Zur Erinnerung an Theodor Reye.

Vortrag im mathematischen Colloquium zu Zürich
am 26. Oktober 1920

von

C. F. Geiser.

(Als Manuskript bei der Redaktion am 2. Februar 1921 eingegangen.)

Am 2. Juli 1919 ist in Würzburg der Professor der Strassburger Universität Theodor Reye gestorben. Der ausgezeichnete Lehrer und Forscher hat in den Jahren 1863—70 am Eidg. Polytechnikum zuerst als Privatdozent, dann als Titularprofessor gewirkt. Sein Hauptwerk „Geometrie der Lage" war in der ersten Auflage als ein wissenschaftliches Fundament für Culmanns Vorlesungen über graphische Statik ausgeführt und hat auch nach dem Weggang des Verfassers den Schülern des genialen Ingenieurs treffliche Dienste geleistet. Für die Studierenden unserer Abteilung für Fachlehrer in Mathematik und Physik, soweit sie eine geometrische Richtung bevorzugen, bilden die erweiterten Neuauflagen des Buches (denen zahlreiche Abhandlungen in Zeitschriften zur Seite gingen und nachfolgten) auch jetzt noch einen zuverlässigen und anregenden Führer. Die „Schweiz. Bauzeitung" [1]) hat deshalb gewünscht, durch einen Nekrolog Reyes Andenken bei ihren Lesern aufzufrischen und mich eingeladen, dessen Redaktion zu übernehmen.

Die Notwendigkeit, von der wissenschaftlichen Bedeutung des Forschers eine wenigstens in den Grundzügen ausreichende Vorstellung zu geben, der Wunsch, auch die Fragen des „theoretischen" Unterrichts an den technischen Hochschulen zu erörtern, die sich an die Tätigkeit des Lehrers knüpften und deren spätere weit ausgreifende Diskussion auch dann noch, als er ihnen persönlich durchaus ferne stand, fortwährend sein Interesse erweckten, vor allem das Bedürfnis, die Schicksale des Menschen im Zusammenhang mit den Zeitereignissen darzustellen [2]), haben mich freilich weit über den Rahmen hinaus-

[1]) Organ der Gesellschaft ehem. Stud. der Eidg. Techn. Hochschule.

[2]) Herrn Prof. Lasius, der während mehr als einem halben Jahrhundert mit Reye in enger Freundschaft verbunden war, bin ich für wertvolle biographische Notizen zu grossem Dank verpflichtet.

geführt, in welchen die Bauzeitung gespannt ist. — Möge der heutige Vortrag wenigstens in dem engern Kreise eine freundliche Aufnahme finden.

I.

Carl Theodor Reye ist am 20. Juni 1838 zu Ritzebüttel (Hamburg) geboren. Auf dem Johanneum und dem akademischen Gymnasium absolvierte er den Schulkursus und studierte darauf während drei Jahren an der polytechnischen Schule Hannover Mathematik, Mechanik und Maschinenbau. Nach kurzer praktischer Tätigkeit folgten von Herbst 1859 an zwei Semester am Züricher Polytechnikum, wo damals Clausius insbesondere auch mathematische Physik und analytische Mechanik lehrte. Den Abschluss der Studienzeit bildete ein Jahr in Göttingen, wo er Gelegenheit fand, bei Riemann eine Vorlesung über partielle Differenzialgleichungen und deren Anwendungen auf physikalische Fragen zu hören. In diese Zeit fiel seine Promotion (1861).

Die Dissertation über „Die mechanische Wärmetheorie und das Spannungsgesetz der Gase“ ist wohl auf Grund von Anregungen entstanden, die Reye bei Clausius, dem Schöpfer dieser Theorie empfangen hatte. Die Arbeit zeigt ihn gründlich vertraut mit den berühmten Versuchsresultaten Regnaults; sie enthält als ein Hauptergebnis den Satz: „Während die Regnault'schen Versuche der mechanischen Wärmetheorie in dem Mariotte'schen Gesetz eine ihrer Grundlagen zu entziehen schien, bestätigt nicht nur das auf dieselbe gegründete genauere Spannungsgesetz der Gase die aus Mariottes Gesetz gezogenen Schlüsse bis auf kleine Correctionen, sondern es führte noch zu neuen der Erfahrung entsprechenden Resultaten, die als eben so viele neue Belege der mech. Wärmetheorie angesehen werden können.“

