

# Einsteins Gravitationstheorie und relativistische Astrophysik

Von N. STRAUMANN

## 1. Einleitung

Die Entdeckung der allgemeinen Relativitätstheorie (ART) wurde mit Recht schon oft als eine der grössten geistigen Leistungen eines einzelnen Menschen gerühmt. W. PAULI sagte bei der Einweihung der von HUBACHER geschaffenen Büste EINSTEINS hier in Zürich:

*«Die damals vollendete allgemeine Relativitätstheorie, anders als die spezielle, ohne gleichzeitige Beiträge anderer Forscher von EINSTEIN allein aufgebaut, wird für immer das Musterbeispiel einer Theorie von vollendeter Schönheit der mathematischen Struktur bleiben.»*

Lassen Sie mich auch M. BORN zitieren:

*« [Die allgemeine Relativitätstheorie] erschien und erscheint mir auch heute noch als die grösste Leistung menschlichen Denkens über die Natur, die erstaunlichste Vereinigung von philosophischer Tiefe, physikalischer Intuition und mathematischer Kunst. Ich bewundere sie wie ein Kunstwerk.»*

Die Entstehung der ART ist um so bemerkenswerter, als vom Experiment her keine Notwendigkeit bestand, über die NEWTONsche Gravitationstheorie hinauszugehen, wenn wir von der winzigen Periheldrehung des Merkurs, welche nach Abzug aller Störungen in der NEWTONschen Theorie noch unerklärt übrigblieb, einmal absehen. Massgebend für die Entwicklung der ART waren allein theoretische Erwägungen. Das NEWTONsche Gravitationsgesetz ist – als ein Fernwirkungsgesetz – mit der speziellen Relativitätstheorie (SRT) nicht vereinbar. Deshalb sahen sich EINSTEIN und andere Forscher gezwungen, eine relativistische Gravitationstheorie zu entwickeln. Erstaunlicherweise kam EINSTEIN sehr bald zur Überzeugung, dass die Gravitation im Rahmen der SRT keinen Platz findet. Nach fast zehnjähriger, harter Arbeit entstand schliesslich die ART. Wie sehr er um diese Theorie gerungen hat, geht aus der folgenden Briefstelle von EINSTEIN an A. SOMMERFELD hervor:

*«Ich beschäftige mich jetzt ausschliesslich mit dem Gravitationsproblem und glaube nun mit Hilfe eines hiesigen befreundeten Mathematikers [MARCEL GROSSMANN] aller Schwierigkeiten Herr zu werden. Aber das eine ist sicher, dass ich mich*

im Leben noch nicht annähernd so geplagt habe und dass ich grosse Hochachtung für die Mathematik eingeflössst bekommen habe, die ich bis jetzt in ihren subtileren Teilen in meiner Einfalt für puren Luxus ansah! Gegen dies Problem ist die ursprüngliche Relativitätstheorie eine Kinderei...»

### 2. Die Grundgedanken der ART

Am Anfang meines Vortrages möchte ich die ART in ihren wesentlichsten Zügen kurz skizzieren. Die Grundgedanken dieser Theorie sind sehr einfach. Dies ist auch der hauptsächlichste Grund, weshalb sie seinerzeit von den massgebenden Theoretikern sofort akzeptiert wurde. Die empirischen Stützen sind auch heute noch nicht besonders zahlreich und ausserdem nicht von überwältigender Präzision.

#### A. Universalität der Gravitation

Seit GALILEI wissen wir, dass im Gravitationsfeld alle Körper gleich schnell fallen. Dies bedeutet, dass bei geeigneter Wahl der Massstäbe die *träge Masse gleich der schweren Masse* ist. Diese Gleichheit ist im Laufe der Zeit immer genauer überprüft worden (BESSEL, EÖTVÖS, DICKE, BRAGINSKI) und ist heute bis auf eine Genauigkeit von 1 in  $10^{12}$  gesichert. EINSTEIN führte in einem Vortrag dazu folgendes aus:

«Dieser Satz, der auch als der Satz von der Gleichheit der trägen und schweren Masse formuliert werden kann, leuchtete mir nun in seiner tiefen Bedeutung ein. Ich wunderte mich im höchsten Grade über sein Bestehen und vermutete, dass in ihm der Schlüssel für ein tieferes Verständnis der Trägheit und Gravitation liegen müsse...»

In der NEWTONschen Theorie impliziert die Gleichheit von träger und schwerer Masse die folgende Universalität:

*Die Bewegung eines Probekörpers in einem Gravitationsfeld ist, bei gegebenen Anfangsbedingungen, unabhängig von seiner Masse und Komposition.*

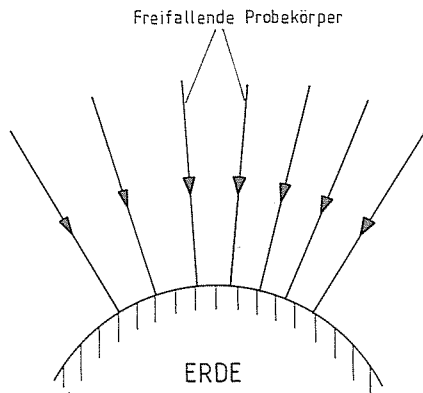


Fig. 1 Freifallende Probekörper erfahren relative Beschleunigungen (Gezeitenkräfte).

Wir postulieren, dass diese Eigenschaft allgemein gilt, insbesondere auch für starke Felder und hohe Geschwindigkeiten des Probekörpers.

