

ist. Auf unserm Kärtchen finden sich zwei solcher Kegel, von welchen der eine, mit 805 Meter Höhe bezeichnet, nach der Ostseite, die nicht mehr verzeichnet ist, unmittelbar in die Ebene abfällt, die sich bis zur Küste hin ausbreitet, also jedenfalls vom Meere aus einen schönen Anblick bietet. Während wir hier steilere Abfälle und höhere Erhebungen haben, als auf der Westseite des Küstengebirgs, so ist dagegen die Gliederung, Höhen- und Thalbildung hier kaum so mannigfaltig als auf jener Karte der Fazenda bei Cantagallo. Indess muss noch bemerkt werden, dass, da fast die ganze Gegend mit Urwald bedeckt ist, somit dem Auge nicht ganz deutlich entgegentritt, viele der kleineren Vorsprünge und Hörner, Thäler und Schluchten gar nicht aufgenommen sind.

Die Fazenda im Thale, auf der wir das Kärtchen entworfen, gehört Herrn J. Claraz von Freiburg, dem wir für die manigfaltige Unterstützung aller unserer wissenschaftlichen Zwecke, nicht bloss zur Ausführung dieses Kärtchens, zum grössten Danke verpflichtet sind.

Geometrische Mittheilung;

von

Fr. Graberg.

In dem Folgenden soll gezeigt werden, wie man aus den Grundrissen von 4 Geraden eines Hyperboloides auf die Gestalt des Kegelschnittes schliessen kann, nach welchem die Grundfläche das Hyperboloid schneidet.

Der Grundriss (1) zeigt, dass die Geraden A_1, A_2, A_3 einander nicht treffen; denn sonst müsste die Spur B der Parallelen zu A_1 , die A_2, A_3 in C_2, C_3 schneidet in $A_1 A_2, A_1 A_3$ oder $A_2 A_3$ liegen. --

Die Durchschnittspunkte D_2, D_3 von A_2, A_3 mit einer jeden durch A_1 gelegten Ebene, bestimmen eine Gerade D , die auch A_1 trifft; alle Geraden D bilden zusammen das einfache Hyperboloid.

Wir wollen den Ort der Spuren D in der Grundfläche suchen. —

Die Ebenen, welche die Spur A_1 mit den Geraden A_2, A_3 bestimmt, schneiden sich in einer Geraden D , die durch A_1 geht und A_2, A_3 schneidet; daraus folgt, dass A_1 selbst ein Punkt der Spurlinie D ist. —

Auf jeder Trace I_n befinden sich also jedesmal 2 Punkte des gesuchten Ortes: A_1 und die Spur der entsprechenden Linie D_n . Dasselbe lässt sich auch bei den Spuren A_2, A_3 nachweisen; die Gerade B schneidet A_1, A_2, A_3 , (die erstere im Unendlichen) deren Spur ist also auch ein Punkt von D .

Der gesuchte Ort ist demnach eine Linie 2. Grades, und zwar eine Ellipse, wenn kein, eine Parabel, wenn nur 1, und eine Hyperbel, wenn 2 Punkte derselben im Unendlichen liegen.

Nach (3) verbinden aber alle horizontalen Geraden D_k entsprechende Punkte D_{k2}, D_{k3} der projectivisch-ähnlichen aber schief liegenden Geraden A_2, A_3 und ihre Grundrisse umhüllen daher eine Parabel. Dasselbe wird bei den Parallelprojektionen von D_k , den Tracen I_k der Fall sein, denn die Tracen II, III sind den Geraden A_2, A_3 projectiv.-ähnlich. — Dem Punkt B entsprechen als Berührungspunkte in den Tangenten II, III die Projektionen E_2, E_3 von D_2, D_3 und

die Gerade $A_2 A_3$ in der Grundfläche ist offenbar auch eine Tangente an die Parabel I_k .

