

Der Kreuzungsfehler der Niveaux bei Neigungsmessungen.

Von

J. O. FLECKENSTEIN (Basel).

(Mit einer Abbildung im Text.)

(Als Manuskript eingegangen am 10. Januar 1940.)

Bei genauen Neigungsbestimmungen in der astronomischen und geodätischen Praxis mit Hilfe von Libellen eliminiert man gewöhnlich den Einfluss des Fehlers, der von der Inparallelität von Aufhängungs-, bzw. Aufsatzaxe und Längsaxe der Libelle herrührt durch die sogenannte «Seitenkorrektion» an den Seitenschrauben der Libellenfassung¹⁾, ohne sich von der Grösse dieses «Kreuzungsfehlers» quantitativ Rechenschaft zu geben²⁾.

Grössere Niveaux besitzen Querniveaux, die die Neigungsmessung immer in der gleichen Vertikalebene des Instrumentes vorzunehmen gestatten, sodass der Kreuzungsfehler ohne Einfluss bleibt. Gelegentlich einer Polhöhenbestimmung mit dem Passageninstrument der Basler Sternwarte wurde zwecks grösserer Genauigkeit der Neigungsbestimmung versucht, durch Ankleben zweier Horrebaw-Niveaux an das Haupthängeniveau ein dreifaches Niveau herzustellen, ähnlich wie von AMBRONN eine Anordnung³⁾ beschrieben wird. Dieses zusammengesetzte Niveau sollte eine dreifache unabhängige Neigungsbestimmung ermöglichen und so die Genauigkeit auf das 1.7 fache derjenigen mit nur einem Niveau steigern.

¹⁾ L. AMBRONN, Handbuch der Astronomischen Instrumentenkunde, Bd. I, p. 68 (Berlin 1899).

²⁾ Für das Nivellierinstrument ist zuerst von HELMERT (Zeitschrift f. Vermessungswesen, 1878) auf die Bedeutung der Libellenkreuzung beim Nivellieren hingewiesen worden, vgl. auch die Theorie des Nivellierinstrumentes bei W. JORDAN, Handbuch der Vermessungskunde, Bd. II, p. 525 (Stuttgart 1914).

³⁾ L. AMBRONN, loc. cit. p. 74.

Von dieser Anordnung wurde bei der endgültigen Ausführung der Polhöhenbestimmung in Basel jedoch Abstand genommen, da die Spannungseffekte in der Klemmung unregelmässige Nullpunktswankungen in den Neben-Niveaux hervorriefen, die eine Justierung der drei Niveaux verunmöglichten. Bei dieser Justierung wurde es nötig, den Kreuzungsfehler der Niveaux besonders zu untersuchen.

Die durch den Kreuzungsfehler vorgetäuschte Neigung i^* ist eine Funktion des Kreuzungsfehlers k und des Winkels J , um den das Niveau aus der Vertikalebene des Instrumentes herausgedreht ist

$$f(i^*, k, J) = 0.$$

Beim Herausdrehen aus dieser Vertikalebene beschreibt die Axe des Niveaus den Asymptotenkegel eines Hyperboloids mit dem Öffnungswinkel $2k$.

Nehmen wir an, dass die Aufhängungsaxe des Niveaus gegen die Horizontale um den Winkel i_0 geneigt sei, so ergibt sich aus den beiden, in nebenstehender stereographischer Projektion gezeichneten sphärischen Dreiecken BZZ^* und BGZ^* , wo Z^* das Zenit der gegen den Horizont mit dem wahren Zenit Z um i_0 geneigten Niveauaxe, B den Zielpunkt der um k gegen die Vertikalebene gekreuzten Niveauaxe auf dem Grosskreis \widehat{GBL} bedeutet, der gegen den Horizont um den Drehwinkel J geneigt ist:

$$\begin{aligned} \sin i^* &= \sin k \sin J \\ \sin i &= \sin i^* \cos i_0 + \cos i^* \sin i_0 \cos k. \end{aligned}$$

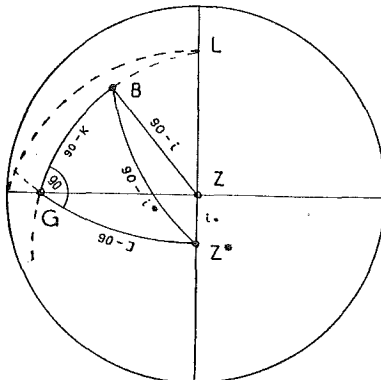


Abb. 1.

Bei kleinen Neigungen i_0 , i , i^* ist also die «wahre» Neigung des Instrumentes i_0

$$i \approx i^* + i_0 \cos k \approx i^* + i_0 \left(1 - \frac{k^2}{2} + \dots\right),$$

und ein kleiner Kreuzungsfehler k ist also eine Grösse zweiter Ordnung.

Ist k klein, so können wir

$$i^* = k \sin J$$

schreiben, und für kleine Drehwinkel J , d.h. also in genügender Nähe der Vertikalebene, wo immer die Neigungsmessungen vorgenommen werden, erhalten wir aus

$$\frac{di^*}{dJ} = k \cos J \quad \text{für } \cos J \approx 1$$

als Definition des Kreuzungsfehlers

$$k = \frac{di^*}{dJ}.$$

Mit dieser Relation können wir leicht die Grösse des Kreuzungsfehlers durch Messung ermitteln, indem wir bestimmen, um wieviel die Hauptlibelle beim Wandern der Querlibelle ausweicht.

Weicht z.B. bei einem Sekundenniveau beim Wandern der Querlibelle um $5^p = 5'$ die Libelle um $0^p.5$ aus, so entspricht dies schon einem Kreuzungsfehler von

$$k'' = \frac{1}{\sin 1''} \cdot \frac{\Delta i^*}{\Delta J} = 206\,265 \cdot \frac{0''.50}{300} \approx 5'.7.$$

Da man bei Sterndurchgangsbeobachtungen oft nicht genügend Zeit hat, auf die genaue Einstellung der Querlibellen zu achten, ist es zweckmässig, sich zu vergewissern, ob der Kreuzungsfehler klein genug ist, um davon absehen zu können, wie weit er den Parswert verfälscht, wenn die Neigungsmessung nicht genau in der Vertikalebene des Instrumentes vorgenommen wurde.

Ein Kreuzungsfehler von $k = 6' = 360''$ täuscht aber bei einem Drehwinkel $J = 1'$, d.h. beim Ausweichen der Minutenquerlibelle um 1^p eine Neigung von $i^* = 360'' \cdot \sin 1' = 0''.1$ vor; dieser Effekt erreicht also schon bei kleinen k und J die normale Ablesungsgenauigkeit eines Sekundenniveaus.