Die «Geburtsstunde» der mathematischen Statistik

(Antrittsrede, gehalten am 11. Juli 1964 an der Universität Zürich)

Von

HANS BÜHLMANN, Zürich

Als mathematische Statistik bezeichnen wir heute jene Wissenschaft, die zwischen Beobachtungsgrössen einerseits und erklärenden gedanklichen Modellen anderseits die Brücke objektiven Schliessens schlägt. Es hat sich dabei die Terminologie ausgeprägt, dass jener ein Wahrscheinlichkeitstheoretiker genannt wird, welcher deduktiv vom gedanklichen Modell auf die Beobachtungsgrössen schliesst, dieser ein Statistiker heisst, welcher induktiv aus den Beobachtungen das gedankliche Modell zu finden sucht. Diese Dualität ist meines Erachtens nur geschichtlich zu begründen, nämlich dadurch, dass sowohl Wahrscheinlichkeitsrechnung wie Statistik über Jahrhunderte in hartnäckiger gegenseitiger Verkennung ein recht kümmerlich isoliertes Dasein geführt haben. Ja, auf der sehr breit gefassten Basis der unter Wissenschaftern als allgemein gültig akzeptierten Denkrichtung scheint es erst den letzten dreissig Jahren beschieden gewesen zu sein, die ideenmässige Querverbindung zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik zu erkennen und die daraus abzuleitende Tragweite der Methoden der modernen mathematischen Statistik voll zu erfassen.

Wann ist aber diese Querverbindung zum ersten Male von einem Mathematiker erkannt worden? Diese entscheidende erkenntnistheoretische Tat darf sicher als die Geburtsstunde der mathematischen Statistik gewürdigt werden.

Drehen wir also das Rad der Zeit zurück in jene Jahrhunderte, wo sich Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik noch vollkommen fremd waren. Zunächst möchte ich mich der *Wahrscheinlichkeitsrechnung* zuwenden. In ihren frühesten Anfängen ist sie ausschliesslich aus der Perspektive des Glücksspiels zugänglich. So ist dann auch das erste in der mathematischen Literatur bekannte wahrscheinlichkeitstheoretische Problem in das Gewand eines Glücksspielproblems gekleidet:

A. und B. spielen ein faires «Gioco di balla». Demjenigen, der als erster sechs Runden gewonnen hat, soll der volle Einsatz gehören. Das Spiel wird aber abgebrochen, nachdem A. fünf Runden gewonnen hat, B. deren drei. Wie soll der Einsatz aufgeteilt werden?

Dieses Problem findet sich in einem 1494 erschienenen Buch von Fra LUCA PACCIOLI (einem Franziskanermönch, der Mathematikprofessor in Mailand war und bei Gesellschaften am Hofe Ludovico Sforzas öfters mit Leonardo da Vinci zusammentraf). Ob er das Problem selbst erfunden hat ist unsicher. Die damals sehr junge Buchdruckerkunst befasste sich noch nicht mit den Fragen von Autorenrechten, ja, der begriffliche Inhalt solcher Rechte existierte wohl kaum. Der Titel des Buches von Fra Luca lautet: «Summa de arithmetica, geometria, propertioni e proportionalità».

Wie im Titel, so ist auch im Text das Wort «Wahrscheinlichkeit» nicht gebraucht. Es scheint glaubwürdig, dass der Autor den Wahrscheinlichkeitscharakter des gestellten Problems nicht erkannt hat, um so mehr, als seine falsche Antwort, dass der Einsatz im Verhältnis 5 : 3 aufzuteilen sei, auf einen Versuch zur Lösung mit Proportionalitätsregeln hinweist; mit den Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung würden wir heute die Antwort 7 : 1 geben.

