines verhältnissmässig kleinen Potentialwerths P und einer möglichst grossen inducirenden Stromstärke I_0. Als absoluter Werth der Siemens'schen Einheit wurde gefunden:

I. Reihe. Grosses P, mässiges I_0. Verfahren (1).		**II. Reihe.** Grosses P, mässiges I_0. Verfahren (2).	
20. Aug. 1876	$0.9558 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$	20. Aug. 1876	$0.9516 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$
21. „ „	0.9536×10^{10} „	21. „ „	0.9545×10^{10} „

I. Reihe.
Grosses P, mässiges I_0.
Verfahren (1).

22. „ „	0.9559×10^{10}	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
23. „ „	0.9581×10^{10}	„
24. „ „	0.9563×10^{10}	„
26. „ „	0.9549×10^{10}	„

Der Mittelwerth beträgt:

$$0.9557 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

II. Reihe.
Grosses P, mässiges I_0
Verfahren (2).

22. „ „	0.9550×10^{10}	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
23. „ „	0.9575×10^{10}	„
24. „ „	0.9556×10^{10}	„
26. „ „	0.9552×10^{10}	„

Der Mittelwerth ist:

$$0.9549 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

III. Reihe.
Mässig grosses P, grosses I_0.
Verfahren (1).

28. Sept. 1876	0.9525×10^{10}	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
29. „ „	0.9546×10^{10}	„
30. „ „	0.9581×10^{10}	„
1. Oct. „	0.9552×10^{10}	„
3. „ „	0.9557×10^{10}	„
4. „ „	0.9560×10^{10}	„

IV. Reihe.
Mässig grosses P, grosses I_0.
Verfahren (2).

28. Sept. 1876	0.9568×10^{10}	$\left(\frac{mm}{sec.}\right)$
29. „ „	0.9561×10^{10}	„
30. „ „	0.9541×10^{10}	„
1. „ „	0.9552×10^{10}	„
3. „ „	0.9543×10^{10}	„
4. „ „	0.8589×10^{10}	„

Die Mittelwerthe dieser beiden Reihen sind:

$$0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right) \quad \text{und} \quad 0.9559 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Die Endresultate dieser unter ganz verschiedenen Umständen ausgeführten Messungen stimmen unter einander bis auf verschwindend kleine Differenzen überein. Sie ergeben das Gesammtresultat:

der absolute Werth der Siemens'schen empirischen Einheit, aus den Vorgängen der durch plötzliche Stromänderungen hervorgerufenen Volta-Induction abgeleitet, beträgt $0{,}9554 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$.

Unter Zugrundelegung der Gesetze der Magneto-Induction hatten wir nach der I. Methode als absoluten Werth der Siemens'schen Widerstands-Einheit die Grösse 0.9545 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ gefunden; dieser Werth stimmt bis auf $\frac{1}{1061}$ seines Betrages mit dem nach der II. Methode gefundenen überein. Wegen der häufigen Wiederholung und mannigfachen Variation der Versuche darf wohl als hinreichend sicher angenommen werden, dass diese Uebereinstimmung kein Zufall ist. Aus der fast vollkommenen Uebereinstimmung der nach den beiden Methoden gewonnenen Endergebnisse lassen sich zwei wichtige Folgerungen ziehen:

1.) Die bis jetzt bekannten Grundgesetze der inducirten Ströme von veränderlicher Stromstärke stellen den wirklichen Sachverhalt mit grosser Schärfe dar. Die Meinung des Herrn Lorenz: die so verschiedenen Resultate, welche die Herren W. Weber, F. Kohlrausch und die Physiker des brittischen Widerstands-Comités gefunden haben, wären die Folge unserer unvollkommenen Kenntnisse der Gesetze der inducirten Ströme von variabler Stromstärke, bewährt sich an den obigen Versuchen durchaus nicht.

2.) Absolute Widerstandsmessungen lassen sich mit den heutzutage zu Gebote stehenden galvanischen Beobachtungsmitteln mit einer Schärfe und Zuverlässigkeit ausführen, die nur in wenigen Gebieten der Physik zu erreichen ist. Die unter den Physikern verbreitete Annahme, absolute Widerstandsmessungen gehörten zu den physikalischen Messungen, die nur grob angenäherte Werthe zu geben vermöchten und die ganz besonders ausgerüstete Localitäten zu ihrer Ausführung forderten — eine Meinung, der u. A. Herr W. Siemens Ausdruck gegeben hat: «Es darf wohl mit Bestimmtheit ausgesprochen werden, dass auch die geübtesten und mit den vollkommensten Instrumenten und Localitäten ausgerüsteten Physiker nicht im Stande sein werden, absolute Widerstandsbestimmungen zu machen, die nicht um einige Procente verschieden wären» — wird durch die oben angeführten Versuchsresultate widerlegt. Nach meinen Erfahrungen lassen sich absolute Widerstandsmessungen mit sehr geringen Mitteln und in bescheiden ausgerüsteten Localitäten mit ziemlicher Schärfe ausführen.

III.

Die Wärmeproduction der stationären galvanischen Strömung.

Herr Joule hat vor 37 Jahren auf experimentellem Wege dargethan, dass die Wärmemenge, die eine stationäre galvanische Strömung von der Stärke i in einem Leiter, dessen Widerstand w ist, während der Zeit z erzeugt, der Grösse $i^2\, w \,.\, z$ proportional ist.

Herr W. Thomson hat sodann (1851) [und Herr Clausius u. a. später] auf theoretischem Wege dargelegt, dass der Werth der mechanischen Arbeit, die in der stationären galvanischen Strömung von der Stärke i in einem Leiter von dem Widerstande w, längs dessen die electromotorische Kraft E thätig ist, in der Zeit z verbraucht wird, gleich dem Producte $i.\ E.\ z$, oder, zufolge des Ohm'schen Gesetzes, gleich dem Ausdrucke $i^2\ w.\ z$ ist, wo die Grössen E, i, w nach asolutem Maasse gemessen zu nehmen sind. Macht man die Annahme, dass in einer stationären galvanischen Strömung, in der die Wärmeentwicklung die einzige Wirkung der Strömung ist, die in der Einheit der Zeit entwickelte Wärmemenge

Q das volle Aequivalent der in derselben Zeit verbrauchten Arbeit ist, dann gilt:

$$J . Q = i^2 w = i . E$$

wo J das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung ist also der Proportionalitätsfactor des Joule'schen Gesetzes der Wärmeentwicklung gleich dem reciproken Werthe von J. Gesetzt, diese Annahme, die ganze von der stationären galvanischen Strömung verbrauchte mechanische Arbeit erscheint in der Form der Wärme, ist richtig, so hat man eine neue Definiton für den absoluten Widerstand eines Leiters:

> der absolute Widerstand (gemessen nach irgend einem Maasssystem) eines Leiters ist gleich dem mechanischen Werthe der Wärmemenge, die in diesem Leiter in der Einheit der Zeit von dem constanten galvanischen Strome 1 (gemessen nach demselben Maasssystem) erzeugt wird.

und eine neue Methode zur experimentellen Bestimmung des absoluten Widerstandes eines Leiters:

> man messe die Wärmemenge Q, die in der Zeit z von dem constanten nach absolutem Maass gemessenen Strom i in dem Leiter vom Widerstande w erzeugt wird. Es ist dann der absolute Werth des Widerstandes (in demselben Maasssysteme gemessen, in welchem i gemessen wurde)
>
> $$w = \frac{J . Q}{i^2 z} .$$

Es lässt sich nicht behaupten, dass die Richtigkeit der Voraussetzung: in der stationären galvanischen Strömung werde die ganze Stromarbeit in Wärme verwandelt, so über allen Zweifel erhaben sei, dass man unbedenklich die von der stationären galvanischen Strömung in einem menge, $J\,Q$, müsste, falls die ganze Stromarbeit in Wärme verwandelt würde, gleich $i^2 \; w . z$ sein.