Auf Grund der Universalität gibt es – in Anwesenheit von Gravitationsfeldern – als ausgezeichnete Bewegungen nur die freien Fallbewegungen von (elektrisch neutralen) Probekörpern. Diese erfahren aber relative Beschleunigungen (vgl. Fig. 1), und deshalb ist es nicht mehr möglich, den Begriff des Inertialsystems in operationeller Weise zu definieren. Es ist uns somit eine wesentliche Grundlage der SRT entzogen. Dies ist einer der Gründe, weshalb die Gravitation den Rahmen der SRT sprengt.

### B. Das Äquivalenzprinzip

Dem heutigen Fernsehzuschauer von Raumflügen ist es zur Selbstverständlichkeit geworden, dass in einem freifallenden, nichtrotierenden Raumschiff die Gravitation *lokal* (das heisst bis auf Inhomogenitäten höherer Ordnung) wegtransformiert wird. Dies ist der Inhalt des *Äquivalenzprinzips*. Genauer verstehen wir darunter folgendes:

*Keine lokalen Experimente können ein in einem Gravitationsfeld freifallendes, nichtrotierendes System (lokales Inertialsystem) von einem gleichförmig bewegten System im gravitationsfreien Raum unterscheiden.*

Man macht sich sofort klar, dass das Äquivalenzprinzip die Universalität impliziert. Die Umkehrung gilt jedoch nicht, wie mit Gegenbeispielen leicht gezeigt werden kann.

Die Spektralverschiebung von Licht beim Durchgang durch ein Gravitationsfeld folgt schon aus dem Äquivalenzprinzip und bildet deshalb keinen sehr spezifischen Test der ART. Genaue Messungen der Rotverschiebungen wurden um 1965 möglich, als es POUND und SNIDER gelang, die Rotverschiebung von Spektrallinien im Erdfeld mit Hilfe des MÖSSBAUER-Effektes bei einem Höhenunterschied von nur 20 m zu messen. Dabei beträgt die relative Frequenzverschiebung nur  $2,5 \times 10^{-15}$ . Dies bedeutet, dass die Frequenz eines sichtbaren Lichtstrahls um etwa 1 Hertz geändert wird. Durch eine wiederholte Steigerung der Genauigkeit ist heute die Rotverschiebung auf 1% genau gemessen. Innerhalb der Messgenauigkeit stimmen Theorie und Experiment überein.

Auf einem Neutronenstern ist der Effekt der Rotverschiebungen viel dramatischer. Entsprechend würden dort die Zeiten in den unteren Geschossen eines «Wolkenkratzers» (von irdischen Dimensionen) sehr viel langsamer ablaufen als in den obersten Stockwerken. Die «Berner Witze» würden in einem solchen Gebäude wahrscheinlich groteske Formen annehmen!

Das Äquivalenzprinzip beinhaltet, dass bezüglich eines *lokalen* Inertialsystems, das heisst bezüglich eines freifallenden nichtrotierenden Bezugssystems, im Infinitesimalen immer noch die SRT gilt. Die verschiedenen lokalen Inertialsysteme lassen sich aber nicht zu einem globalen Inertialsystem zusammenfügen (vgl. Fig. 2). Mathematisch wird dies in der ART wie folgt formuliert: An Stelle der starren, globalen MINKOWSKI-Metrik tritt – in Anwesenheit von Gravitationsfeldern – ein

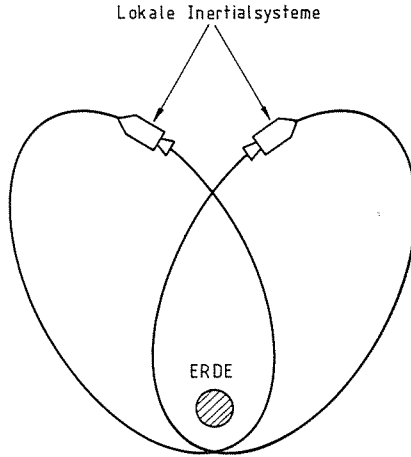


Fig. 2 Lokale Inertialsysteme lassen sich zu keinem globalen Inertialsystem vereinen.

ortsabhängiges, dynamisches metrisches Feld  $g(x)$ , welches die Rolle des Gravitationspotentials übernimmt. Raum und Zeit werden, mit anderen Worten, durch eine pseudo-RIEMANNsche Mannigfaltigkeit beschrieben. Die Struktur von Raum und Zeit wirkt nicht nur auf die Materie, indem sie zum Beispiel Sterne und Galaxien auf ihre Bahnen zwingt, sondern die Materie beeinflusst auch die Metrik der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit. Das metrische Feld beschreibt das Verhalten von Uhren und Massstäben in Gravitationsfeldern und bestimmt – durch seine Lichtkegelstruktur – ausserdem die Kausalitätsverhältnisse von Raum und Zeit (vgl. Fig.3). Der zur Metrik gehörende affine (lineare) Zusammenhang von LEVI-CIVITÀ beschreibt

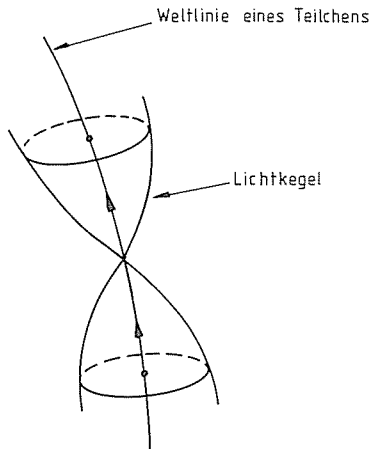


Fig. 3 Die Lichtkegel bestimmen die Kausalitätsverhältnisse. Die Weltlinie eines Teilchens verläuft innerhalb des Vorwärtskegels.

gleichzeitig die Trägheit und die Gravitation: Die freien Fallbewegungen sind die zeitartigen Geodäten zu diesem Zusammenhang.