Das gleiche Problem über das Aufteilen eines Einsatzes findet man dann wieder im «Generale Trattato» (erschienen 1556) von Nicolo Fontana, genannt «Tartaglia» — der Stotterer — (Mathematikprofessor in Venedig) und «Due Brevi e Facile Trattati, il Primo d'Arithmetica, l'Altro di Geometria» (erschienen 1558) von G. F. Peverone. Beide geben aber wiederum falsche Antworten. Für Tartaglia gehört das Problem immer noch in den Bereich der Proportionalität, bei Peverone sind Ansätze zur Loslösung vom Proportionalitätsgedanken nicht zu verkennen. Seine Antwort lautet aber 6 : 1 statt 7 : 1.

Als erster Mathematiker, der Wahrscheinlichkeiten für Glücksspiele richtig berechnet, gilt Girolamo Cardano (1501—1576). Exzentrischer, illegitimer Sohn eines Arztes, Rechtsanwalts und Geometrieprofessors in Mailand, ist Girolamo Cardano interessanterweise nicht wegen dieser beachtlichen Leistung in der Wahrscheinlichkeitstheorie der Nachwelt bekannt, sondern um der ihm, wie die neueren Bücher über Geschichte der Mathematik beifügen — fälschlicherweise — zuerkannten Lösungsmethode für kubische Gleichungen. In seinem Werk «De ludo aleae» (erschienen post mortem 1663) wird auch schon der uns heute so nützliche Begriff der Fundamentalmenge gefunden. Unter diesem Begriff verstehen wir heute die Inventarliste aller möglichen Resultate, welche ein wahrscheinlichkeitstheoretisches Problem zu erzeugen vermag. Beispielsweise bei einem einzigen Wurf mit einem Würfel bestünde diese Menge aus den Punkten mit Abszissen 1, 2, 3, 4, 5, 6 auf der reellen Achse, bei zwei Würfen aus allen Koordinatentupeln, die aus den Zahlen 1 bis 6 aufgebaut werden können, zum Beispiel die Punkte (1, 2); (3, 3); (4, 6); (6, 4) usw. Diese Inventarliste aller Möglichkeiten war zwar schon vor Cardano für spezielle Spiele nicht nur dem leidenschaftlichen Glücksspieler wohl bekannt, sondern ist uns in der Tat auch durch Schriften früheren Datums überliefert. So erstellte Bischof Wipold von Cambrai schon um das Jahr 900 eine Liste der 56 verschiedenen Kombinationen, welche mit drei Würfeln geworfen werden können; seine Enumeration galt aber in keiner Weise einem wahrscheinlichkeitstheoretischen Zweck. Es ging dem frommen Mann vielmehr darum, das heidnische Spiel des Würfelns zu christianisieren, und so ordnete er denn den 56 Punkten in seiner Fundamentalmenge (das heisst jeder möglichen Kombination) statt Wahrscheinlichkeiten — wie wir es heute tun würden — christliche Tugenden zu. Cardano hat möglicherweise die Liste des Bischofs gekannt. Selbst eine leidenschaftliche Spielernatur, mag er aber so oft sein Glück versucht haben, dass für ihn die Bedeutung der Fundamentalmenge für alle Spielarten offensichtlich war und er sich bei der Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu deren Punkten von seiner erfahrungsgeprüften Intuition hätte leiten lassen können. Wir wissen wohl nicht mit Bestimmtheit, in welchem Masse CARDANO die Bedeutung der Fundamentalmenge erfasst hat. Das ändert aber nichts an der Tatsache, dass er als erster Wahrscheinlichkeiten richtig angegeben hat, möglicherweise auf Grund von Berechnungen allein, möglicherweise aber auch durch eine Kombination von Empirismus und Berechnung.