Eine zweite Arbeit auf dem nämlichen Gebiete behandelt „Die Ausdehnung der atmosphärischen Luft bei der Wolkenbildung“ (1863). Sie wendet sich gegen eine von F. Mohr gegebene Erklärung von der Entstehung des Hagels und ist interessant als eine der frühesten, durch genaue numerische Berechnung belegte Anwendung der mechanischen Wärmetheorie auf Meteorologie. Es sei daran erinnert, dass in der Jahresversammlung der Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft von 1864 in Zürich die Entstehung des Föhns sehr lebhaft diskutiert wurde, ohne zu einem sichern Resultate zu führen. Erst einige Jahre später ist eine richtige Erklärung gegeben worden, die sich ebenfalls auf die von Reye benutzten Sätze stützte[1]).

[1]) Reye hat sein Interesse für Meteorologie auch durch das 1872 erschienene Buch: „Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen“ bekundet.

Die akademische Lehrtätigkeit hat Reye im Herbst 1861 in Hannover begonnen, ist aber bereits Ostern 1863 als Privatdozent ans Eidg. Polytechnikum übergesiedelt, wo er für das erste Semester eine Vorlesung über Anwendungen der Differentialgleichungen auf mathematische Physik ankündigte.

II.

Dem Eidg. Polytechnikum ist durch Karl Culmann, als dem Schöpfer der graphischen Statik, ein Ruhm zugefallen, der freilich schon seit längerer Zeit nur noch als ein historischer nachwirkt, insofern sich zwar die Grundgedanken erhalten haben, die ausführenden Methoden aber zum grossen Teil durch andere ersetzt wurden. Immerhin wird es gestattet sein, hier eingehender von dem Manne und seinen Leistungen zu reden, weil sich an dieselben der Übergang Reyes von der mathematischen Physik zur Geometrie knüpfte, eine Wendung, die für sein ganzes späteres Leben von entscheidender Bedeutung geworden ist.

Culmann beginnt die Vorrede zur ersten Auflage seines Buches (1865) mit dem Satze: „Was mit allen jenen Theorien anfangen, zu denen die verschiedenen Zweige der Ingenieurkunde Veranlassung gegeben haben ... ist eine Frage, die ohne Zweifel Poncelet vorschwebte, als er sich bemühte, geometrische Lösungen für die verschiedenen im Ingenieurfach sich darbietenden Aufgaben zu ersinnen.“ Man kann diesen Hinweis auf Poncelet durch den Umstand erklären, dass Culmann 1837 nach Metz kam, um sich auf die Ecole polytechnique vorzubereiten. Poncelet war bis 1834 an der Metzer Artillerieschule Professor gewesen und mit der Stadt (seinem Heimatsort) trotz der Versetzung nach Paris in dauernder Verbindung geblieben. Da ein Onkel Culmanns ebenfalls an der Artillerieschule lehrte, so hatte der siebzehnjährige Jüngling Gelegenheit, mancherlei Persönliches über den berühmten Mathematiker und Ingenieur zu hören, er konnte zudem die erste Zugbrücke („Pont-levis à la Poncelet“) und die ersten „Poncelet-Räder“ im Betrieb sehen. Dazu trat später das Studium der Schriften des Meisters, so dass uns Poncelet als Vorläufer und direkter Wegweiser Culmanns in der auf neuere Geometrie gebauten graphischen Statik erscheint.

Die Absicht Culmanns, später die Aufnahmeprüfung für die Pariser Schule zu machen, kam freilich nicht zur Verwirklichung. Er erkrankte bald nach seiner Ankunft in Metz am Typhus, dessen Nachwehen mehr als ein Jahr andauerten. Die Eltern (der Vater war Pfarrer in Bergzabern, die Mutter eine Elsässerin) sahen darin, wie in einem *curriculum vitae* steht, „einen Fingerzeig Gottes", dass ihr Sohn nicht für Frankreich, sondern für Deutschland bestimmt sei und schickten ihn an das Polytechnikum in Karlsruhe.