Der Zusammenhang von LEVI-CIVITÀ bestimmt eine kovariante Ableitung, die sich in einem lokalen Inertialsystem (geodätisches System) auf die gewöhnliche Ableitung reduziert. Ersetzen wir deshalb in den Feld- und Materiegesetzen der SRT überall gewöhnliche Ableitung durch kovariante Ableitungen (Prinzip der minimalen Kopplung), so ist dem Äquivalenzprinzip Genüge getan. Dieses legt demnach die Kopplung der Materie an das g-Feld (praktisch eindeutig) fest.

### C. Feldgleichungen

Die Abhängigkeit des metrischen Feldes von den vorhandenen gravitierenden Massen und Energien wird durch die EINSTEINSchen Feldgleichungen, das Kernstück der ART, geregelt. Diese haben die Form

$$\text{EINSTEIN-Tensor} = \text{Energie-Impuls-Tensor der Materie}$$

$$(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = 8\pi T_{\mu\nu})$$

Darin ist der EINSTEIN-Tensor ein komplizierter, nichtlinearer Differentialausdruck im metrischen Feld, der aber durch wenige physikalisch motivierte Forderungen eindeutig festgelegt ist und sich in einfacher algebraischer Weise aus dem RIEMANN-Tensor aufbaut. Der RIEMANN-Tensor seinerseits ist ein Mass für die Gezeitenkräfte. Insbesondere verschwindet er, wenn keine Gravitationsfelder vorhanden sind.

Mit diesen Bemerkungen ist die ausserordentliche konzeptuelle Einfachheit der ART, welche immer wieder aufs neue zu beeindrucken vermag, knapp umrissen. Wie sehr EINSTEIN von der Richtigkeit der Theorie Augenblicklich überzeugt war, geht zum Beispiel aus einer Postkarte an SOMMERFELD vom 8. Februar 1916 hervor. Darauf steht der Satz:

«... Von der allgemeinen Relativitäts-Theorie werden Sie überzeugt sein, wenn Sie dieselbe studiert haben werden. Deshalb verteidige ich sie Ihnen mit keinem Wort.»

An anderer Stelle sagt EINSTEIN:

«... Im Lichte bereits erlangter Erkenntnis erscheint das glücklich Erreichte fast wie selbstverständlich, und jeder intelligente Student erfasst es ohne zu grosse Mühe.»

Auf die eigenen Anstrengungen rückblickend fügt er jedoch bei:

«Aber das ahnungsvolle, Jahre währende Suchen im Dunkeln mit seiner gespannten Sehnsucht, seiner Abwechslung von Zuversicht und Ermattung und seinem endlichen Durchbrechen zur Klarheit, das kennt nur, wer es selber erlebt hat.»

### 3. Der Stand der Tests im Sonnensystem

Wir haben bereits auf Tests hingewiesen, welche einen Grundpfeiler der Art, nämlich das Äquivalenzprinzip, betreffen. Dieses ist, jedenfalls in einer «schwachen» Formulierung, in jeder vernünftigen relativistischen Gravitationstheorie erfüllt. Wir besprechen nun drei sehr spezifische Tests der ART.

Für schwache, quasistatische Gravitationsfelder unterscheidet sich die ART von der NEWTONschen Theorie nur in winzigen Effekten. Deshalb stand es mit der empirischen Prüfung der ART lange Zeit nicht besonders gut. Seit einigen Jahren sieht es in dieser Beziehung besser aus. Allerdings ist das vorliegende Testmaterial immer noch nicht überwältigend. Die ART hat aber bis jetzt *alle Tests erfolgreich bestanden*, während eine Reihe von Abarten eliminiert worden sind.

#### A. Die Periheldrehung des Merkurs

Für EINSTEIN bildete die Periheldrehung des Merkurs den ersten Prüfstein seiner Theorie.

Zieht man – unter der Annahme, dass die Sonne kein Quadrupolmoment hat – alle NEWTONschen Störungen ab, so bleibt für die Perihelvorrückung des Merkurs ein kleiner Rest von  $43,11 \pm 0,45$  Bogensekunden pro Jahrhundert übrig, was mit dem EINSTEINschen Wert von  $42,98''$  sehr gut übereinstimmt. Dieser Test ist besonders wichtig, weil die Nichtlinearitäten der Feldgleichungen wesentlich eingehen.

Zu diesem Erfolg schrieb EINSTEIN am 17. Januar 1916 an P. EHRENFEST:

*«... Denk dir meine Freude bei der Durchführbarkeit der allgemeinen Kovarianz und beim Resultat, dass die Gleichungen die Perihelbewegungen Merkurs richtig liefern! Ich war einige Tage fassungslos vor freudiger Erregung.»*

Das Quadrupolmoment der Sonne scheint genügend klein zu sein, um diese schöne Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment nicht wesentlich zu stören. Es sind sonnennahe Raketenflüge geplant, welche eine genaue Bestimmung des Quadrupolmomentes der Sonne ermöglichen werden.