Was wäre nun spannender, als hier bei CARDANO angelangt, die Ansätze zu einer soliden Fundierung der Wahrscheinlichkeitsrechnung, wie wir sie in «De ludo aleae» finden, bis zur klar formulierten Darstellung verfolgen zu können. Die Geschichte der Mathematik hat uns darüber aber nichts überliefert, und so können wir höchstens spekulieren. Hat LUDOVICO FERRARI, CARDANOS hochbegabter Schüler, das Werk des Meisters weitergeführt und ihm die Krone der abgeklärten, voll erfassenden Begriffsbildung aufgesetzt? Nur soviel ist uns bekannt: In einem Fragment von GALILEO GALILEI, das er zwischen den Jahren 1613 und 1623 verfasst haben dürfte, schreibt dieser über den Begriff der Fundamentalmenge als Gemeinplatz mathematischen Denkens und ordnet den Punkten dieser Menge Wahrscheinlichkeiten zu, als ob dies das Allerselbstverständlichste wäre. Dies ist um so erstaunlicher, als GALILEOS Stil sonst allgemein durch Breite und Langatmigkeit gekennzeichnet ist, und als er es im Erachten der Historiker kaum unterlassen haben dürfte, über unabgeklärte Begriffe schweigend hinwegzugehen, ohne seinen kraftvollen Intellekt zu deren Klärung einzusetzen. So wird denn GALILEOS Verhalten so gedeutet, dass zwischen ihm und CARDANO die ersten korrekten Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung — allerdings immer aus dem Blickwinkel der Glücksspiele formuliert — geschaffen wurden und von den Mathematikern Italiens allgemein akzeptiert waren. Es blieb dann allerdings den französischen Mathematikern PIERRE DE FERMAT (1601—1665) und BLAISE PASCAL (1623—1662) überlassen, das Gedankengut der Italiener zu übernehmen und es Mitte des 17. Jahrhunderts zu einer frühen Blütezeit zu bringen.

FERMAT, von Hause aus Rechtsanwalt und von Beruf Richter in Toulouse, durch die gesetzliche Bestimmung, wonach Richter keine anderweitige Beschäftigung annehmen durften, zur leidenschaftlichen Forschung veranlasst — PASCAL als Wunderkind von seinem ehrgeizigen Vater in der Ambition zur Erlangung mathematischen Ruhmes erzogen — aus diesem Kraftfeld entstand der bekannte Briefwechsel der beiden Mathematiker über Wahrscheinlichkeitsprobleme. Und aus diesem Briefwechsel ist auch der spielbesessene Chevalier DE MÉRÉ nicht wegzudenken, der den beiden Denkern immer wieder neue knifflige Probleme zu stellen bereit war. So berühmt ist der Gedankenaustausch über die Probleme des Chevaliers geworden, dass frühere Historiker eigentlich erst hier den Beginn der Wahrscheinlichkeitsrechnung sehen. In Anlehnung an die beispielsweise von F. N. DAVID vertretene Ansicht habe ich versucht, die ersten Anfänge der Glücksspielwahrscheinlichkeit schon 50 Jahre vor FERMAT und PASCAL in den Schriften der italienischen Mathematiker aufzuzeigen. Die Bedeutung der beiden Franzosen scheint mir viel mehr in der genialen Anwendung und der formal grossartigen Darstellung des bereits vorhandenen Gedankenguts der Wahrscheinlichkeitsrechnung zu liegen.

Und nun zur Statistik. Beim Studium der Anfänge der Statistik entsteht vor unserem Auge ein ganz verschiedenartiges Bild. War die Spielhalle mit ihrer erhitzten Atmosphäre gieriger Spannung der Geburtsplatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung, so verlassen wir nun diesen Schauplatz brodelnder menschlicher Emotionen lateinischer Prägung und betreten ein ruhegebietendes anglikanisches Parish House, wo britische Nüchternheit und Ordnungsliebe uns empfängt. Hier sitzt an seinem Schreibtisch der Kurat, alle Taufen, Hochzeiten und Beerdigungen in seiner Pfarrei in ein Buch eintragend, der Weisung CROMWELLS aus dem Jahre 1538 gemäss. Sodann treffen wir diesen originellen Kleinwarenhändler und Trödler JOHN GRAUNT, der seine Mussestunden damit verbringt, über die Aufzeichnungen der Pfarrherren ein Buch zu schreiben: «Observations made upon the Bills of Mortality» (erschienen 1662). Was mag die Neugierde dieses Kaufmannes erregt haben, dass er über die aufgezeichneten Zahlen meditierte? Viele Kaufleute in London scheinen zwar den wöchentlich erscheinenden Bills of Mortality als einer Art «Nachfragethermometer» ihre Aufmerksamkeit geschenkt zu haben. GRAUNTS Interesse sprengt aber eindeutig die Perspektive von ausschliesslichen Profitabsichten, bewegen sich doch seine Schlussfolgerungen — wenn auch in recht ungewohnt farbigem Gewande — auf der staatspolitisch-nationalökonomischen Ebene. Zum Beispiel:

«Sehr wenige, die betteln, sterben an Hunger.»