Den Einblick in die praktischen Fragen, welche theoretisch zu lösen waren, gewann Culmann als Bahningenieur im bayerischen Staatsdienst (1841—48) und dann auf einer grossen Studienreise in England und Nordamerika (1849—51). Er gab über diese in Försters Bauzeitung einen Bericht: „Darstellung der neuesten Fortschritte im Brücken-, Eisenbahn- und Flussdampfschiffbau in England und den Vereinigten Staaten Nordamerikas." Von diesem Berichte schrieb er bei Gelegenheit der Berufungsverhandlungen an den schweiz. Schulrat: „Ich bilde mir ein, in demselben zuerst klar nachgewiesen zu haben, wie die verschiedenen Kräfte in den zusammengesetzten Brücken wirken und wie dementsprechend deren Dimensionen berechnet werden müssen." Damit war bereits auf eine Hauptrichtung der Tätigkeit des künftigen Professors hingewiesen, der von 1860 an die graphische Statik als eine besondere Vorlesung einführte. Da aber in den ersten Jahren die ungenügende geometrische Vorbildung der Studierenden als ein schwerer Übelstand empfunden wurde, so übernahm Reye 1864 eine einleitende Vorlesung über „Geometrie der Lage" und betrat damit ein neues Gebiet, das bald seine ganze wissenschaftlich produktive Tätigkeit in Anspruch nahm.

III.

In die Zeit des Übergangs fällt eine von 1865 datierte, in Schlömilchs Zeitschrift erschienenen Arbeit: „Beitrag zur Lehre von den Trägheitsmomenten." Wird ein System M materieller Punkte von den Massen $m_1, \ldots m_k$ auf ein rechtwinkliges Koord.-System im Raume bezogen, so dass zu m_i die Coord. x_i, y_i, z_i gehören, so ist $T_x = \sum_{i=1}^{k} m_i x_i^2$ das Trägheitsmoment von M in bezug auf die YZ-Ebene, ebenso $T_y = \sum_{i=1}^{k} m_i y_i^2$ das Trägheitsmoment auf die ZX-Ebene, $T = \sum_{i=1}^{k} m_i (x_i^2 + y_i^2)$ das Trägheitsmoment auf die Z-Axe; es ist also $T = T_x + T_y$. Es folgt daraus, dass das Trägheitsmoment eines Massensystems M in bezug auf eine Gerade G gleich ist der Summe der Trägheitsmomente von M in bezug auf irgend ein rechtwinkliges Ebenenpaar EE', dessen Schnittgerade mit G zusammenfällt: man findet demnach aus den Trägheitsmomenten von M nach den sämtlichen Ebenen des Raumes diejenigen nach den sämtlichen Geraden und kann aus den Eigenschaften der ersten diejenigen der zweiten ableiten.

Reye zeigt nun, dass ein beliebig gegebenes System M auf ∞ viele Arten durch ein anderes M' ersetzt werden kann, welches nur aus vier Punkten besteht, deren Lagen und Massen derart zu bestimmen sind, dass die entsprechenden Trägheitsmomente von M und M' nach allen Ebenen (oder Geraden) des Raumes übereinstimmen. Jede Gruppe von vier solchen Punkten ist „Poltetraeder" (Quadrupel harmonischer Punkte) in bezug auf eine Fläche zweiten Grades $\mathfrak{B}$, welche in einfachem Zusammenhang mit dem sogenannten Centralellipsoid $\mathfrak{C}$ des Massensystems M steht. Von der Fläche $\mathfrak{B}$, welche unter der Annahme, dass die Massen der Systemspunkte alle positiv sind, nicht reell sein kann (sie wird deshalb „das imaginäre Bild des Systems" genannt), hat dann Hesse gezeigt, dass sie von allen Ebenen umhüllt wird, welche in bezug auf M das Trägheitsmoment Null erzeugen. Man nennt deshalb $\mathfrak{B}$ auch die „Nullfläche" der Trägheitsmomente von M. In dem algebraischen Teil der Abhandlung spielt die Transformation der ganzen homogenen Funktion zweiten Grades von vier Veränderlichen in eine Summe von vier Quadraten linearer Funktionen eine Rolle; damit ist eine Beziehung zu den orthogonalen Substitutionen von vier Dimensionen hergestellt.