#### B. Die Lichtablenkung

Die Lichtablenkung am Sonnenrand ist ebenfalls ein sehr spezifischer Test der ART. Allerdings kommt schon in der linearisierten Theorie der richtige Wert heraus. Die anlässlich von Sonnenfinsternissen beobachteten Ablenkungen waren nie sehr genau und streuen in einem grossen Bereich. Seit 1969 wurden aber auf radioastronomischem Weg wesentliche Verbesserungen erzielt. Alljährlich am 8. Oktober wird der Quasar 3C279 von der Sonne verdeckt, und dabei kann die Ablenkung der vom Quasar ausgehenden Radiowellen gemessen werden. Die Resultate der letzten Jahre stimmen mit der EINSTEINschen Vorhersage

$$\delta_E = 1,75''$$

innerhalb der Messfehler von etwa 1,5% überein. Diese Messungen haben anderseits die viel diskutierte «Skalar-Tensor-Theorie» von BRANS + DICKE eliminiert.

### *C. Laufzeitverzögerung von Radar-Echos*

Ein neuer Test der ART besteht in der Bestimmung der Zeitverzögerung von Radarsignalen, welche von der Erde durch das Nahfeld der Sonne zu einem anderen Planeten oder Satelliten gesandt und von dort wieder zur Erde zurückreflektiert werden. I. SHAPIRO und seinen Mitarbeitern ist es gelungen, die Voraussage der ART innerhalb der Messfehler von 3% zu bestätigen. Diese Messgenauigkeit entspricht einer Bestimmung des Abstandes Erde–Venus auf 1 km! Die «Viking-Mission» ermöglichte inzwischen eine Steigerung der Genauigkeit um eine Grössenordnung. Innerhalb von 0,2% ist damit die ART bestätigt. Eine weitere wesentliche Steigerung der Genauigkeit erhofft man sich von Raumflügen in den achtziger Jahren.

## **4. Relativistische Astrophysik**

Die bedeutenden astronomischen Entdeckungen der sechziger und siebziger Jahre haben die ART und die relativistische Astrophysik zu zentralen Themen der physikalischen Forschung gemacht. Wir wissen heute, dass es im Weltraum Objekte gibt, die ausserordentlich starke Gravitationsfelder besitzen. Katastrophale Ereignisse, wie der Kollaps von Sternen oder Explosionen in Zentren von Galaxien, erzeugen nicht nur starke, sondern auch schnellveränderliche Gravitationsfelder. Hier findet die ART ihre eigentlichen Anwendungen. Für genügend massive Objekte gewinnt die Gravitation, dank ihrem universell anziehenden und langreichweitigen Charakter, früher oder später über alle anderen Wechselwirkungen. Keine noch so repulsiven Kernkräfte können den endgültigen katastrophalen Kollaps auf ein schwarzes Loch verhindern. Dabei bilden sich sogenannte Horizonte der Raum-Zeit-Geometrie, hinter denen die Materie verschwindet und damit, in einem für die Physik und Astrophysik realen Sinne, aufhört zu existieren. Bei diesen dramatischen Ereignissen kommt die ART in ihrer ganzen Tragweite – und nicht bloss als kleine Korrektur zur NEWTONschen Theorie – zur Anwendung. Die wahrscheinliche Entdeckung eines schwarzen Loches im Jahre 1972 wird deshalb, falls die letzten Zweifel beseitigt werden können, als eines der bedeutendsten Ereignisse in die Geschichte der Astronomie eingehen.

Unter dem Einfluss der astronomischen Beobachtungen haben die Theoretiker relevante Untersuchungen über die Stabilität von gravitierenden Systemen, den Gravitationskollaps und die Physik der schwarzen Löcher gemacht.

Die Evolution der Sterne ist sehr kompliziert und in den Einzelheiten noch lange nicht verstanden. Wir haben aber trotzdem qualitativ zuverlässige Vorstellungen über die möglichen «kalten» Endzustände eines Sternes am Ende seiner thermonuklearen Evolution.

### *A. Weisse Zwerge*

Ist die Masse eines Sterns genügend klein, so wird er schliesslich ein weisser Zwerg, in welchem Zustand der Nullpunktsdruck der Elektronen der Gravitation das Gleichgewicht hält. Ist aber die Masse  $M$  vergleichbar zur Sonnenmasse,  $M_{\odot}$ , so werden die Elektronen relativistisch, und damit wird die Zustandsgleichung so

weich, dass oberhalb einer kritischen Grenze – der CHANDRASEKHAR-Grenze  $M_{ch} \approx 1,4 M_{\odot}$  – kein Gleichgewicht möglich ist. Dies ist eine wichtige Konsequenz von Relativitätstheorie und Quantentheorie.

*B. Neutronensterne, Radio- und Röntgenpulsare*

Das Innere eines genügend massiven Sternes wird am Ende seiner thermodynamischen Evolution auf Kerndichten kollabieren und dabei stark neutronisiert. Es entsteht ein Neutronenstern, das heisst ein gigantischer Atomkern, in welchem der Nullpunktsdruck der Neutronen, sowie repulsive Kernkräfte bei kurzen Abständen, der Gravitation standhalten können.