«Der gottlose Vorschlag, die Polygamie zum Zwecke der Bevölkerungsvermehrung einzuführen, ist gegenstandslos, da es mehr Männer als Frauen gibt und sich die Bevölkerung ohnehin vermehrt.»

«Die verbreitete Meinung ist falsch, Seuchen träten immer im ersten Herrscherjahr eines Königs auf»,

und so fährt JOHN GRAUNT mit seinen Schlussfolgerungen weiter (es sind deren 15, welch amüsante Kollektion!).

Wie wir auch heute die Schlussfolgerungen aus den «Observations made upon the Bills of Mortality» deuten mögen, es steht doch fest: Mit JOHN GRAUNTS Werk hat die Statistik ein ungemein kraftvolles Debut erlebt. Und ungleich den Pionieren der Wahrscheinlichkeitsrechnung, die mit oft als amoralisch verurteilten Problemen aus Glücksspielen heidnischer Abstammung belastet lange Zeit auf Anerkennung warten mussten, wurde JOHN GRAUNT von einem Tag zum nächsten ein berühmter Mann. Im gleichen Jahr, in welchem die Observations erschienen, wurde er, der nie an einer Universität studiert hatte, zum Fellow der neu gegründeten Royal Society ernannt. Ja, CHARLES II., der ihm diese Ehrung zusprach, soll dabei gesagt haben, falls die Royal Society noch mehr solche Kleinhändler vom Kaliber GRAUNTS fände, dann sollte sie auch diese unverzüglich zu Fellows ernennen. Auch auf dem Kontinent, namentlich in Paris, erlangten die Observations Berühmtheit. Sie erlebten denn auch fünf Auflagen.

Als weiterer Triumph der jungen Statistik in England ist vor allem der Umstand zu werten, dass blosse 30 Jahre nach dem ersten Erscheinen der Observations der englische Astronom und Mathematiker EDMUND HALLEY eine Sterbetafel veröffentlichte, die sogar bezüglich Aufstellung genau den Anforderungen entspricht, die wir heute — bald 400 Jahre später — immer noch an eine Sterbetafel stellen. HALLEYS Name ist der Nachwelt ja bereits durch seine korrekte Voraussage der Umlaufzeit eines Kometen in die Sterne geschrieben; ich glaube aber, dass seine erste Sterbetafel seinen Leistungen in der Astronomie ebenbürtig ist.

Gestatten Sie mir, an dieser Stelle eine Frage aufzuwerfen. Was war das Prinzip, auf Grund dessen GRAUNT wie HALLEY Schlüsse aus den ihnen zur Verfügung stehenden Beobachtungen zogen? Wie konnte GRAUNT beispielsweise behaupten, dass Londons Bevölkerung sich innerhalb von 30 Jahren verdreifachen würde? Wie schloss HALLEY aus den Beobachtungen der Vergangenheit, dass auch in Zukunft zwischen den Altern 40 und 50 222 von 1000 Lebenden pro Jahr sterben würden?

Wenig theoretische Begründungen für solche Schlüsse finden wir in den überlieferten Schriften. GRAUNT spricht zwar davon, dass die Menge Heu pro Are Land oder die Anzahl Kühe, welche eine gegebene Menge Heu zu ernähren vermag, eine «intrinsick value» darstelle, und HALLEYS Regeln zur Berechnung von Rentenleistungen sind eindeutig vom Grundsatz abgeleitet, dass die Anzahl Toter aus einer Gruppe Lebender gleichen Alters zur Anzahl Lebender proportional sind. Das «Prinzip der stabilen Häufigkeit» haben die Historiker das Fundament solcher Gedankengänge genannt. Dieses Prinzip ist aber meines Wissens von früheren Statistikern nur dort ausgesprochen worden, wo man es mit einer Manifestation Gottes identifizierte. Die eher pragmatischen Engländer GRAUNT und HALLEY wurden offenbar einfach von ihrem britischen «common sense» zu ihrer statistischen Schlussweise geführt.