Unter den Voraussetzungen:

die ganze Stromarbeit wird in Wärme verwandelt,

der Wärmeaustausch zwischen Calorimeter und Umgebung wird durch das Newton'sche Gesetz geregelt,

die specifische Wärme des Wassers wächst in linearer Weise mit der Temparatur

und der Widerstand des benutzten Platindrahts nimmt proportional mit der Temperatur zu,

gilt für die Abhängigkeit der variablen Temperatur t des Calorimeters von der Zeit z die folgende Differentialgleichung:

$$M . c_a [1 + \gamma (t - t_a)]\, dt = \frac{i^2 w_a}{J} [1 + q\,(t - t_a)]\, dz - h\,(t - t_a)\, dz$$

In dieser Gleichung bedeutet:

M die Summe der Wasserwerthe der das Calorimeter füllenden Substanzen,

t_a die constante Temperatur der Umgebung des Calorimeters,

$\left.\begin{array}{l} c_a \\ w_a \end{array}\right\}$ $\left.\begin{array}{l}\text{die specifische Wärme des Wassers} \\ \text{den absoluten Widerstand des Platindrahts}\end{array}\right\}$ bei der Temperatur t_a,

$\left.\begin{array}{l} \gamma \\ q \end{array}\right\}$ den Cœfficienten der Zunahme $\left\{\begin{array}{l}\text{der specifischen Wärme des Wassers} \\ \text{des absoluten Widerstandes des Platindrahts}\end{array}\right\}$ für die Temperaturzunahme von 1°,

und h diejenige Wärmemenge, die das Calorimeter nach Aussen in der Zeiteinheit abgeben würde, falls seine Temperatur um 1° höher wäre als die Temperatur der Umgebung.

Setzt man $A = \frac{i^2 w_a}{J . M . c_a}$ und $B = \frac{J\,h - (q - \gamma)\, i^2 w_a}{J . M . c_a}$ und nimmt man an, zur Zeit $z = 0$ sei die Temperatur des Calorimeters gleich t_0, so liefert die Integration der obigen Differentialgleichung folgenden Zusammenhang zwischen der variablen Temperatur t des Calorimeters und der Zeit z:

$$t - t_o = \left(\frac{A}{B} - t_o + t_a\right)\left(1 - e^{-Bz}\right) \ldots\ldots (1)$$

oder, wenn der Begriff: «mittlere Temperatur des Calorimeters während der Zeit $z = 0$ bis $z = z$» mit dem Zeichen $\overline{t}$ eingeführt wird:

$$J \,.\, M \,.\, c_a \left[t - t_o + B(\overline{t} - t_a) \,.\, z\right] = i^2\, w_a \,.\, z \ldots\ldots (2)$$

Die Grösse $B(\overline{t} - t_a)\,z$ stellt die Temperaturcorrection dar, die an der direct abgelesenen Temperaturerhöhung des Calorimeters wegen des Wärmeanstausches mit der Umgebung und wegen der Veränderlichkeit des Widerstandes, sowie der Veränderlichkeit der specifischen Wärme des Wassers mit steigender Temperatur angebracht werden muss. Diese Correction kann durch passende Wahl der Grösse $\overline{t} - t_a$ beliebig klein gemacht werden. In allen ausgeführten Messungen wurde dafür Sorge getragen, dass diese Differenz nur so kleine Bruchtheile eines Grades betrug, dass die zu $t - t_0$ hinzukommende Correction $B(\overline{t} - t_a)\,z$ nur $^1/_{200}$ bis $^1/_{300}$ von $(t - t_0)$ betrug. Der Zeitraum z wurde so gross gewählt, dass die Temperaturerhöhung etwa 15° betrug. Zur Bestimmung der mittlern Temperatur des Calorimeters $\overline{t}$ und der Constante B wurde die Calorimetertemperatur von dem Beginn des Stromes an nach je 5 Minuten abgelesen; man erhielt auf diese Weise eine Reihe von Gleichungen von der Form (1), aus welchen B ermittelt werden konnte.

Das Calorimeterthermometer war auf das Sorgfältigste innerhalb seiner ganzen Scala mit dem Luftthermometer verglichen worden; alle an demselben gemachten Ablesungen wurden stets auf die Angaben des letzteren Instruments reducirt.

Die Stromstärke i wurde mittelst der schon erwähnten einfachen Tangentenboussole ($R = 165.7^{\mathrm{mm}}$) nach der Relation

$$i = \frac{R \,.\, H}{2\pi}\left(1 - \frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2}\right)(1 + \theta) \,.\, \mathrm{tg}\, u$$

in absolutem electromagnetischem Maass gemessen; zur Messung von u dienten Spiegel, Fernrohr und Scala. Zur Elimination der täglichen Variationen von H (die an einzelnen Tagen $^1/_5$% des mittlern Werths erreichen können) wurde H vor und nach jeder Messung für den Ort der Tangentenboussole bestimmt. Die Aenderungen der Declination der erdmagnetischen Kraft (die gegen Mittag hin für feine Messungen recht beträchtlich sind) wurden durch regelmässig wiederkehrende rasch ausgeführte Stromwendungen beseitigt. Ein sehr kräftiger Dämpfer umhüllte den kleinen Magnet der Boussole und gestattete schon 20 Secunden nach dem Umlegen des Stroms die Ablesungen der Magnetablenkungen wieder aufnehmen zu können. Die Stromstärke wurde mit Hülfe eines in der Strombahn befindlichen Dubois-Reymond'schen Rheochords bis auf $^1/_{500}$ bis $^1/_{600}$ ihres Werths constant erhalten. Die Grössen l und θ waren so klein, dass die Summe der beiden Correctionen $-\frac{3}{4}\frac{l^2}{R^2} + \theta$ nur $+ 0.0008$ betrug.

