

Tiefdruckwirbel – ein Phänomen mit vielen Gesichtern

Kleine Wirbel können durch Umrühren in einer Teetasse für beide Drehrichtungen erzeugt werden. Warum drehen sich Tiefdruckwirbel auf der Nordhalbkugel trotzdem nur im Gegenuhrzeigersinn? Warum sammelt sich der Zucker im Zentrum der Tasse? Und wie drehen sich Tornados und Abflusswirbel in der Badewanne?

Weshalb wird der Zucker beim Umrühren des Tees in die Mitte des Tassenbodens geschoben? Der Autor hat das Teetassenexperiment mit Hilfe einer sich konstant drehenden Töpferscheibe durchgeführt und alle relevanten Grössen gemessen. Die Abbildung zeigt links die Seitenansicht, in der die Parabelform der Wasseroberfläche dank der Lichtspiegelung schön zu erkennen ist. Die quadratische Abhängigkeit der Höhe h des Wasserspiegels vom Radius kommt dadurch zustande, dass die Resultierende der Gewichtskraft (proportional zur Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$) und der Zentrifugalkraft (proportional zu $v^2 = d^2 \times r^2$) senkrecht auf der Wasseroberfläche stehen muss. Die mathematische Formulierung dieses physikalischen Zusammenhangs ergibt $h = \frac{1}{2} \times r^2 \times (d^2/g)$. Die Höhe ist also proportional zum Quadrat des Radius, was einer Parabel entspricht.

Die im Kasten wiedergegebene Gleichung gilt ganz allgemein für grosse und kleine Wirbel, also auch für die Wirbel in der Teetasse, die je nach Rührrichtung rechts- oder links herum drehen können. Eine Abschätzung zeigt, dass die Winkelgeschwindigkeit d beim Teerühren und auch beim Töpferscheiben-Experiment in die Nähe von $10/\text{s}$ kommt. c/d wird also etwa ein Millionstel und kann gegenüber der Eins in der Klammer vernachlässigt werden, sodass sich die Gleichung vereinfacht zu $D_p = m \times d^2 \times r^2$, die analog zur Gleichung für die Parabelform der Wasseroberfläche eine quadratische Abhängigkeit des Druckes vom Radius zeigt. Dies ist aus Konsistenzgründen zu erwarten, weil die Druckdifferenz D_p proportional zur Höhendifferenz h der entsprechenden Wassersäulen ist. Weiter er-

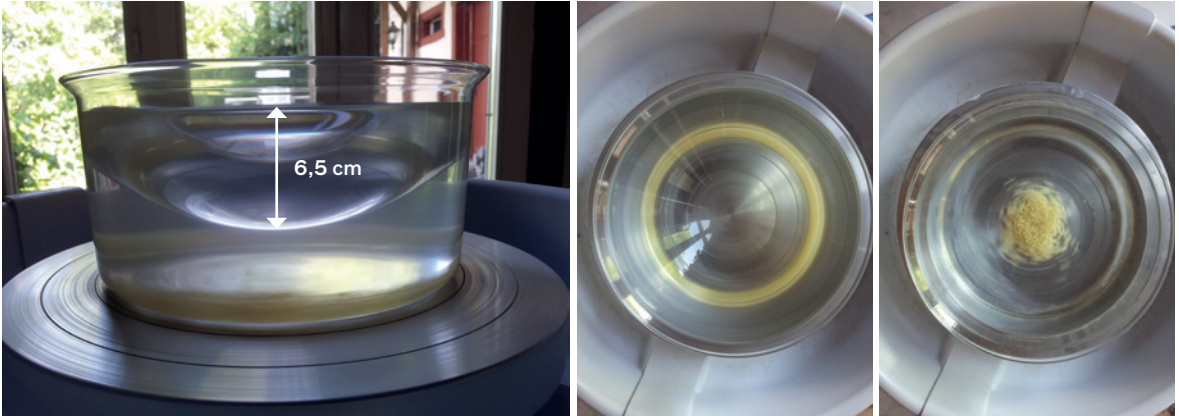
kennt man sofort, dass $D_p (= m \times d^2 \times r^2)$ unabhängig vom Vorzeichen der Winkelgeschwindigkeit d immer positiv ist. Gemäss der Definition von D_p bedeutet dies, dass der Druck gegen den Rand hin ansteigt: Jeder Teetassenwirbel ist also immer ein Tiefdruckwirbel. Weiter spielt das Vorzeichen der Winkelgeschwindigkeit d keine Rolle: kleine Wirbel drehen sich ebenso gut links- wie rechtsherum.

Analog verhalten sich andere kleine Wirbel wie Abflusswirbel in der Badewanne oder Wirbel in einem Fluss. Beide drehen sich je nach den sie erzeugenden Strömungsverhältnissen links- oder rechtsherum.

Grosse Tiefdruckwirbel in der Atmosphäre

Warum könnte sich ein Tiefdruckgebiet nicht aus einem im Uhrzeigersinn drehenden kleinen Wirbel heraus entwickeln? Obwohl dies für genügend kleine Windgeschwindigkeiten auf Grund der Bewegungsgleichung möglich wäre, könnte ein solcher «verkehrter» Tiefdruckwirbel nicht zu einem Tiefdruckgebiet anwachsen. Bei einer unvermeidlichen Kollision mit einem «richtigen» Tiefdruckwirbel mit starken Winden würde der instabilere kleinere Wirbel durch den stabileren grossen Wirbel angezogen und «aufgefressen».