Somit sind wir in der letzten Dekade des 17. Jahrhunderts angelangt. Der vielseitige Holländer CHRISTIAN HUYGENS, der FERMATS und PASCALS Gedankengut in der Wahrscheinlichkeitsrechnung übernommen und weiterentwickelt hat, liegt im Sterben. JOHN GRAUNTS Erfolge werden gekrönt mit den Entschlüssen verschiedener kontinentaler Länder, Statistiken, ähnlich der britischen, über die Bevölkerungsentwicklung einzuführen; und in London wird im Jahre 1699 die erste Lebensversicherungsgesellschaft, die «Society of Assurance for Widows and Orphans» gegründet, womit die Sterbetafel HALLEYS ihre erste praktische Anwendung grösseren Rahmens erhält. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist unter Mathematikern bekannt und von Glücksspielern gebraucht, die Statistik wird vom Staat und von der entstehenden Lebensversicherungsindustrie geschätzt und verwendet. Ist es naheliegend, dass zwischen diesen beiden wissenschaftlichen Disziplinen eine Beziehung besteht? Hier das Spielhaus — dort die Geburts- und Todesstatistik, hier der spekulative Mathematiker und der leidenschaftliche Glücksspieler — dort der planende Staat und der abwägende Aktuar, hier der Grundsatz von gleichwahrscheinlichen Elementen der Fundamentalmenge — dort die Arbeitshypothese stabiler Häufigkeiten.

Zusammenhänge zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik mögen zu diesem Zeitpunkt vielleicht gelegentlich intuitiv vermutet werden, sind aber gedanklich unerfasst. Ja, die von der aristotelisch-thomistischen Philosophie geschaffene begriffliche Kluft zwischen Inductio und Deductio lässt einen gedanklichen Brückenschlag zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik sogar als unmöglich erscheinen.

Und dennoch ist gerade in den letzten zehn Jahren des 17. Jahrhunderts in einer Studierstube in Basel die Querverbindung zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik voll erkannt worden. Vor den philosophischen Konsequenzen der erkannten

Zusammenhänge erschreckend hat aber der erkennende Mathematiker sein Manuskript nicht veröffentlicht, und so erschien sein berühmtes Werk erst nach seinem Tode im Jahre 1713, herausgegeben von seinem mathematisch ebenfalls hochbegabten Neffen. Der Mathematiker, der den genialen Brückenschlag vollzog: JAKOB BERNOULLI; das Buch, welches die Querverbindung zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik herstellte: «Ars conjectandi».

Wie gelang die gedankliche Leistung BERNOULLIS? Ich glaube, dass sie zweier grosser Erkenntnisse bedurfte. Die erste liegt in der Übertragung des Begriffes der Fundamentalmenge aus dem Bereich glücksspielgebundener Wahrscheinlichkeitsrechnung in die Domäne statistischer Problemstellung. So ungefähr muss die entscheidende Frage gelautet haben:

Sollte — analog der Gesamtheit der möglichen Spielausgänge in der Wahrscheinlichkeitsrechnung — nicht auch für statistische Probleme die Gesamtheit der möglichen Beobachtungsgrössen zunächst einmal klar abgegrenzt werden?