Geht nun eine der Tangente I_k durch den Punkt A_1 , so hat die Spurlinie D einen Punkt im Unendlichen; liegt aber A_1 ausserhalb der Parabel I_k , so lassen sich durch diesen Punkt 2 Tangenten an die Curve ziehen, die entsprechende Spurlinie D hat in diesem Fall 2 unendlich entfernte Punkte; und nur wenn A_1 innerhalb der Parabel I_k sich befindet, schneiden alle Erzeugenden des Hyperboloides die Grundfläche im Endlichen, so dass die Spurlinie D eine Ellipse wird.

Auf oder innerhalb der Parabel I_k kann aber die Spur A_1 bloss dann liegen, wenn sich dieselbe in dem Winkelraum der Berührungspunkte E_2, E_3 befindet. Dann ist nach (14) A_1 der Mittelpunkt zweier projectivischer Strahlbüschel (A_2, B_1, II_∞) oder $A_1 b_1$; (A_3, B, III_∞) oder $A_1 b_2$, die sich in schiefer Lage befinden und bei denen wir entscheiden müssen, ob sie 1 oder 2 oder keinen gemeinschaftlichen Projectionsstrahl haben.

Ein durch A_1 gelegter Kreis bestimmt auf den Strahlen II_∞, III_∞ die Mittelpunkte der Büschel α_1, α_2 die mit $A_1 b_2, A_1 b_3$ und unter sich projectivisch sind. Die Durchschnitte entsprechender Strahlen der Büschel $\alpha_1, A_1 b_2$ und $\alpha_2, A_1 b_1$ liegen auf dem Kreis; diejenigen von α_1, α_2 auf einer Geraden G ; wenn also G den Kreis schneidet oder berührt, so gehören die Punkte, in welchen diess geschieht, jedesmal entsprechenden Strahlen der Büschel $A_1 b_1, A_1 b_2$ gemeinschaftlich an. — (Vergl. Steiner syst. Entw. § 46 III.)

In (5) wurde ein Punkt D_n der Spurlinie D (in diesem Falle eine Parabel) auf doppelte Weise bestimmt. Einmal mit Hülfe der durch A_1 gelegten Ebene I_n ;

und dann auch mit Hülfe der beiden schief liegenden projectivischen Strahlbüschel A_1 (A_2, A_3, ∞); B (A_2, A_3, ∞) indem der Punkt D_n der Durchschnitt zweier entsprechender Strahlen dieser Büschel sein muss. Es sind nämlich durch A_3 die Geraden α_1, α_2 gelegt worden, welche zu den Büscheln A_1, B projectivisch sind und in Beziehung auf L sich in perspectivischer Lage befinden.

Da nach (6) auch jede Polarprojection von D_k auf der Grundfläche aus einem Punkt C_1 der Geraden B eine Parabel ist, bleiben die Konstruktionen (1) in (4) dieselben, wenn auch die Gerade B nicht mehr mit A_1 parallel ist, sondern diese im Endlichen trifft. —

So entscheidet die Lage der Spur A , zu der Parabel I_k über die Art des Kegelschnittes, nach welchem die Grundfläche des Hyperboloid der 4 Geraden A_1, A_2, A_3, B schneidet.

Ueber den Saharasand, seine Entstehung und Zusammensetzung;

von

Dr. J. Piccard.

Schon seit langer Zeit hatte jene weite Sandebene, welche sich am südlichen Fuss des Atlasgebirges in ungeheurer Ausdehnung erstreckt, die Aufmerksamkeit der Naturforscher auf sich gezogen und zu vielen Hypothesen Veranlassung gegeben, ohne dass man jedoch über ihre Entstehung ganz in's Klare gekommen wäre.

Fig. 1.

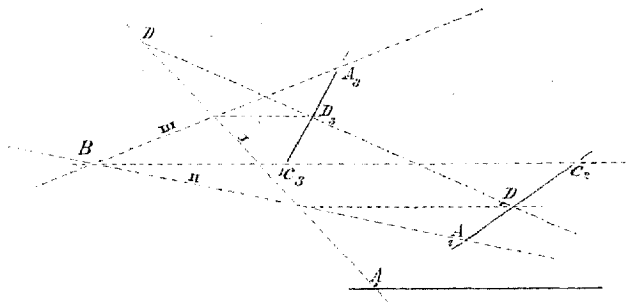


Fig. 2.