Die in diesem Artikel verwendete Bewegungsgleichung wurde im letzten Heft (VJS 2-2018, S. 8-9) erklärt und für Hochdruckwirbel angewendet. Dieselbe Gleichung, in leicht modifizierter Form geschrieben, gilt auch für Tiefdruckwirbel: $D_p = m \times v^2 \times (c/d + 1)$ wobei $v = d \times r$
 D_p = Druckdifferenz zwischen Wirbelrand und Wirbelzentrum in Pascal (Pa); m = Dichte für Luft: 1 Kilogramm pro Kubikmeter (kg/m^3); v = Geschwindigkeit in Metern pro Sekunde (m/s); c = Coriolisparameter = $0,00001$ pro Sekunde ($/\text{s}$); d = Winkelgeschwindigkeit = $2 \times \pi / \text{Rotationsperiode}$ ($/\text{s}$); r = Radius in Metern (m).



Teetassenexperiment mit Bulgur auf Töpferscheibe. Links: Schale mit Radius $r = 1$ dm auf Töpferscheibe mit 1,7 Umdrehungen pro Sekunde (Winkelgeschwindigkeit $d = 10,8/s$). Höhenunterschied $h = \frac{1}{2} \times r^2 \times (d^2/g) = 6$ cm (vgl. Text), Messung ergab etwa 6,5 cm. Mitte: Die Bulgur-Körner werden durch die Zentrifugalkraft an die Gefässwand gedrückt und bilden einen gelben Ring. Rechts: Nach dem Stoppen der Töpferscheibe dreht sich das Wasser weiter. Auf Grund der Reibung zwischen Wasser und Gefässboden wird es nahe beim Boden abgebremst und der Druckunterschied zwischen dem Rand des Gefässes und seinem Zentrum von immer noch annähernd 6 cm Wassersäule übertrifft die kleiner werdende Zentrifugalkraft und die entstehende Strömung schiebt das Bulgur ins Zentrum.

Grosse Tiefdruckgebiete haben ihre Ursache in wellenförmigen Störungen (sog. Mäandrierungen) des zirkumpolaren Jetstreams (vgl. VJS 2-2018, S. 8-9), die keine im Uhrzeigersinn drehenden Tiefdruckwirbel zulassen.

Das Sturmtief Friederike erreichte am 18. Januar 2018 einen Druck von 975 hPa in seinem Zentrum und bewirkte in Deutschland Todesopfer und riesige Schäden. Die Windstärken erreichten auf Berggipfeln über 200 km/h und im Flachland verbreitet um die 130 km/h. Mit der Bewegungsgleichung $Dp = m \times v^2 \times (c/d + 1)$ erhalten wir mit der Druckdifferenz $1015-975 = 40$ hPa = 4000 Pa Geschwindigkeiten von über 60 Metern pro Sekunde (c/d ist kleiner als etwa 0,07 und kann vernachlässigt werden, m ist etwa 1 kg/m^3), was mit den Messungen auf Berggipfeln übereinstimmt.

Im Flachland wird die Windgeschwindigkeit durch Reibung deutlich abgebremst. Dadurch werden die Geschwindigkeitsvektoren in Bodennähe gegen das Druckzentrum gedreht. Analog wie in der Teetasse strömt Luft gegen das Zentrum. Dort steigt sie auf, dehnt sich aufgrund des abnehmenden Druckes aus und kühlt sich um 1 Grad Celsius pro 100 Meter Aufstieg ab. Sobald das Kondensationsniveau erreicht wird, bilden sich Wolken, die Regen oder sogar Gewitter auslösen können.

Um in der Teetasse einen Tornado (deutsch Windhose) zu simulieren, müsste man in der Mitte mit riesiger Winkelgeschwindigkeit (entsprechend

etwa 100 Umdrehungen pro Sekunde) umrühren. Statt umzurühren reicht aber auch ein Loch im Tassenboden, durch das Wasser ausströmt. Durch leichtes Umrühren am Tassenrand gibt man dem Minitornado die Drehrichtung vor. Die Wasserpakete, die vom Rand gegen das Zentrum strömen, vergrössern ihre Drehgeschwindigkeit invers zum Quadrat des Radius zufolge des Pirouetteneffekts auf ein Vielfaches!

In grossen Gewitterzellen bewegt sich die Luft mit hoher Geschwindigkeit (über 100 km/h) nach oben und dreht sich dabei vorwiegend (aber nicht ausschliesslich) wie die grossräumige Bewegung im Gegenuhrzeigersinn. Luft unterhalb der Wolkenbasis strömt in dieses «Abflussloch» hinauf und erhält durch den Pirouetteneffekt eine riesige Drehgeschwindigkeit in derselben Richtung. Der Tornadorüssel wächst rasch bis zum Boden. Messungen des Druckes und der Windgeschwindigkeiten in seinem Inneren gestalten sich jedoch äusserst schwierig und gefährlich, weshalb bis heute keine verlässlichen Daten existieren. Mit der Bewegungsgleichung $Dp = v^2$ können wir jedoch mögliche Werte abschätzen: Realistische Extremwerte dürften bei etwa einem Innendruck von 80% des Atmosphärendrucks und Windstärken von rund 140 m/s oder 500 km/h liegen. (Vgl. dazu auch den Artikel über Wasserhosen auf dem Zürichsee, S. 18)

Fritz Gassmann

Der Autor ist Physiker und arbeitete früher am Paul Scherrer Institut PSI in Villigen.