Pulsare sind schnell rotierende Neutronensterne, welche kolossal starke Magnetfelder ( $B \sim 10^{12}$  Gauss) besitzen. Der Emissionsmechanismus der Pulsare ist heute noch wenig verstanden. Vermutlich darf man sich aber vorstellen, dass die beiden Magnetpole des Pulsars – falls diese nicht mit den Rotationspolen zusammenfallen – wie die Lampen eines Leuchtturms wirken. Bei ihrer Drehung emittieren sie ein Lichtbündel, das von ein oder zwei Polen ausgehend die Erde periodisch trifft (vgl. Fig. 4). Ein berühmter Pulsar sitzt im Zentrum des Krebsnebels, welcher das Relikt einer Supernova ist, die um 1054 n. Ch. aufleuchtete. Dieser Pulsar wurde auch optisch identifiziert (siehe Bild 1).

Hat ein Neutronenstern einen normalen Stern als Partner in einem engen binären System, so kann er von diesem Materie absaugen. Diese fällt längs den magnetischen Feldlinien als Plasma auf die magnetischen Pole. Dabei wird so viel Gravitationsenergie gewonnen, dass Strahlung im Röntgenbereich entsteht; der Neutronenstern wird ein Röntgenpulsar. Ein berühmtes Beispiel ist Herkules X-1.

Ende 1974 wurde von HULSE und TAYLOR ein sehr bemerkenswerter Pulsar (PSR 1913 + 16) entdeckt, welcher für die ART von grosser Bedeutung ist. Dieser emittiert alle 0,059 Sekunden einen Puls. Die auf der Erde beobachtete Pulsfre-

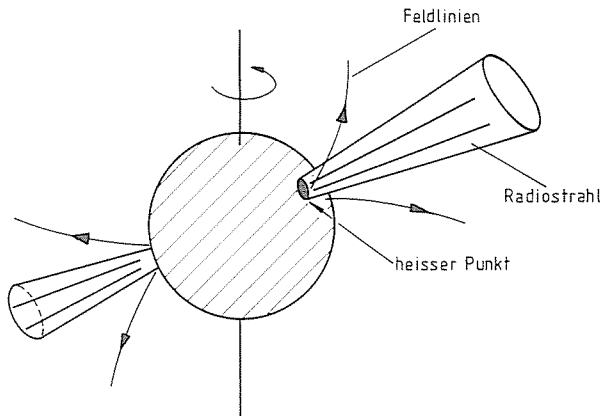


Fig. 4 Pulsare sind schnell rotierende Neutronensterne mit enorm starken Magnetfeldern ( $B \sim 10^{12}$  Gauss).



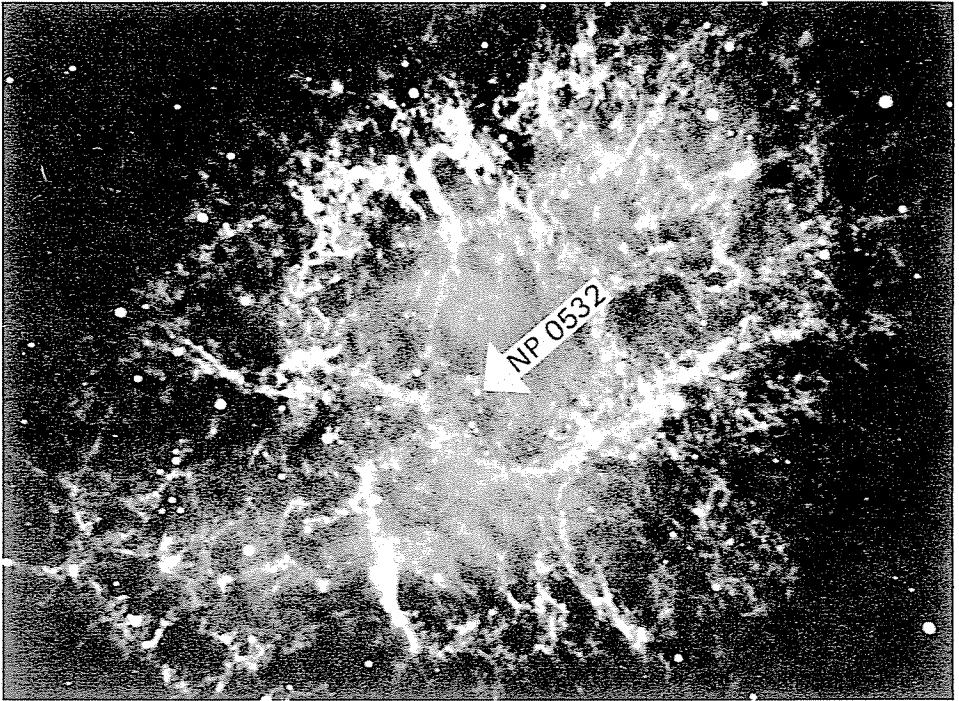


Bild 1 Der Krebsnebel. Dieser ist das Relikt einer Supernova, welche 1054 aufleuchtete. Im Zentrum sitzt der Pulsar NP 0532, der schnellste der bekannten Pulsare (30 Pulse pro Sekunde). Er versorgt den Nebel immer noch mit beträchtlicher Energie und bringt diesen zum Leuchten (Synchrotronstrahlung).

quenz weist eine periodische Dopplerverschiebung auf, welche zeigt, dass die Geschwindigkeit des Pulsars in der Beobachtungsrichtung zwischen 80 km/s und 320 km/s mit einer Periode von 7.75 Stunden oszilliert. Der Pulsar ist deshalb Mitglied eines engen binären Systems. Die grosse Halbachse der Pulsarbahn ist nur etwa ein Sonnenradius. Der unsichtbare Partner muss selber ein sehr kompaktes Objekt sein (weisser Zwerg, Neutronenstern oder schwarzes Loch).