Mit andern Worten, sollte nicht auch für statistische Probleme im Begriff der Fundamentalmenge, das heisst der Kollektion aller möglichen Beobachtungen, der Ausgangspunkt zur Lösung gesucht werden? Eine — so naheliegend sie uns heute erscheinen mag — grossartige gedankliche Begriffserweiterung, deren damalige Tragweite wir uns nur vorstellen können, wenn wir bedenken, wie sehr die Fundamentalmenge von FERMAT, PASCAL und HUYGENS engstens mit den Gewinn- und Verlustsituationen der Glücksspiele verbunden war. Auch hier wäre es, wie schon bei ihrem ersten Auftreten in der frühen Wahrscheinlichkeitsrechnung, hochinteressant, feststellen zu können, welcher Denker erstmals die Bedeutung der Fundamentalmenge für statistische Probleme erkannt hat. Vielleicht EDMUND HALLEY; für JAKOB BERNOULLI ist sie auf jeden Fall vorhanden. Was HALLEY — wie ich glaube — aber höchstens intuitiv verspürte, das hat BERNOULLI in wissenschaftlich klarer gedanklicher Formulierung erkannt — nämlich: «Die Gesamtheit der möglichen statistischen Beobachtungen ist ein im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung messbares Kollektiv.»

Damit sind wir aber bereits beim zweiten wichtigen Erkenntnisschritt auf dem Wege zur Verbindung von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik angelangt, nämlich der Einsicht, dass gleich wie in der reinen Glücksspiel-Wahrscheinlichkeit so auch bei der in den Bereich statistischer Beobachtungsgrössen erweiterten Fundamentalmenge wiederum jedem Ereignis eine bestimmte Wahrscheinlichkeit zukommt.

Das ist, wenn Sie wollen, ein Glaubenssatz, und so hat denn auch JAKOB BERNOULLI ihn mit Berufung auf das Fatum formuliert. In ANDREAS SPEISERS Übersetzung lautet die betreffende Stelle wie folgt:

«Wenn also alle Ereignisse durch alle Ewigkeiten durch fortgesetzt beobachtet würden, so würde man finden, dass alles in der Welt aus bestimmten Gründen und in bestimmten Gesetzmässigkeiten eintritt, dass wir also gezwungen werden, auch bei noch so zufällig erscheinenden Dingen eine gewisse Notwendigkeit, sozusagen ein Fatum, anzunehmen.»

Wir würden heute eher von einem Axiom als von einem Glaubenssatz sprechen, sind doch unsere Formulierungen vorsichtiger geworden. In Tat und Wahrheit kann aber diesem zweiten Erkenntnisschritt sein axiomatischer Charakter auch in modernster Sicht nicht abgesprochen werden, eine Tatsache, welche unter anderem die heute mehr denn je lebhaften Kontroversen über objektive und subjektive Wahrscheinlichkeiten in Erinnerung rufen.

Es muss an dieser Stelle ebenfalls bemerkt werden, dass das Postulat nach wahrscheinlichkeitsmässiger Messbarkeit der Fundamentalereignisse in der Glücksspielwahrscheinlichkeit engstens mit dem Begriff «gleichwahrscheinlicher» Ereignisse verbunden war. Die erweiterte Bedeutung der Fundamentalmenge für statistische Probleme durchbricht ganz eindeutig diese Restriktion, dass Wahrscheinlichkeitsrechnung die Rechnung mit gleichwahrscheinlichen Ereignissen sei. Und darin liegt wohl gerade die Glaubensstärke des eben erwähnten zweiten Erkenntnisschrittes, dass auch anderen Ereignissen als denen, welche aus gleichwahrscheinlichen Punkten einer Fundamentalmenge zusammensetzbar sind, eine Wahrscheinlichkeit zukommt. In dieser Schau ist BERNOULLI denjenigen heute noch existierenden Lehrbüchern voraus, welche unter — fälschlicher — Berufung auf LAPLACE, Wahrscheinlichkeit als den Quotienten aller günstigen durch alle möglichen Fälle definieren. Zur Ehrenrettung von LAPLACE sei die Lektüre seiner Abhandlung «Théorie analytique des probabilités» (1812) empfohlen, wo ausdrücklich die Möglichkeit erwähnt wird, dass den einzelnen «Fällen» verschiedene Gewichte zukommen können.