Der absolute Werth des Widerstandes w wurde nach dem oben in (II) beschriebenen Verfahren bestimmt. Da die Temperatur t_a der Calorimeterumgebung von einem Tage zum andern etwas (bis zu 3°) variirte, musste auch der Coefficient der Zunahme des Widerstandes für 1° Temperaturzunahme bekannt sein. Um letzteren zu erhalten, wurde der absolute Werth des Widerstandes w für die beiden constant erhaltenen Temperaturen 0° und 23° bestimmt. Zugleich wurde für dieselben Temperaturen der Werth von w in relativem Siemens'schen Maasse nach dem Brückenverfahren gemessen. Der Widerstand des Platindrahts wurde gefunden:

Temperatur:	in absol. Maasse:	in relat. Maasse:	Datum:
22°.5	$14.498 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$	15.141 *S. E.*	14. Oct. 1876.
22°.9	14.419×10^{10} „	15.142 „	15. „ „
23°.7	14.486×10^{10} „	15.154 „	16. „ „
0°	14.141×10^{10} „	14.782 „	17. „ „
0°	14.121×10^{10} „	14.791 „	18. „ „
0°	14.130×10^{10} „	14.770 „	19. „ „

Für 23° besitzt der Platindraht

den absoluten Widerstand $14.468 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

und den relativen „ 15.146 *S. Q. E.*

und für 0°

den absoluten „ $14.131 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

und den relativen „ 14.781 *S. Q. E.*

Aus dem ersten Resultat folgt:

$$1 \; S.\,Q.\,E. = 0.9552 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

aus dem letzteren

$$1 \; S.\,Q.\,E. = 0.9560 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

welche Ergebnisse mit den früher in (I) und (II) gewonnenen in vollkommenem Einklange stehen. Der Coefficient der Zunahme des Widerstandes, bezogen auf 1° Temperaturzunahme, ergiebt sich

$$\left.\begin{array}{rl} \text{aus den absoluten Messungen:} & q = 0.001035 \\ \text{und aus den relativen Messungen:} & q = 0.001074 \end{array}\right\}$$

Nach der Formel

$$w = 14.131\ [1 + 0.001054\, t] \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

wurde für die in dem betreffenden Versuch angewandte Temperatur t_a der absolute Werth w_a berechnet.

Aus den angegebenen Resultaten geht hervor, dass sich die absoluten Widerstandsbestimmungen mit solcher Schärfe ausführen lassen, dass sich die Veränderlichkeit des Widerstandes mit variabler Temperatur aus ihnen fast ebenso genau ermitteln lässt als aus Widerstandsvergleichungen nach dem Brückenverfahren.

Mit besonderer Aufmerksamkeit wurde im Verlaufe der Untersuchung nach einer durch den anhaltenden Stromdurchgang allmählich eintretenden Veränderung des Platinwiderstandes gesucht. Am 16. October 1876 fand sich bei der Temp. 23°.7 der Widerstand gleich 15.154 *S. Q. E.*, oder auf 16° reducirt, gleich **15.032** *S. Q. E.*

Nachdem der Draht zu 12 Versuchen gedient hatte, in denen ein Strom von der absoluten Stärke 4 (in runder Zahl) während etwa einer Stunde hindurchgieng, zeigte derselbe am 19. Decbr. 1876 einen Widerstand von 15.068 *S. Q. E.* bei 18°.1, oder auf die Temp. 16°.0 reducirt, von **15.035** *S. Q. E.* Nach Ablauf von 12 weiteren Versuchen, in denen jedesmal ein Strom von circa 6 absol. Einheiten etwa 45 Minuten lang durch den Draht gegangen war, zeigte derselbe am 28. März bei der Temp. 16°.0 den Widerstand **15.031** *S. Q. E.*

Unter dem Einflusse anhaltender Ströme von der absoluten Stärke 4 bis 6 erlitt der benützte Platindraht demnach keine aufzeigbaren Veränderungen. (Eine besondere Untersuchung ergab, dass merkbare permanente Aenderungen in den Widerständen metallischer Leiter erst von einer bestimmten Stromstärke an auftreten).

Ohne auf weitere Bemerkungen einzugehen, lasse ich jetzt die Resultate der Untersuchung folgen.

Auch hier habe ich die Versuche in mehrfacher Weise variirt. Es wurde zunächst eine Reihe von 12 Beobachtungen angestellt, in denen ein verhältnissmässig schwacher Strom während einer verhältnissmässig langen Zeit durch den Draht im Calorimeter lief. Aus diesen 12 Beobachtungen ergaben sich folgende Werthe für das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit (ich lege bei der Angabe das gewöhnliche Arbeitsmaass zu Grunde und füge die jedesmal angewandte äussere Temperatur t_a bei, auf die sich die dem Resultat zu Grunde liegende Wärmeeinheit bezieht):

Datum:			t_a	J	
20.	October	1876	16.°6	428.49	M. K.
21.	„	„	16.7	428.12	„
26.	„	„	16.3	425.51	„
28.	„	„	18.1	426 93	„
30.	„	„	18.5	429.93	„
31.	„	„	18.0	429.56	„
5.	Novbr.	„	16.2	428.18	„
6.	„	„	16.0	427.28	„
9.	„	„	16.4	426.95	„
15.	„	„	17.1	428.50	„
16.	„	„	18.0	426.46	„
20.	„	„	19.1	427.19	„

Im Mittel ergiebt sich: Das mechanische Aequivalent J der Wärmeeinheit ist gleich **427.76** Met. Kilogr. (mit einem wahrscheinlichen Fehler von $\pm$ **0.23**), wenn die specifische Wärme des Wassers bei der benutzten Mitteltemperatur $\overline{t_a} = 17^\circ.2$ gleich 1 gesetzt wird.

Eine zweite Reihe von 12 Messungen wurde hierauf angestellt, in denen ein verhältnissmässig starker

Strom während einer kürzern Zeit zur Anwendung kam. Die in dieser Reihe erhaltenen Resultate sind:

Datum:	t_a	J
21. Decbr. 1876	19.°8	428.36 M. K.
22. „ „	19.7	430.31 „
23. „ „	18.7	426.37 „
24. „ „	18.8	427.50 „
25. „ „	18.8	427.45 „
26. „ „	20.0	429.18 „
27. „ „	20.1	428.02 „
28. „ „	19.9	429.87 „
29. „ „	19.4	430.15 „
30. „ „	19.7	426.93 „
31. „ „	19.5	427.90 „
1. Januar 1877	19.6	428.96 „

Im Mittel ist hiernach das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit gleich **428.42** M. K. (mit dem wahrscheinlichen Fehler ± **0.25**), wobei die specifische Wärme des Wassers bei der angewandten Mitteltemperatur $\overline{t_a} = 19°.5$ gleich 1 gesetzt wurde.

In einer dritten Reihe von Versuchen wurde die Zeitdauer und die Stromstärke so gewählt, dass die Temperaturerhöhung im Calorimeter ebenfalls circa 15° wie bei den früheren Versuchen betrug. Die Verhältnisse wurden aber nicht so genau abgezirkelt, dass die Differenz $(\overline{t} - t_a)$ möglichst klein ausfiel; vielmehr wurde derselben ein Spielraum bis zu einigen Graden gegeben. Die Ergebnisse dieser Reihe, in welcher der Wärmeaustausch des Calorimeters mit seiner Umgebung einen 4 bis 5 mal so grossen Werth besitzt als in den früheren Reihen, sind:

Datum:	t_a	J
28. März 1877	16.°1	427.15 M. K.
29. „ „	16.6	429.30 „
30. „ „	16.8	429.61 „

Datum:			t_a	J
31.	März	1877	17.°3	428.03 M. K.
1.	April	„	17.0	426.92 „
2.	„	„	17.7	428.56 „
3.	„	„	18.3	427.91 „
4.	„	„	18.0	429.10 „
5.	„	„	17.7	427.85 „
6.	„	„	18.9	427.52 „
7.	„	„	18.5	428.43 „
8.	„	„	17.9	428.93 „

Nach dieser Reihe ergiebt sich als Mittelwerth für das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit **428.28** M. K. (mit einem wahrscheinlichen Fehler von ± **0.18**), wobei die specifische Wärme des Wassers bei der benützten Mitteltemperatur $\overline{t_a} = 17^\circ.6$ gleich 1 gesetzt wurde.