Inzwischen ist der Pulsar PSR 1913 + 16 während fünf Jahren sorgfältig beobachtet worden. Damit ist es gelungen, nicht nur die KEPLERSchen Parameter des Systems, sondern auch mehrere auf der ART beruhende post-KEPLERSche Parameter zu bestimmen. Dazu gehört die Periheldrehung

$$\dot{\omega} = 4,226 \pm 0,112 \text{ Grad/Jahr}$$

Der auf der ART beruhende Wert ist numerisch

$$\dot{\omega}_{\text{ART}} = 2,11 \left( \frac{m_p + m_c}{M_{\odot}} \right)^{2/3} \text{ Grad/Jahr.}$$

Nimmt man an, dass dieser mit dem beobachteten Wert übereinstimmt, so erhält man für die Gesamtmasse des Systems

$$m_p + m_c = 2,85 M_{\odot}.$$

Neben  $\dot{\omega}$  wurde auch ein Parameter,  $\gamma$ , gemessen, der auf dem transversalen Dopplereffekt und der gravitativen Rotverschiebung beruht. Die gemessene Grösse gibt die in der Fig. 5 eingezeichnete Einschränkung in der  $(m_p, m_c)$ -Ebene. Daraus geht hervor, dass mit Hilfe der ART der Pulsar und sein Begleiter recht genau gewogen werden können:

$$m_p \approx m_c \approx 1,4 M_{\odot}.$$

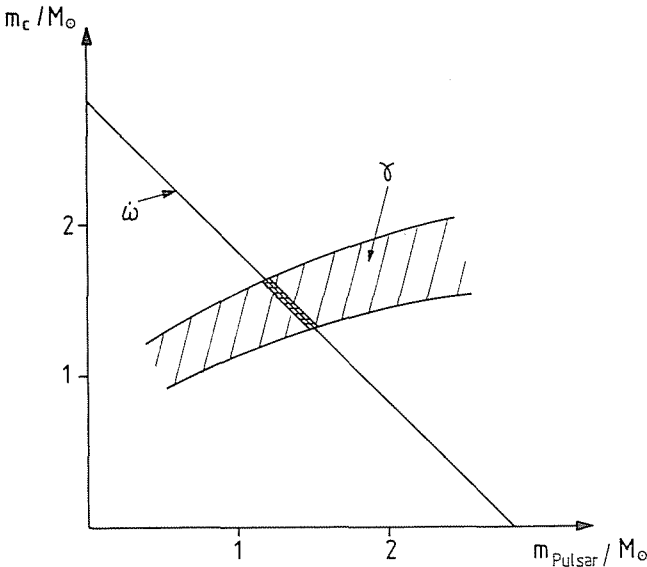


Fig. 5 Einschränkungen in der Massenebene des binären Pulsarsystems PSR 1913 + 16 durch die post-KEPLERSchen Parameter  $\dot{\omega}$ ,  $\gamma$ .

Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass auch der unsichtbare Begleiter ein Neutronenstern ist. Nach der ART müsste dieses enge binäre System Gravitationswellen ausstrahlen, was zu einer Verlangsamung der Bahnperiode führen müsste. Benutzt man die Quadrupolformel von EINSTEIN sowie die oben bestimmten Massen, dann erhält man

$$\dot{T}_{ART} = -2,4 \times 10^{-12}.$$

Tatsächlich ist es TAYLOR nach fünfjähriger Beobachtung gelungen, eine Abnahme der Bahnperiode zu bestimmen. Sein Ergebnis lautet

$$\dot{T} = - (3,2 \pm 0,6) \times 10^{-12}$$

und ist mit der Voraussage der ART verträglich.

In diesem Sinne sind zum 100. Geburtstag von A. EINSTEIN die Gravitationswellen wahrscheinlich nachgewiesen worden. Auf eine eigentliche Gravitationswellen-Astronomie werden wir aber noch einige Jahre warten müssen.

### C. Schwarze Löcher

Nach der ART können – auch für Zustandsgleichungen, welche bei hohen Energien sehr steif werden – nicht beliebig massive Neutronensterne existieren. Eine realistische Grenzmasse dürfte zwischen zwei und drei Sonnenmassen liegen.

Eine superkritische Masse kann zwar temporär in einem Gleichgewicht existieren, indem sie durch thermonukleare Prozesse einen Druck aufbaut. Da aber früher oder später die Kernenergiequellen erschöpft sind, ist kein dauerndes Gleichgewicht möglich, wenn nicht genügend Masse (etwa in einer Supernova-Explosion) abgestossen wird. Dann wird der Stern auf ein schwarzes Loch kollabieren.

Wir betrachten zunächst den sphärisch symmetrischen Kollaps und die sphärisch symmetrischen Löcher. In dieser einfachen Situation zeigen sich bereits einige der qualitativ wichtigsten Eigenschaften.

Der sphärisch symmetrische Kollaps ist besonders einfach, weil das Gravitationsfeld ausserhalb des Sterns bekannt ist und nur von der kollabierenden Gesamtmasse abhängt (und nicht von den dynamischen Details der Implosion). Das Feld im Aussenraum ist ein Stück der SCHWARZSCHILD-KRUSKAL-Lösung der EINSTEINschen Vakuumgleichungen.

