log h in Funktion von log t müssen die Messpunkte auf eine Gerade fallen, welche mit der Abszisse einen Winkel bildet, dessen $tg\ m = {}^1/_2$ beträgt. Während die Forderung einer parabolischen Abhängigkeit (Gerade im doppeltlogarithmischen Netz) bei Steigversuchen im Blattmesophyll (*Dianthus barbatus* L.) mit hinlänglicher Genauigkeit erfüllt ist, finden wir bei allen geprüften Alkoholen für $\frac{1}{m}$ im Mittel 2,4, also eine vom theoretischen Werte beträchtlich abweichende Grösse. Modellversuche mit einem vergleichbaren Kapillarsystem (Fliesspapier) ergeben dagegen in Übereinstimmung mit LUCAS[2]) nur geringe Abweichungen vom quadratischen Steiggesetz, wobei $\frac{1}{m}$ meist etwas kleiner als 2 gefunden wird.

Die Feststellung, dass die Steighöhe nicht mit der Wurzel $t^{\frac{1}{2}}$, sondern langsamer mit $t^{\frac{1}{(2+2k)}}$ wächst, ist so zu deuten, dass im Schwammgewebe eines angeschnittenen Blattes nicht alle Interzellularen auf dem direkten aufsteigenden Wege erreicht werden können. Vielmehr müssen von den Steigkapillaren aus seitlich mit ihnen kommunizierende Interzellularräume gefüllt werden. Dadurch wird die Aufstiegsgeschwindigkeit verzögert, und die gemessene Steighöhe fällt gegenüber der theoretischen zu klein aus.

[2]) LUCAS, R.: Kolloid-Z. *21*, 105 (1917); *23*, 15 (1918).

Es ist, wie wenn die Kapillaren seitlich rinnen würden. Unter der Annahme, dass dieser Leckvorgang die Anwendung des Gesetzes von POISEUILLE für die Ableitung der Formel von LUCAS nicht verunmöglicht, führen unsere Messungen zu folgender Anschauung:

Wenn man sich die unregelmässigen Steigkapillaren im Blatte ersetzt denkt durch kreiszylindrische Haarröhrchen, so müsste bei jedem einzelnen nicht nur das Volumen seines Zylinders, sondern dasjenige eines grösseren Rotationsparaboloides mit dem Grundflächenradius R und der Höhe h aufgefüllt werden. Die erzeugende Parabel besitze die Gleichung $R = \frac{r}{a^k} h^k$. Die Ableitung der LUCAS-Formel für Kapillaren mit seitlichem Flüssigkeitsverlust ergibt dann

$$h^{2+2k} = \frac{(1+k)\,\omega}{2\,\eta} \cdot a^{2k} \cdot r \cdot \cos\vartheta \cdot t.$$

In dieser Gleichung sind h und t messbar; k kann graphisch bestimmt werden. Der Radius r der Ersatzkapillaren und die Grösse a sind unbekannte Konstanten. Sie können mit dem gesuchten Benetzungswinkel ϑ zur Grösse $a^{2k} \cdot r \cdot \cos\vartheta$ vereinigt werden, welche gestattet, die Benetzungsfähigkeit verschiedener Flüssigkeiten für ein bestimmtes Blatt zu vergleichen. Sie soll daher als Benetzungsgrösse bezeichnet werden.

Die ausführliche Arbeit erscheint als Dissertation in den Ber. schweiz. bot. Ges.

Über die Berechnung singulärer Moduln bei Ludwig Schläfli

Von

A. HÄUSERMANN (Zürich)

Die «singulären Moduln» elliptischer Funktionen sind nach verschiedenen Gesichtspunkten behandelt worden. In der Mitte des letzten Jahrhunderts bezogen sich die klassischen Untersuchungen von Hermite, Joubert, Kronecker, Stuart, Russell und Greenhill meist auf die wirkliche, numerische Bestimmung singulärer Moduln. Dies geschah gewöhnlich mit Hilfe von Modulargleichungen oder von besonders konstruierten Transformationsgleichungen. Dadurch konnten Klassengleichungen, und in zahlreichen Fällen auch die singulären Moduln im engern Sinne des Wortes ermittelt werden. Die Manuskripte von Ludwig Schläfli behandeln dieselben Probleme mit verschiedenen Ansätzen und grossem Erfolg. Er suchte auch die Ergebnisse zusammenzufassen, um auf den allgemeinen Typus der Klasseninvarianten zu schliessen (Manuskr. Nr. 124/Heft D; Nr. 124/Heft H; Nr. 125, aus dem Jahre 1867/68). Aber erst H. Weber löste diese Aufgabe mit neuen zahlentheoretischen Mitteln (1888). — Das Ziel der modernen Betrachtungen ist die Angabe aller relativ-abelschen Körper in bezug auf einen gegebenen quadratisch-imaginären Grundkörper. Aus diesen Untersuchungen ergeben sich ganz neue, arithmetische Berechnungsmöglichkeiten für Klassengleichungen und singuläre Moduln. — Es sei nun hier die neuere schweizerische Literatur über die Berechnung singulärer Moduln, im engern und im weiteren Sinne, ergänzt durch knappe Inhaltsangabe der Werke.[1])