Als allgemeines Resultat dieser 36 unter einander ziemlich gut übereinstimmenden Versuche (die Extreme entfernen sich nur um höchstens $^1/_2$ % von dem Mittelwerthe) erhalten wir:

Das mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit, aus der Wärmeentwicklung des stationären galvanischen Stromes abgeleitet, hat den Werth **428.15** Met. Kilogr. (mit dem wahrscheinlichen Fehler ± **0.22**); dabei ist unter Wärmeeinheit diejenige Menge Wärme verstanden, welche der Masseneinheit (1 Kilogr.) Wasser bei 18°.1 zugeführt werden muss, um ihre Temperatur um 1° C., gemessen am Luftthermometer, zu steigern.

Das sicherste Mittel, auf rein thermischem Wege den Grössenwerth des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit abzuleiten, liefert wohl unstreitig die Beziehung zwischen den beiden specifischen Wärmen eines (ideellen) permanenten Gases:

$$J(c_p - c_v) = p_o v_o . \alpha$$

oder

$$J c_p . \frac{k-1}{k} = p_o v_o . \alpha$$

Für atmosphärische Luft sind die 3 Grössen $p_o v_o$, α und c_p aus Hrn. Regnault's Messungen mit grosser Genauigkeit bekannt: $p_o . v_o = 7991$, $\alpha = 0.00367$ und $c_p = 0.23754$; die Grösse k ist für dasselbe Gas in neuerer Zeit von Hrn. Röntgen mit möglichster Sorgfalt bestimmt worden: $k = 1.4053$. Werden diese Zahlenwerthe in die letzte Gleichung eingeschoben und wird ausserdem noch in Rechnung gezogen, dass nach den Versuchen der HH. Joule und Thomson die atmosphärische Luft bei Volumenänderungen neben der äussern Arbeitsleistung noch eine innere Arbeit gleich circa $1/_{500}$ der geleisteten äusseren Arbeit ausführt, so erhalten wir aus dem thermischen Verhalten der atmosphärischen Luft als Werth des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit **428.95** M. K. Als Wärmeeinheit liegt dieser Zahl zu Grunde diejenige Wärmequantität, welche der Masseneinheit Wasser (1 Kilogramm) bei 14 bis 15° zugeführt werden muss, um eine Temperaturerhöhung gleich 1° (gemessen am Luftthermometer) herbeizuführen.

Als zuverlässigstes Ergebniss seiner zahlreichen Reibungsversuche zur Bestimmung des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit bezeichnete Herr Joule im Jahre 1849 den Werth: $J = 423.79$ M. K. Bei der Berechnung dieser Zahl wurde die specifische Wärme des Wassers für die Temperatur 14°.4 gleich 1 gesetzt; ausserdem wurde die specifische Wärme des Calorimetergefässes zu hoch angenommen. Bringt man wegen des letzteren Umstandes die nothwendige Correction an, so verwandelt sich das ebengenannte Ergebniss in: $J = 424.39$ M. K. Die 60 Reibungsversuche, die Herr Joule in allerneuester Zeit angestellt hat, haben fast genau dasselbe Resultat ergeben: 424.67 M. K.

Leider lässt sich das Gesammtresultat der Joule'schen Reibungsversuche $J = 424.50$ *M. K.* nicht ohne Weiteres mit dem Resultat aus dem Verhalten der Gase $J = 428.95$ M. K. vergleichen. Beide Werthe sind auf ganz verschiedene Einheiten bezogen worden: ersterem liegt 1° des Joule'schen Quecksilberthermometers, letzterem 1° des Luftthermometers zu Grunde. Diese beiden Einheiten können möglicherweise bis um 1% verschieden sein. Vielleicht erhält Hr. Joule bei der Reduction seiner früheren und seiner neueren Reibungsversuche auf die Angaben des Luftthermometers ein Endresultat, das so gut wie identisch wird mit dem Werthe von J, der aus dem Verhalten der Gase folgt.

Wegen dieses störenden Umstandes halte ich den aus dem Verhalten der Gase gezogenen, mit meinem obigen Resultate unmittelbar vergleichbaren Werth $J = 428.95$ als das sicherste Ergebniss rein thermischer Bestimmungen. Aus der Wärmeentwicklung der stationären galvanischen Strömung folgt also so gut wie dasselbe mechanische Aequivalent der Wärmeeinheit wie aus rein thermischen Processen. *) Die Voraussetzung, dass die ganze mechanische

*) Die beiden Resultate $J = 428.15$ (aus der galvanischen Wärmeentwicklung abgeleitet) und $J = 428.95$ (aus dem thermischen Verhalten der permanenten Gase bestimmt) beziehen sich, wie ausdrücklich hervorgehoben wurde, auf 2 verschiedene Wärmeeinheiten: in dem $\begin{cases}\text{ersteren}\\\text{letzteren}\end{cases}$ ist die Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge die

Arbeit, die in der stationären Strömung verbraucht wird, in Form von Wärme erscheint, hat sich bestätigt.

Es bleibt noch übrig, auf die bereits erwähnten von Hrn. Joule und v. Quintus Icilius ausgeführten Bestimmungen des mechanischen Aequivalents der Wärmeeinheit durch die galvanische Wärmeentwicklung mit ein paar Worten zurückzukommen.

Hr. Joule hat (Reports of electrical standards, edited by Jenkin, S. 175) 45 Versuche in 3 Reihen ausgeführt. Als zuverlässigstes Resultat sieht er das Ergebniss der letzten, dreissig Versuche umfassenden Reihe an: $J = 429.3$ M. K. Bei der Berechnung dieser Zahl wurde die specifische Wärme des Wassers bei 18°.4 gleich 1 gesetzt und wurde ferner angenommen, dass die brittische Widerstandseinheit in der That den behaupteten Werth $10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ besitzt. Nach unseren Ergebnissen ist dieses nicht ganz genau der Fall; ist das Verhältniss der britt. Einheit zur Siemens'schen wie 1.0000 : 0.9536, so ist der absolute Werth der britt. Einheit gleich $1.0014 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ und das Resultat des Herrn Joule geht über in 429.9 M. K. Leider hat auch bei dieser Messung Hr. Joule Quecksilberthermometergrade und nicht Luftthermometer-

---

die Masseneinheit Wasser von $\begin{Bmatrix} 17.°5 \text{ bis } 18.°5 \\ 14.°0 \text{ bis } 15.°0 \end{Bmatrix}$ zu erwärmen vermag. Beide Resultate lassen sich also erst dann in aller Strenge mit einander vergleichen, wenn die Variation der specifischen Wärme des Wassers bei veränderlicher Temperatur sicher bekannt ist. Die Versuche die ich bis jetzt zur Festlegung dieser bisher total unsicheren Grösse angestellt habe, sind noch nicht zu einem vollkommen befriedigenden Abschluss gekommen; doch lassen sie soviel mit Sicherheit erkennen, dass die Reduction der beiden Werthe für J auf dieselbe Temperatur nur eine sehr kleine Aenderung herbeiführen wird.

grade zu Grunde gelegt und dadurch eine präcise Vergleichung seines Endergebnisses mit dem unsrigen unmöglich gemacht. Soviel dürfte indess feststehen: sobald Joule's Quecksilberthermometer nicht sehr bedeutend vom Luftthermometer abweicht, besteht eine ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen den Resultaten der von Herrn Joule und von mir ausgeführten Messungen.