Mit der begrifflichen Erweiterung der Fundamentalmenge und dem Axiom nach wahrscheinlichkeitsmässiger Messbarkeit ihrer Elemente ist nun der Weg frei für die Anwendung der Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf statistische Probleme. Es bleibt nur noch die Frage der Bemessung der als existent postulierten Wahrscheinlichkeiten offen. Hier gibt JAKOB BERNOULLI die Antwort mit seinem berühmten Theorem:

«Die relative Häufigkeit für das Auftreten eines bestimmten Ereignisses weicht mit beliebig grosser Sicherheit um weniger als jede noch so kleine Differenz von der Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses ab, sofern die Anzahl der voneinander unabhängigen Beobachtungen genügend gross gewählt wird.»

Das «Gesetz der grossen Zahl» hat SIMÉON POISSON dieses Theorem später genannt. Als solches ist es auch in die mathematische Literatur eingegangen; wie HENRI POINCARÉ mit einem treffenden Bonmot illustriert hat, nicht ohne Verwirrung in vielen Köpfen zu verursachen.

«Jedermann», so sagt POINCARÉ, «glaubt an das Gesetz der grossen Zahl. Der Mathematiker, weil er in ihm eine Spielregel der Natur erblickt, der Naturwissenschafter, weil er es für ein mathemathisches Gesetz hält.»

Für BERNOULLI selbst bedeutet aber sein «goldenes Theorem» (so nennt er es in «Ars conjectandi») einfach die Regel, welche den Rückschluss von der Beobachtungsgrösse auf die dem Problem zugrundeliegende Fundamentalmenge erlaubt. In der heutigen Terminologie würden wir sagen, dass es ihm die wissenschaftliche Basis zur statistischen Induktion liefert. Der englische Sprachgebrauch ist hier allerdings treffender, verwendet er doch «statistical inference» — statistisches «Schliessen» — um den Unterschied zur klassischen «Induktion» hervorzuheben.

So nahe das BERNOULLI-Theorem auf den ersten Blick dem früheren Prinzip der stabilen Häufigkeiten verwandt scheint, so sehr divergiert die Interpretation, welche BERNOULLI seinem Theorem gibt, von einem reinen Häufigkeitsdenken. Für JOHN

GRAUNT und EDMUND HALLEY sind die aus Beobachtungen festgestellten Häufigkeiten die unanfechtbare Basis, aus der ebenso unanfechtbare Schlüsse gezogen werden. Für BERNOULLI werden die Häufigkeiten zu «Messungen» für die zugrundeliegenden Wahrscheinlichkeiten. Häufigkeiten sind damit — wie jede andere Art von Messgrössen — nur noch insofern eine Basis für gültige Schlüsse, als es ihr Genauigkeitsgrad zulässt.

Diese BERNOULLIsche Deutung scheint uns heute vielleicht auf der Hand zu liegen. Vergessen wir aber nicht, dass sie erst durch die gedankliche Verbindung von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik möglich wird. Nach erfolgtem Brückenschlag zwischen diesen beiden wissenschaftlichen Disziplinen ist dann allerdings JAKOB BERNOULLIS goldenes Theorem nur ein Anfang — die «Geburtsstunde» — für eine Fülle von Sätzen und Methoden, kurzum, für eine neue wissenschaftliche Disziplin — die mathematische Statistik. Ja, die genuine Verbindung von induktivem und deduktivem Schliessen macht diese neue wissenschaftliche Disziplin zum schöpferischen Quell des heute so verbreiteten Modelldenkens.

Auf JAKOB BERNOULLIS Grabstein findet man eine logarithmische Spirale und das Epitaph «Eadem mutata resurgo» — «Wie ich auch gedreht werde, ich erstehe als die selbe». Dieser für die logarithmische Spirale im speziellen gültige Satz trifft auch für die mathematische Statistik zu. BERNOULLIS Gedankengänge sind über Jahrhunderte nach allen Seiten gedreht worden. In unserem Jahrhundert sind sie zu neuer Blüte in moderner Form erstanden. In ihrem fundamentalen Brückenschlag zwischen wahrscheinlichkeitstheoretischem Modell und statistischen Beobachtungsgrössen sind sie aber dieselben wie damals in der Basler Studierstube.