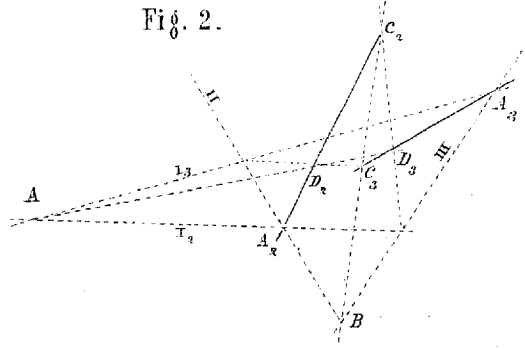
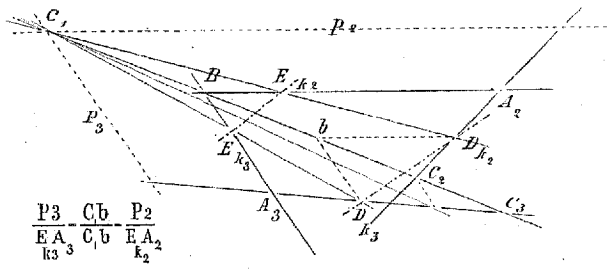


Fig. 6.



$$\frac{P_3 \ C_3 \ P_2}{E A_3 \ C_3 \ E A_2} \quad \frac{C_3 \ b \ P_2}{E A_3 \ C_3 \ E A_2} \quad \frac{P_2}{k_2}$$

Fig. 3.

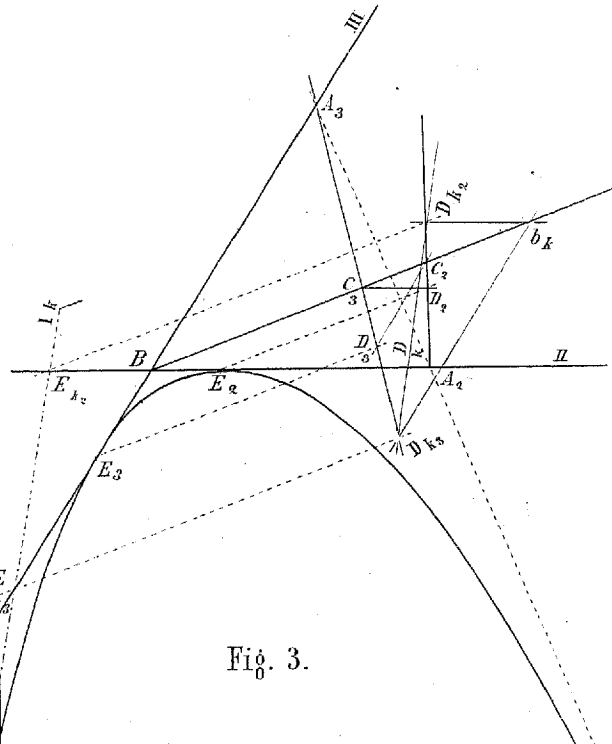


Fig. 4.

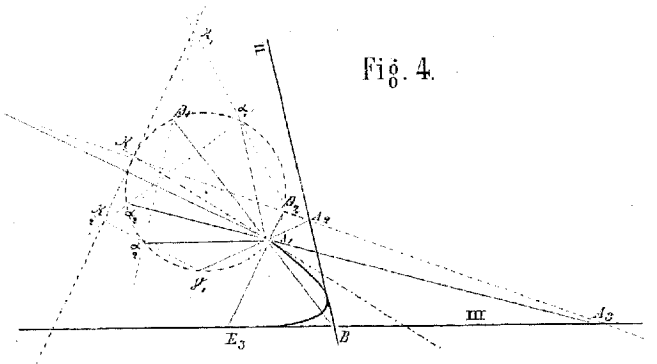


Fig. 5.