Hr. v. Quintus Icilius hat die in seinen zahlreichen Messungen (Pogg. Ann. Bd. 101, S. 65) benutzten Widerstände nicht selbst nach absolutem Maasse ausgemessen. Die seinen Rechnungen zu Grunde gelegten absoluten Widerstandswerthe ermittelte er durch eine Vergleichung seiner Widerstände mit der zweiten Copie der Jacobi'schen Widerstandseinheit, die sich Herr Wilhelm Weber hergestellt und ihrem absoluten Werthe nach ausgemessen hatte. Diese Weber'sche zweite Copie des Jacobi'schen Etalons war gleich 0.9839 der Jacobi'schen Einheit; da nach Hrn. W. Weber's absoluten Widerstandsmessungen der absolute Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit gleich 0.598 $\times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ ist, so besass die genannte zweite Copie der Jacobi'schen Einheit den absoluten Werth $0.5884 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$. Als die zuverlässigsten Versuche sieht Hr. v. Q. J. die 34 Versuche an, bei denen als calorimetrische Flüssigkeit Wasser angewandt wurde. Aus diesen 34 Versuchen berechnete er als Endergebniss: **J = 399.7** M. K. Sonderbarer Weise hat dieses Ergebniss die Aufmerksamkeit der Physiker nicht im Geringsten erregt; und doch hätte man hieraus schliessen sollen, dass entweder die zu diesem Ergebniss führenden Messungen erheblich fehlerhaft sind, oder dass die zu Grunde liegenden theoretischen Ansichten der Berichtigung bedürfen. Das von mir gewonnene wesentlich verschiedene Ergebniss, in welchem ich bei wiederholten Prüfungen keinen Fehler zu entdecken vermochte, dessen gute Uebereinstimmung mit dem Joule'schen Resultate ich als ein weiteres Zeichen seiner angenäherten Richtigkeit betrachten musste, hat mich lange über die mögliche Ursache des Widerspruchs nachdenken lassen; schliesslich ist mir eine vollkommene Aufklärung des vorliegenden Widerspruchs geglückt. Hr. Wilhelm Weber hat bei seinen ersten absoluten Widerstandsbestimmungen den absoluten Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit um circa 8% zu klein gefunden; in Folge dessen musste das Endergebniss des Hrn. v. Quintus Icilius um eben so viel zu klein ausfallen; corrigirt man diesen Fehler, so geht der letztere Werth (399.7 M. K.) über in **431.6** M. K., in einen Werth, der allerdings etwas grösser ist als der aus den Joule'schen Messungen und aus meinen eigenen Versuchen hervorgehende Werth. Nimmt man aber in Betracht, dass Hr. v. Q. I. die Variation der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft ganz unberücksichtigt gelassen hat (die allein schon den Werth für J um 2 Einheiten zu ändern vermag), dass er die Angaben der von ihm benutzten Thermometer nicht auf das Luftthermometer reducirt hat (diese Reduction vermag im Werthe von J eine Aenderung von 4 Einheiten hervorzurufen) und dass er in seinen Versuchen sehr starke Ströme und sehr kleine Widerstände benutzt hat (ein Verfahren, das nothwendig kleine Fehler nach sich ziehen musste), so wird man auf diese kleine Differenz kein grosses Gewicht legen. Der bisher bestehende schroffe Widerspruch ist beseitigt.

In doppelter Weise lässt sich zeigen, dass Hr. W.

Weber, wie behauptet wurde, den absoluten Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit um circa 8 % zu klein gefunden hat.

Bosscha hat im Jahre 1856 (Pogg. Ann. 101, S. 517) die electromotorische Kraft des Daniell'schen Elements in absolutem electromagnetischem Maasse nach der Ohm'schen Methode bestimmt. Dabei stützte er seine Messungen auf einen Widerstandsetalon, dessen absoluter Werth $0.607 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ durch Vergleichung mit der schon oben genannten zweiten Copie der Jacobi'schen Einheit des Hrn. W. Weber erhalten worden war. Bosscha fand die absolute electromotorische Kraft des Daniell'schen Elements im Mittel aus mehreren Messungen gleich $10.258 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}} \; mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$. Dieses Resultat ist dem der Messung zu Grunde gelegten Widerstand proportional; der Fehler, der in der Ausmessung dieses Widerstandes begangen worden ist, geht ein in den abgeleiteten Werth der electromotorischen Kraft. — Aus einer langen Reihe von absoluten Messungen der electromotorischen Kräfte des Daniell'schen Elements, über die ausführlich an anderer Stelle berichtet werden soll, habe ich gefunden, dass der kleinste Werth der electromotorischen Kraft des Daniell'schen Elements in absolutem electromagnetischem Maasse gleich $10.96 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}} \; mgr^{\frac{1}{3}}}{sec.^2}\right)$, dass der absolute Werth der electromotorischen Kraft des Daniell'schen Elements von der gewöhnlich angewandten Form gleich $11.30 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}} \; mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$ ist und dass der grösste

Werth der electromotorischen Kraft dieses Elements 11.54 $\times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$ beträgt. Welche Form des Daniell'schen Elements Bosscha gebraucht hat, gibt er leider nicht an; als höchst wahrscheinlich wird man aber annehmen dürfen, dass er die gewöhnlich gebrauchte Form des Daniell'schen Elements bei seinen Messungen benutzt hat, der nach meinen Messungen die absolute electromotorische Kraft $11.30 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$ zukommt. Dieser Werth ist im Verhältniss 1.1016 zu 1.0000 grösser als der von Bosscha abgeleitete. Gesetzt nun, Bosscha habe seine Messungen fehlerfrei ausgeführt (eine Annahme, die natürlich nicht streng richtig sein kann), dann würde der absolute Werth des von Bosscha seinen Messungen zu Grunde gelegten Widerstandes, d. h. der von Hrn. W. Weber ermittelte absolute Werth der Jacobi'schen Einheit um 10.16 % zu klein sein.

Dieser Fehlerberechnung, die zu dem Resultat 10% führt, liegen zwei etwas unsichere Annahmen zu Grunde, die im Vorigen kurz angedeutet sind. Es ist desswegen sehr werthvoll, dass sich ein Fehler in der W. Weber'schen Bestimmung des absoluten Widerstandes der Jacobi'schen Einheit von derselben Richtung und derselben Grössenordnung in ganz anderer Weise ableiten lässt. Nach Hrn. W. Siemens ist das Verhältniss der Jacobi'schen Widerstandseinheit zu der Siemens'schen gleich 0.6618. Nach unseren zahlreichen, mannichfach variirten Messungen ist der absolute Werth der Siemens'schen Einheit gleich $0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$. Hiernach würde der absolute Werth der Jacobi'schen Widerstandseinheit nach unseren Messungen $0.6320 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$ sein. Hr. Wilh. Weber hat nur $0.598 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec}\right)$ gefunden, d. h. einen Werth, der um circa 6 % kleiner als der von uns gefundene ist.

Die absolute Ausmessung der Jacobi'schen Widerstandseinheit durch Hrn. W. Weber ist daher sicher um 6 % bis 10 % zu klein ausgefallen.

IV.

Absolute Werthe constanter hydroelectromotorischer Kräfte.