In Fig. 6 ist der sphärisch symmetrische katastrophale Kollaps auf ein schwarzes Loch in einem Raum-Zeit-Diagramm veranschaulicht. Man beachte insbesondere die Lichtkegelstruktur, aus der sich die merkwürdigen Kausalitätsverhältnisse ablesen lassen. Die Lichtkegel berühren den sogenannten *Horizont* («Zylinder» mit Schwarzschild-Radius  $R_S = 2GM/c^2 \approx 3 \text{ km } [M/M_\odot]$ ) von aussen. Aus dieser Figur ergeben sich die folgenden Schlüsse:

1. Wenn der Sternradius kleiner als der Radius des Horizonts geworden ist, kann kein Gleichgewicht mehr existieren, da die Weltlinien der Sternoberfläche innerhalb der Lichtkegel verlaufen müssen. Der Kollaps auf eine Singularität ist unvermeidlich. In der Nähe der Singularität dürfte allerdings die ART ihre Gültigkeit verlieren, weil schliesslich auch Quanteneffekte der Gravitation wichtig werden.

2. Wird innerhalb des Horizonts ein Signal abgesandt, so kann dieses nicht mehr zu einem entfernten Beobachter gelangen. Die Sternmaterie ist buchstäblich aus der Weltgeschichte ausgeschieden. Auch alle Lichtstrahlen fallen in die Singularität. Der Horizont bildet den Rand des Gebietes, das kausal mit einem weit entfernten Beobachter verbunden ist; durch diese Eigenschaft ist er allgemein definiert. Der

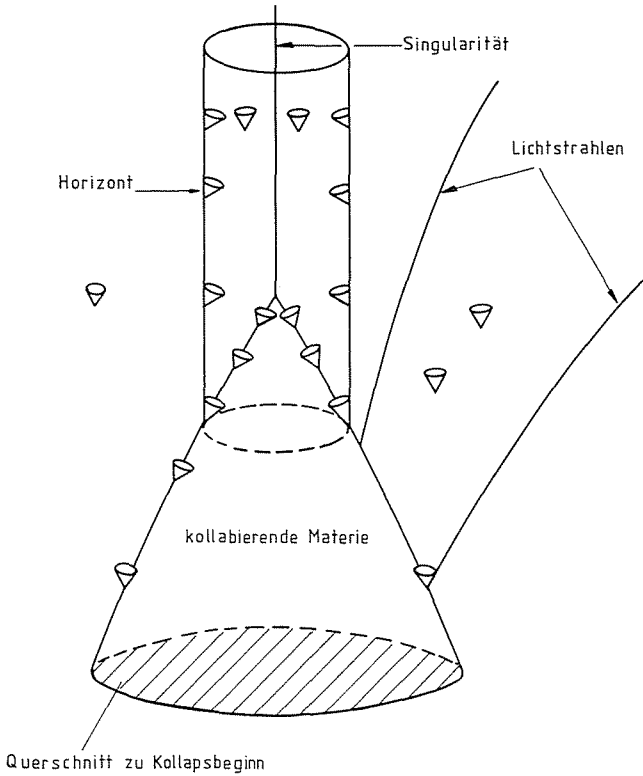


Fig. 6 Raum-Zeit-Diagramm eines kollabierenden Sternes: Entstehung eines schwarzen Loches.

Ereignishorizont wirkt also wie eine einseitige Membrane, durch welche Energie und Information nach innen, aber nicht nach aussen treten können. Das Auftreten von Horizonten, das heisst von Kausalitätsrändern in unserem Universum ist eine sehr bemerkenswerte Konsequenz der ART. (Die Singularität liegt jenseits des Horizonts und hat folglich keine kausale Verbindung mit einem äusseren Beobachter; sie kann von einem solchen nicht «gesehen» werden. Es besteht die Vermutung, dass dies für alle «realistischen Singularitäten» so ist.)

3. Ein Beobachter auf der kollabierenden Sternoberfläche bemerkt beim Überqueren des Horizontes nichts Besonderes. *Lokal* ist dort die Geometrie von Raum und Zeit wie anderswo. Für sehr grosse Massen sind auch die Gezeitenkräfte am Horizont durchaus erträglich. Der Horizont ist also ein *globales* Phänomen der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit.

4. Für einen *äusseren* Beobachter weit weg vom Stern erreicht letzterer den Schwarzschild-Horizont erst nach unendlich langer Zeit. Für ihn erstarrt der Stern – auf Grund der gravitativen Zeitdilatation – beim Schwarzschild-Horizont. In der Praxis wird aber der Stern plötzlich unsichtbar, da die Rotverschiebung exponentiell

anzusteigen beginnt und die Leuchtkraft entsprechend abnimmt. Die charakteristische Zeit dafür ist  $\tau \sim R_S / c \approx 10^{-5} (M/M_\odot)$  Sek.; für  $M \sim M_\odot$  ist diese also ausserordentlich kurz. Danach liegt ein «schwarzes Loch» vor. Sinnvollerweise nennt man den Horizont die Oberfläche und die äussere Geometrie das Gravitationsfeld des schwarzen Loches. Das Innere ist für die Astrophysik nicht relevant. Das äussere Gravitationsfeld sieht aber, von weit weg gesehen, genauso aus wie dasjenige eines kompakten massiven Objektes.

Beim realistischen Kollaps auf ein schwarzes Loch wird sich zunächst ein nicht-stationärer Horizont bilden. Durch Emission von Gravitationswellen wird sich aber dieses angeregte schwarze Loch in Bruchteilen einer Sekunde einem stationären Zustand nähern.