Zuerst sei auf verschiedene Arbeiten verwiesen, die auf Anregung von Herrn Prof. R. Fueter als Dissertationen entstanden sind.

Zunächst eine Abhandlung von H. Heinis (1911) über eine zur Diskriminante $D = -47$ gehörende Gleichung der komplexen Multiplikation (L. 43′).[2]) Es wird die Theorie der Teilungskörper wohl zum erstenmal ausführlich am Beispiel einer numerischen Gleichung 5. Grades erläutert: Darstellung der Wurzeln dieser Gleichung, Untersuchung der verschiedenen Zahlkörper der gegebenen Gleichung auf ihre Diskriminanten, Bestimmung der Basiszahlen, Klassenanzahl und Haupteinheiten.

Im Jahre 1922 erschien eine Arbeit von C. Bindschedler (L. 49_1). Die Theorie der Teilungskörper elliptischer Funktionen wird für Periodenverhältnisse, die dem Körper K $(\sqrt{-3})$ angehören, elementar behandelt, und zahlreiche Teilungskörper durch die Teilungsgleichungen berechnet.

In der Abhandlung von G. Hauser (1924) werden Teilungsgleichungen numerisch berechnet, die dem quadratisch-imaginären Grundkörper K $(\sqrt{-D})$ angehören (L. 49_2). Es werden Teilungsgleichungen und singuläre Werte der elliptischen Funktion $t(\sqrt{-D}) = 2^3 \cdot 3 \cdot e_i (2^2 \cdot 3 \cdot e_i^2 - g_2)^{1/2}$ berechnet für $D = 5, 7, 10, 11$ und 23.

In der Diss. von Herrn Prof. M. Gut (L. 49_4) wurde 1924 die Theorie der singulären Moduln auf den Fall der Ikosaederirrationalität mit modernen, gruppentheoretischen Mitteln übertragen. Es gelang dem Verfasser (L. 49_4, § 7) das vollständige System von homogenen Gleichungen der singulären Moduln mit Hilfe von günstig gewählten Grundformen der Modulargruppe (L. 49_4 § 5) wirklich aufzustellen (L. 49_4, p. 85—88).

Die Arbeit von G. Hagenbuch (1926) behandelt die Theorie der Teilungskörper für den quadratisch-imaginären Körper K $(\sqrt{-1})$, nebst einer Reihe numerisch berechneter Teilungskörper (L. 49_3).

1927 folgte eine zweite Arbeit von Herrn Prof. Gut (L. 49_5), in der zahlreiche Klassengleichungen und singuläre Moduln der absoluten invarianten Modularfunktion berechnet wurden. Zunächst wird in der Abhandlung die Transformationsgleichung 5. Stufe von algebraischen Funktionen vom Geschlecht 0 im singulären Falle betrachtet, und die Zerfällung in Klassengleichungen studiert (L. 49_5, p. 545). Hierauf wird die Zerfällung der Gleichung für allgemeinen Transformationsgrad n untersucht (L. 49_5, p. 554). Am Schluss (L. 49_5, p. 561) sind zahlreiche Resultate durchgerechneter Beispiele (Klassengleichung, — invarianten, — zahlen) angegeben, und zwar führen die Transformationsgrade $n = 2$ auf die Dikr. $D = 1, 2, 7$; $n = 3$ ergibt $D = 2, 3, 11$; $n = 4$ $D = 4, 15$; $n = 5$ $D = 1, 5, 11, 19$; $n = 7$ $D = 3, 6, 7$; $n = 9$ $D = 2, 5, 8, 9, 35$; und $n = 13$ ergibt $D = 9, 13, 43, 51$.