Drittes Verfahren zur absoluten Bestimmung der Siemens'schen Widerstandseinheit.

Nachdem in dem Vorhergehenden der experimentelle Beweis dafür geliefert worden ist, dass in der That die in der stationären galvanischen Strömung verbrauchte mechanische Arbeit bei mangelnder anderweitiger Stromeswirkung in der von dem Strome entwickelten Wärme ihr genaues Aequivalent findet, lässt sich ein neuer Weg betreten um die absoluten Werthe von galvanischen Widerständen und constanten hydroelectromotorischen Kräften zu bestimmen.

I. Man messe die Wärmemenge Q, die von dem (nach irgend einem Maasssystem) absolut gemessenen Strome i in einem Leiter von dem Widerstande w, der einen Theil eines Schliessungskreises bildet, während der Zeit z entwickelt wird; der absolute Werth des Widerstandes w (nach demselben Maasssystem gemessen) ist dann aus der Gleichung

$$J \, . \, Q = i^2 \, w \, . \, z$$

zu berechnen.

II. Ermittelt man sodann mittelst eines geeigneten Verfahrens das Verhältniss des Widerstandes w zu der Summe der Widerstände w_1 des ganzen übrigen Theils des Schliessungskreises, so erhält man die in dem ganzen Schliessungskreise von dem constanten Strome i während der Zeit z producirte Wärme in dem Ausdrucke:

$$\Sigma(Q) = Q\left(1 + \frac{w_1}{w}\right)$$

Bezeichnet E die Summe aller electromotorischen Kräfte des Schliessungskreises, so gilt nach dem combinirten Ohm'schen und Joule'schen Gesetze:

$$J\,\Sigma(Q) = i^2\,\Sigma(w)\,z = i\,.\,E\,.\,z$$

Zur absoluten Bestimmung der Summe der electromotorischen Kräfte im Schliessungskreise, oder kürzer ausgedrückt, zur absoluten Bestimmung der im Schliessungskreise thätigen electromotorischen Kraft, erhalten wir die Gleichung:

$$J\,.\,Q\left(1 + \frac{w_1}{w}\right) = i\,.\,E\,.\,z$$

III. Bestimmt man hierauf den Werth derselben electromotorischen Kraft nach einem der gewöhnlich angewandten galvanischen Verfahren in relativem Maasse — der Werth der electromotorischen Kraft in relativem Maasse sei durch e bezeichnet —, etwa durch Zugrundelegung der absoluten electromagnetischen Stromeseinheit und der Siemens'schen Widerstandseinheit, so kann man durch die Combination der beiden Messungen ein neues Mittel gewinnen, den absoluten electromagnetischen Werth der benützten relativen Widerstandseinheit festzulegen; es ist der absolute Werth der letzteren

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{E}{e}$$

vorausgesetzt, dass die Stromstärke i in der zur Bestimmung von E dienenden Gleichung

$$J.Q\left(1+\frac{w_1}{w}\right)=i.E.z$$

ebenfalls nach electromagnetischem Maasse gemessen worden ist.

Nach den Verfahren (II) und (III) habe ich eine Reihe von absoluten und relativen Messungen der electromotorischen Kräfte des Daniell'schen und des Bunsen'schen Elements ausgeführt, um nach einer dritten, von den zwei bereits beschriebenen total verschiedenen Methode den absoluten Werth der $S.\ Q.\ E.$ ableiten zu können. Indem ich dieses Verfahren wählte, verfolgte ich noch den Nebenzweck, eine möglichst scharfe Prüfung auf die Richtigkeit eines von Hrn. Favre erhaltenen sonderbaren Resultates anzustellen, das einer Summe von galvanischen Erfahrungen direct widerspricht.

Bei dieser Arbeit hat mir einer meiner Schüler, Hr. Rudio, wesentliche Hülfe geleistet.

In dem Schliessungskreise der benützten Daniell'schen oder Bunsen'schen Säule von 7 bis 10 Elementen befand sich der schon früher benützte auf einem Hartgummirahmen aufgewundene Platindraht in dem bereits besprochenen Wassercalorimeter. Der Widerstand w des Platindrahts war für alle angewandten Temperaturen genau bekannt. Der Widerstand w_1 des übrigen Theils der Schliessung, in welchem als wesentlicher Theil der Widerstand der gebrauchten Säule enthalten war, wurde zugleich mit der electromotorischen Kraft der letzteren nach einem Verfahren bestimmt, das dem von Hrn. Mance (Proceed. Roy. Soc. XIX, 218, 1871) angegebenen nachgebildet war. Es wurde eine Strombahn nach dem Schema des Wheatstone'schen Brückenverfahrens hergestellt, an die Stelle der Säule im Wheatstone'schen Schema trat ein empfindliches Galvanometer, an die Stelle des zu messenden Widerstands im Wheatstone'schen Schema trat die Säule, deren Widerstand und electromotorische Kraft zu messen war, die einfache Tangentenboussole ($R = 165.7^{\mathrm{mm}}$) und die sonstigen Drahtwiderstände, die in dem Widerstande w_1 inbegriffen waren. Die Widerstände des Messdrahts und des Galvanometerzweigs waren genau ermittelt worden. Bei offener Brücke und geschlossenen übrigen Kreisen zeigten das empfindliche Galvanometer und die Tangentenboussole gewisse Ablenkungen an. Der Verbindungspunct des Brückendrahts mit dem Messdraht wurde nun so gewählt, dass sich der Ausschlag des empfindlichen Galvanometers nicht änderte, es mochte die Brücke offen sein oder für einen Moment geschlossen werden. Sobald dieser Punkt gefunden war, liess sich nach bekannten Regeln 1., der Widerstand w_1 (in *S. Q. E.*) bestimmen, den die benützte Säule, die Tangentenboussole und die zugehörigen Drähte bei derjenigen bestimmten Stromstärke i_1 besassen, die von der Tangentenboussole bei offener Brücke angezeigt wurde, 2., auch die electromotorische Kraft in relativem Maasse (bei Zugrundelegung der absoluten electromagnetischen Stromeinheit und der Siemens'schen Widerstandseinheit) berechnen, welche die Säule zeigte, als sie vom Strome i_1 durchflossen war.

Hierauf wurde der absolute Werth derselben electromotorischen Kraft mittelst der Wärmeentwicklung bestimmt, die sie in ihrem Schliessungskreise durch den genau constant erhaltenen Strom i (der immer nahezu gleich i_1 war) während der Zeit z erzeugte. Zu diesem Zweck wurde die Säule, die Tangentenboussole und die übrigen Drahtmassen, die noch in dem Widerstande w_1 enthalten waren, mit dem Platinwiderstand w im Calorimeter zu einem Schliessungskreis zusammengefügt, welchen sodann der constante Strom i während der Zeit z durchlief. Die Wärmemenge Q, die dieser Strom während dieser Zeit in dem Calorimeter hervorgerufen haben würde, falls der Platinwiderstand nicht die wechselnden Temperaturen des Calorimeters, sondern die constante Temperatur t_a der Umgebung gehabt hätte, ist nach der Gleichung (2) in III:

$$Q = M . c_a [t - t_0 + B(\overline{t} - t_a) z] = \frac{i^2 . w_a . z}{J}$$

Diese Wärmemenge wurde nach dem früher angedeuteten Verfahren aus M, c_a, t, $\overline{t}$, t_0, t_a und z berechnet.