Die möglichen Typen von stationären Löchern sind alle bekannt; die elektrisch neutralen sind durch Masse und Drehimpulse völlig charakterisiert. Wenn also die Materie hinter einem Horizont verschwindet, so sieht man von ihren mannigfaltigen Besonderheiten nichts mehr als deren Gesamtmasse und Drehimpuls; die Vorgeschichte geht fast völlig verloren und ist jenseits des Horizonts verborgen.

Rotierende schwarze Löcher haben einige bemerkenswerte Eigenschaften, auf die wir aber nicht eingehen können. Insbesondere kann man – auf Kosten des Drehimpulses – eine beträchtliche Energie extrahieren. Diese wird durch den sogenannten 2. Hauptsatz von S. HAWKING begrenzt. Letzterer lautet: *Die Oberfläche eines (nicht notwendigerweise stationären) schwarzen Loches kann im Laufe der Zeit bei (klassischer) Wechselwirkung mit Strahlung und Materie nicht abnehmen. Liegen mehrere schwarze Löcher vor, so gilt die entsprechende Aussage für die Summe der Oberflächen aller Löcher.*

Schwarze Löcher wirken wie kosmische Staubsauger. Wenn zum Beispiel ein schwarzes Loch Teil eines engen binären Systems ist, so kann es von seinem Partner (wenn dieser beispielsweise ein Riese ist) Materie ansaugen, welche dabei so sehr



Bild 2 Die grosse elliptische Galaxie M 87 im Virgo Kluster. Diese ist eine starke Radioquelle. Der optische Jet deutet auf eine gewaltige Explosion hin. Detaillierte photometrische und spektroskopische Beobachtungen im letzten Jahr haben den Verdacht verstärkt, dass im Zentrum dieser Galaxie ein schwarzes Loch von etwa  $10^9 M_\odot$  sitzt.

erhitzt wird, dass eine starke Röntgenquelle entsteht. Es gibt gute Gründe anzunehmen, dass die Röntgenquelle Cygnus X1 auf diese Weise zu erklären ist.

Immer mehr setzt sich auch die Überzeugung durch, dass in den Zentren von sehr aktiven Galaxien und in Quasaren gigantische schwarze Löcher von vielleicht  $10^9 M_{\odot}$  existieren (siehe Bild 2). Akretion von Materie durch diese Löcher würde auf verhältnismässig ungezwungene Weise die gewaltigen Energiemengen erklären, die in relativ kleinen Räumen freigesetzt werden. Es bleibt der Zukunft überlassen, diese Hypothese durch detaillierte Beobachtungen zu überprüfen.

## 5. Kosmologie

Im Jahre 1917 reichte EINSTEIN der Preussischen Akademie der Wissenschaften eine Arbeit mit dem Titel «Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie» ein. Diese leitete die moderne Kosmologie ein. Im Rahmen von räumlich homogenen und isotropen Lösungen der EINSTEINSchen Feldgleichungen (FRIEDMAN-Modellen) können wir uns mit den heutigen Kenntnissen der Physik ein einfaches Bild der kosmischen Evolution machen. Dieses wird durch einige bemerkenswerte Beobachtungen gestützt. Dazu gehört die  $3^{\circ}\text{K}$ -Hintergrundstrahlung, welche ein Relikt eines frühen heissen Zustandes des Universums ist. Die Massendichte des gegenwärtigen Universums und die Temperatur der Hintergrundstrahlung bestimmen die thermische und materielle Geschichte des vergangenen Universums. Insbesondere können wir mit den heutigen Kenntnissen der schwachen Wechselwirkungen und der Kernphysik die Nukleosynthese im «big bang» durchrechnen. Dabei wird vor allem  ${}^4\text{He}$  gebildet, da  ${}^4\text{He}$  eine hohe Bindungsenergie hat und weil keine stabilen Kerne mit Massenzahlen  $A = 5, 8$  existieren. Als Ergebnis erhält man für  ${}^4\text{He}$  eine relative Massenhäufigkeit von 0,25. Es ist wichtig, dass dieser Wert nur schwach von der schlecht bekannten Dichte des gegenwärtigen Universums abhängt. Ferner ist er unabhängig vom Krümmungstyp des FRIEDMAN-Modells.

Beobachtungen zeigen, dass die Heliumhäufigkeit in unserer Galaxie und in benachbarten Galaxien tatsächlich universell in der Nähe des vorausgesagten Wertes liegt. Auf der anderen Seite dürfte die Heliumfusion in Sternen nicht mehr als etwa 10% zu diesem Wert beisteuern. Deshalb wird die «big bang»-Erklärung der beobachteten, relativ hohen Heliumhäufigkeit ziemlich allgemein akzeptiert. Man kann die Übereinstimmung zwischen der berechneten Heliumhäufigkeit und den Beobachtungen als einen erfolgreichen kosmologischen Test der ART ansehen. – Aus Zeitgründen kann ich leider nicht näher auf die moderne Kosmologie eingehen.

## Schlussbemerkungen

Die ART hat unsere Vorstellungen über die Struktur von Raum und Zeit ausserordentlich vertieft. In diesem Vortrag konnte nur unvollkommen angedeutet werden, in welcher grossartiger Weise sie auch das Verständnis der kosmischen

Objekte und der kosmischen Evolution gefördert hat. In naher Zukunft dürfen wir in dieser Richtung noch aufregende Entwicklungen erwarten.

Der Zukunft ist auch die Aufgabe gestellt, eine Synthese der ART mit der Quantentheorie zu finden.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. NORBERT STRAUMANN, Institut für theoretische Physik der Universität,  
Schönberggasse 9, CH-8001 Zürich.