In den beiden späteren Arbeiten (L. 49_6) und (L. 49_7) treten immer deutlicher rein zahlentheoretische Gesichtspunkte auf, mit

[1]) Die Manuskripte von Ludwig Schläfli wurden vom Verf. bearbeitet, und die verschiedenen Ansätze, die Methode und die Hauptresultate in der Inaug.-Diss. mitgeteilt. Diese Ergänzung ist als Einschaltung zur Diss. p. 27 zwischen Abschnitt 1 und 2 zu betrachten.

[2]) Diese Lit.-Nr. beziehen sich auf das Verzeichnis in der Diss. und die Tabelle am Schluss dieser Aufzeichnungen.

dem bestimmten Ziel der Aufstellung aller Strahlklassen und Klassenkörper im quadratisch-imaginären respektive im quadratisch-reellen Zahlkörper.

Über die moderne Literatur zur rein arithmetischen Berechnung singulärer Invarianten, auf die in der Diss. gar nicht eingegangen wurde, findet man weiter Angaben in der klaren Arbeit von MAX DEURING (L. 61').[3])

Zusammengefasst können folgende Arbeiten über die singulären Moduln zur neueren Literatur hinzugefügt werden:[4])

L. 43' HEINIS, HUGO: «Über eine Gleichung 5. Grades der komplexen Multiplikation der elliptischen Modularfunktionen.» Inaug.-Diss. Basel 1911.

L. 49_1 BINDSCHEDLER CARL: «Die Teilungskörper der ellipt. Funktionen im Bereich der dritten Einheitswurzel.» Inaug.-Diss. Zürich 1922.

L. 49_2 HAUSER, GASTON: «Teilungsgleichungen der ellipt. Funktionen im quadratisch-imaginären Zahlkörper.» Inaug.-Diss. Zürich 1924.

L. 49^3 HAGENBUCH, GUSTAV: «Über die Teilungskörper der elliptischen Funktionen für den Grundkörper K $(\sqrt{-1})$.» Inaug.-Diss. Zürich 1926.

L. 49_4 GUT, MAX: «Über die singulären Moduln der Ikosaedermodulfunktionen.» Inaug.-Diss. Zürich 1924.

L. 49_5 — «Die Aufstellung der Klassen- und Ringklassengleichungen der absoluten invarianten Modularfunktionen.» Math. Annal. 98 (1927), p. 544 bis 565.

L. 49_6 — «Zur Theorie der Klassenkörper, insbesondere der Strahlklassenkörper der quadratisch-imagin. Zahlkörper.» Comment. Math. Helv. vol. 15 (1942), 81—119.

L. 49_7 — «Zur Theorie der Strahlklassenkörper der quadr.-reellen Zahlkörper.» Comment. Math. Helvet. vol. 16 (1943), 37—59.

L. 61' DEURING, MAX: «Die Typen der Multiplikationsringe elliptischer Funktionenkörper.» Abhandlungen Sem. Hamburg, Band 14 (1941), p. 197,

[3]) Diese Bemerkung ist in der Diss. p. 28 zwischen Abschnitt 1 und 2 einzuschalten.

[4]) Die Literatur-Nrn. beziehen sich auf die Nr. der Diss. Diese Literaturtabelle ist pg. 35 der Diss. einzuschalten.

Ein einfacher leistungsfähiger Mikromanipulator

Von

HANS WANNER (Zürich)

(Mit 1 Abbildung im Text)

(Aus dem Institut für allgemeine Botanik der Universität Zürich)

Beim Arbeiten unter dem Präpariermikroskop ist es unmöglich, Bewegungen in Bereichen, die kleiner als ½ mm sind, mit der freien Hand sicher auszuführen. Diese Grenze liegt noch höher, wenn unter dem einfachen Mikroskop präpariert werden muss, d. h. bei seitenverkehrtem Bild. Bei Anwendung stärkerer Vergrösserungen müssen deshalb technische Hilfsmittel, Mikromanipulatoren, beigezogen werden. Notwendig ist dies vor allem, wenn einzelne Zellen, z. B. Bakterien oder Pilzsporen, isoliert werden sollen, oder gar bei Operationen an einzelnen Zellen. Das erste Instrument dieser Art wurde vor 45 Jahren von S. L. SCHOUTEN gebaut. Seither sind eine ganze Reihe verschiedener Typen entwickelt worden, von welchen wohl der Zeiss'sche Gleitmikromanipulator die eleganteste Konstruktion darstellen dürfte. In der Literatur verstreut finden sich nun noch eine grosse Anzahl von Angaben über