Unmittelbar nach Beendigung der calorimetrischen Messung wurden zum zweiten Male nach dem oben geschilderten Verfahren der Widerstand w_1 und die electromotorische Kraft e in relativem Maasse gemessen, um eine etwaige, während der Zeit z stattgefundene kleine Aenderung in beiden Grössen controlliren und in Rechnung ziehen zu können. Solche Aenderungen wurden regelmässig constatirt: sie hielten sich jedoch innerhalb sehr enger Grenzen. Da diese kleinen Aenderungen von w_1 und e ihre physikalische Ursache in Processen haben, die mit der Zeit proportional laufen, ist es gestattet, an die Stelle ihrer mittleren Werthe während der Zeit z die Mittelwerthe zu setzen, die sich aus den Anfangs- und Endbeobachtungen ergeben.

Nennen wir

$$\left.\begin{matrix} e' \\ w_1' \end{matrix}\right\} \text{den anfänglichen Werth u.} \left.\begin{matrix} e'' \\ w_1'' \end{matrix}\right\} \text{den Endwerth} \left\{\begin{matrix} \text{d. rel. elect. Kraft} \\ \text{des Widerst. } w_1 \end{matrix}\right.$$

verstehen wir unter $\begin{Bmatrix} E \\ e \end{Bmatrix}$ den mittl. Werth der $\begin{cases} \text{abs. gem.} \\ \text{relat. „} \end{cases}$ electr. Kraft und lassen wir w_a den Werth des Platinwiderstands darstellen, welcher der Temperatur t_a der Umgebung des Calorimeters entspricht, so haben wir zur Bestimmung der Grössen E und e die beiden Gleichungen:

$$J.Q\left[1 + \frac{w_1' + w_1''}{2\,w_a}\right] = i.E.z \quad \text{und} \quad e = \frac{e' + e''}{2}.$$

Hieraus leitet sich der absolute Werth der Siemens'schen Widerstands-Einheit ab:

$$1\ S.\ Q.\ E. = \frac{E}{e}$$

Ich gebe im Folgenden die Resultate der Versuche, die ich unter Mitwirkung des Hrn. Rudio ausgeführt habe. Bei der Berechnung der Versuche wurde J gleich **428.55** M.K. (gleich dem Mittel der aus unseren Versuchen über die galvanische Wärmeentwicklung und aus den Versuchen über das thermische Verhalten der permanenten Gase hervorgehenden Werthe) gesetzt.

Erster Versuch. Bunsen's Element: Frisch amalgamirtes Zink, Schwefelsäure vom spec. Gew. 1.035, käufliche Salpetersäure vom spec. Gew. 1.365, Gaskohle.

$w_1' = 7.683\ S.\ Q.\ E. \quad e' = 19.873$
$w_1'' = 7.449 \quad „ \quad e'' = 19.734$

$$E = 18.885 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe:

$\overline{w_1} = 7.566 \quad e = 19.804$

Hieraus ergibt sich:

$$1\ S.\ Q.\ S = \frac{E}{e} = 0.9536 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Zweiter Versuch. Dasselbe Element mit derselben Füllung.

$w_1' = 7.411\ S.\ Q.\ E. \quad e' = 20.094$
$w_1'' = 7.279 \quad „ \quad e'' = 20.007$

$$E = 19.150 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe: Hieraus folgt:

$\overline{w_1} = 7.345 \quad e = 20.050 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9552 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Dritter Versuch. Daniell's Element: Frisch amalgamirtes Zink, Schwefelsäure vom spec. Gew. 1.035, concentrirte Lösung von Kupfervitriol, Kupfer.

$$\begin{array}{ll} w_1' = 6.949\ S.\ Q.\ E. & e' = 11.952 \\ w_1'' = 7.081 \quad ,, & e'' = 11.741 \end{array} E = 11.286 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe; Daraus folgt:

$\overline{w_1} = 7.015 \quad e = 11.847 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9526 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Vierter Versuch. Dasselbe Element mit derselben Füllung.

$$\begin{array}{ll} w_1' = 6.831\ S.\ Q.\ E. & e' = 11.887 \\ w_1'' = 7.125 \quad ,, & e'' = 11.739 \end{array} E = 11.317 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe: Daraus wird gefunden:

$\overline{w_1} = 6.978 \quad e = 11.814 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9579 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Fünfter Versuch. Daniell's Element: Frisch amalgamirtes Zink, concentrirte Lösung von Zinkvitriol, concentrirte Lösung von Kupfervitriol, Kupfer.

$$\begin{array}{ll} w_1' = 16.598\ S.\ Q.\ E. & e' = 11.453 \\ w_1'' = 16.039 \quad ,, & e'' = 11.450 \end{array} E = 10.954 \times 10^{10} \left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\ mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$$

Mittelwerthe: Es findet sich:

$\overline{w_1} = 16.319 \quad e = 11.451 \qquad 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9565 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$

Die nach diesem dritten Verfahren ausgeführten Bestimmungen des absoluten electromagnetischen Werths der Siemens'schen Quecksilbereinheit haben die Resultate ergeben:

$$\left.\begin{array}{l} 1\ S.\ Q.\ E. = 0.9536 \times 10^{10} \\ \text{"} \quad = 0.9552 \text{ " " } \\ \text{"} \quad = 0.9526 \text{ " " } \\ \text{"} \quad = 0.9579 \text{ " " } \\ \text{"} \quad = 0.9565 \text{ " " } \end{array}\right\}$$

Der Mittelwerth dieser Versuche beträgt:

$$\mathbf{1\ S.\ Q.\ E. = 0.9550 \times 10^{10}} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

Der Uebersichtlichkeit halber stelle ich die Endresultate für den absoluten Werth der *S. Q. E.* zusammen. Wir haben gefunden den absoluten electromagnetischen Werth von

$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9545 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ aus 18 Versuchsreihen, welche die durch Magnetoinduction erzeugten veränderlichen Ströme benutzten,

$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9554 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ aus 24 Versuchsreihen, in denen die durch rasche Volta-Induction hervorgerufenen veränderlichen Ströme angewandt wurden und

$1\ S.\ Q.\ E. = 0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ aus 5 Versuchsreihen, in denen die Wärmeerzeugung der stationären galvanischen Strömung benutzt wurde.

Das allgemeine Mittel:

$$\mathbf{1\ S.\ Q.\ E. = 0.9550 \times 10^{10}} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$$

ist nur um $^1/_7$ Procent grösser als das von den Hrn. Maxwell, Jenkin und Stewart gefundene Resultat. Nach diesen Ergebnissen halte ich die Frage nach dem wahren absoluten Werthe der *S. Q. E.* und die Frage, ob die brittische Widerstandseinheit den behaupteten Werth darstelle oder nicht, für abgemacht. Der wahre Werth der *S. Q. E.* liegt zwischen $0.9536 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ und $0.9550 \times 10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ und die brittische Einheit stellt, von sehr kleinen möglicherweise noch vorhandenen Differenzen abgesehen, den behaupteten Werth $10^{10} \left(\frac{mm}{sec.}\right)$ dar. Wenn ein Beobachter dasselbe Resultat auf drei verschiedenen Wegen unter Anwendung dreier ganz verschiedener Naturgesetze findet, wenn ferner dieses Resultat mit dem Ergebniss einer andern Beobachtergruppe, die nach einer wesentlich verschiedenen vierten Methode arbeitete, bis auf eine sehr geringe Differenz übereinstimmt, so darf wohl mit ziemlich grosser Sicherheit behauptet werden, dass das gefundene Resultat richtig ist.

Bei der Anstellung dieser letzten Versuchsreihe habe ich, wie schon angedeutet, neben der Ermittlung des absoluten Werthes der *S. Q. E.* noch ein anderes Ziel verfolgt, das ich zum Schluss noch kurz andeuten will.

Hr. Favre hat wiederholt mit Hülfe des Quecksilbercalorimeters die Wärmemengen bestimmt, welche die verschiedensten hydroelectromotorischen Kräfte in ihren Schliessungskreisen während der Zeit entwickeln, in der sie gleiche Mengen Zink verbrauchen (nämlich diejenige Menge, die der Masseneinheit Wasserstoff chemisch äquivalent ist). Als Ergebniss seiner Versuche fand er, dass das Verhältniss dieser Wärmemengen einen ganz andern Werth liefert, als das Verhältniss der entsprechenden nach galvanometrischen Methoden gemessenen electromotorischen Kräfte ergiebt. So sind nach Hrn. Favre die Wärmemengen, welche die Elemente Daniell und Grove in ihren Schliessungskreisen während der Zeit produciren, innerhalb der sie 1 Aequivalent Zink consumiren: 23993 und 46447 Wärmeeinheiten. Das Verhältniss der Wärmemengen ist **1:1.93**, während die electromotorischen Kräfte Daniell und Grove nach allen bis jetzt ausgeführten galvanometrischen Messungen in dem viel grösseren Verhältniss **1:1.68** bis **1:1.70** stehen. Dieses Ergebniss des Herrn

Favre widerstreitet direct gewissen galvanischen Gesetzen, die allgemein als sicher begründete angesehen werden, wie folgende einfache Betrachtung deutlich macht.

Bedeutet E die hydroelectromotorische Kraft eines Schliessungskreises, w die Summe aller Widerstände dieses Kreises und Q die Summe aller Wärmemengen, die der constante Strom i während der Zeit z in diesem Kreise hervorruft, so ist nach Joule's Gesetz (das wir unter (III) als vollkommen richtig nachgewiesen haben):

$$J \,.\, Q = i^2 w \,.\, z$$

oder, wenn wir nach Ohm's Gesetz $i \,.\, w = E$ setzen:

$$J \,.\, Q = i \,.\, E \,.\, z$$

Bedeutet α das electrochemische Aequivalent des Zinks, so ist die Menge m Zink, die innerhalb des Elements während der Zeit z verbraucht wird nach Faraday's electrolytischem Gesetz:

$$m = \alpha \,.\, i \,.\, z$$

Die gesammte Wärmemenge Q, die von der electromotorischen Kraft E im gesammten Schliessungskreise während der Zeit producirt wird, während welcher innerhalb des Elements die Zinkmenge m consumirt wird, ist also:

$$Q = \frac{E \,.\, m}{J \,.\, \alpha}$$

Daraus folgt: Sind die galvanischen Gesetze von Joule, Ohm und Faraday allgemein richtig, so müssen die Wärmemengen Q_1 und Q_2, welche zwei verschiedene electromotorische Kräfte E_1 und E_2 in ihren Schliessungskreisen während derjenigen Zeiten entwickeln, während welcher sie gleiche Zinkmengen verbrauchen, in genau demselben Verhältnisse stehen wie die electromotorischen Kräfte E_1 und E_2. Hrn. Favre's Messungen und die genannten drei Gesetze sind also mit einander unvereinbar.

Die oben angeführten Bestimmungen widerlegen die Resultate des Hrn. Favre. Die nach galvanometrischer Methode gemessenen relativen Werthe der electromotorischen Kräfte sind gefunden worden:

Für Bunsen's Element im Mittel	$e_1 = 19.927$
für Daniell's Element (mit Schwefelsäure) im Mittel	$e_2 = 11.830$
für Daniell's Element (mit Zinkvitriol)	$e_3 = 11.451$

und die gleichzeitig durch die im gesammten Schliessungskreise erzeugte Wärme bestimmten absoluten Werthe dieser electromotorischen Kräfte haben die Werthe ergeben:

Für Bunsen's Elem. (im Mittel)	19.017×10^{10}	$\left(\frac{mm^{\frac{3}{2}}\, mgr^{\frac{1}{2}}}{sec.^2}\right)$	$= E_1$
f. Daniell's Elem. (m. Schwefels.)	11.301×10^{10}	„	$= E_2$
f. Daniell's Elem. (m. Zinkvitriol)	10.954×10^{10}	„	$= E_3$

Hieraus erhalten wir für die Verhältnisse

der galvanometrisch gemessenen electromotorischen Kräfte und der durch ihre Wärmeentwicklung gemess. electrom. Kräfte

die Werthe:

$$\frac{e_1}{e_2} = 1.684 \qquad \frac{e_1}{e_3} = 1.740 \qquad \frac{e_2}{e_3} = 1.033$$

$$\frac{E_1}{E_2} = 1.683 \qquad \frac{E_1}{E_3} = 1.737 \qquad \frac{E_2}{E_3} = 1.031$$

welche Zahlen den Folgerungen aus den Gesetzen von Ohm, Joule und Faraday auf das Schärfste entsprechen. Die Ursache des so bedeutend fehlerhaften Favre'schen Resultats liegt wohl zum grossen Theil in dem Umstande, dass Hr. Favre bei allen seinen calorimetrischen Untersuchungen das Quecksilbercalorimeter benutzt hat, ein Instrument, mit dessen Gebrauch nothwendig eine ganze Reihe von Unsicherheiten verknüpft sind und das grundsätzlich unangewendet bleiben sollte. Für alle galvanisch-calorimetrischen Untersuchungen, in denen man die Zeitdauer der Wärmeentwicklung ganz beliebig wählen, die erzeugte Wärmemenge also beliebig gross machen kann, ist das einfache Wassercalorimeter, bei exacter Handhabung, das bei weitem zuverlässigste Calorimeter und sogar dem Bunsen'schen Eiscalorimeter aus mancherlei Gründen vorzuziehen. Die zahlreichen Messungen, die Hr. Favre über die Wärmeentwicklung durch galvanische Ströme und electromotorische Kräfte seit vielen Jahren angestellt hat, dürften wohl alle mit einem Fehler von derselben Ordnung behaftet sein wie die von ihm für die Wärmeentwicklung des Daniell'schen und Grove'schen Elements gegebenen Werthe; soll eine sichere Grundlage in diesem Gebiete gewonnen werden, so bleibt wohl nichts übrig, als sämmtliche der wichtigeren von Hrn. Favre ausgeführten Messungen mit schärferen Methoden zu wiederholen.

Die in diesen Untersuchungen angewendete Längeneinheit ist das Millimeter des Kathetometers des Züricher physikalischen Laboratoriums. Die gebrauchte Zeiteinheit ist die Secunde mittlerer Zeit. Die benutzte Siemens'sche Widerstandseinheit ist die Einheit No. 1914, die ich von Hrn. W. Siemens zu Anfang der Untersuchung erhalten habe und mit welcher alle sonst gebrauchten Widerstände wiederholt auf das Sorgfältigste verglichen worden sind.

Zürich, im August 1877.