Fast gleichzeitig veröffentlichte Reye eine durchaus synthetisch gehaltene Arbeit „Über geometrische Verwandtschaften 2. Grades." Sie betrifft Fragen, die teilweise schon von Steiner und Seydewitz behandelt waren.

Die völlige Herrschaft Reyes über das neue Arbeitsgebiet trat glänzend hervor in seinen Vorträgen: „Die Geometrie der Lage", deren erster Teil 1866 erschien. Sie sollten zwar zunächst als Einleitung zu den Culmannschen Vorlesungen dienen, dann aber allgemein das Verständnis des gleichnamigen Buches von Staudts (1847) eröffnen und erleichtern. Reye erklärt, dass er auch ohne den von ihm verlangten Anschluss an diesen Mathematiker dessen Methoden allen andern würde vorgezogen haben.

Die Geometrie der Lage zu einer vollständigen Wissenschaft zu machen, wie es Staudt versucht hat, ist nun freilich nur soweit möglich, als man von ihr alle metrischen (auf Winkel und Strecken bezüglichen) Eigenschaften der Figuren, also die „Geometrie des Masses" ausschliesst. Und es erscheint doch, seit Poncelet und Steiner gezeigt haben, wie enge und sich gegenseitig fördernd die beiden Richtungen miteinander verbunden werden können, nicht naturgemäss, eine strenge Trennung vorzunehmen. Wer wird den rechten Winkel erst in Verbindung mit der Involution behandeln, wer wird Kreis und Kugel erst als Spezialfälle von Kegelschnitt und Fläche zweiten Grades einführen? In diesem Sinne spricht sich namentlich auch Cremona aus (Opere matematiche I. 35) in der Rezension über die „Beiträge zur Geometrie der Lage", welche Staudt (1856/57) als Fortsetzung der Geometrie der Lage veröffentlicht hatte.

Es kommt hinzu, dass die grundlegenden Gebilde und Voraussetzungen nicht durchweg ausreichend definiert, resp. begründet sind. So beginnt § 2: „Eine Ebene ist eine Winkelfläche erster Ordnung, in welcher jeder Punkt als Mittelpunkt betrachtet werden kann. Geht also eine Gerade durch zwei Punkte einer Ebene, so liegt sie ganz in derselben" [1]). In § 3 heisst es: „Zwei Gerade, welche in einerlei Ebene liegen, ohne sich zu schneiden, heissen zueinander parallel.... Durch jeden ausserhalb einer Geraden befindlichen Punkt gibt es eine zur erstern parallele Gerade" [2]).

Es sei noch an die Einführung der projektivischen Verwandtschaft zwischen einförmigen Gebilden erinnert (§ 9): „Zwei einförmige Grundgebilde heissen zueinander projektivisch, wenn sie so aufeinander bezogen sind, dass jedem harmonischen Gebilde in dem einen ein harmonisches Gebilde im andern entspricht" und: „Will man zwei einförmige Grundgebilde projektivisch aufeinander beziehen, so kann man zu drei Elementen des einen drei Elemente des andern, welche jenen entsprechen sollen, nach Belieben annehmen, wobei aber alsdann jedem Elemente des einen Gebildes ein Element im andern zugewiesen ist." Es sind gegen diese Darstellung Bedenken erhoben worden, die aber schliesslich haben gehoben werden können [3]).

Man muss noch hinzufügen, dass die abstrakte und aufs allernotwendigste zusammengedrängte Darstellung Staudts das Studium seiner bezüglichen Schriften zu einem sehr mühsamen gestaltet. Felix Klein, der so vielfach und so erfolgreich in geometrischer Richtung gearbeitet hat, erinnert sich mit Dank daran, dass in seiner ersten Dozentenzeit ein Freund ihm „die schwer zugänglichen Gedankenreihen von Staudts über eine von Massbeziehung freie Begründung der Geometrie der Lage zugänglich machte."

Die Bedenken wissenschaftlicher Natur sind nun erledigt, insofern es auf Grund der Ergänzungen durch die Nachfolger gelungen ist, die Möglichkeit einer in sich durchaus konsequenten und lückenlosen Geometrie, ohne den Begriff des Masses darzutun. Den pädagogischen Anforderungen aber ist durch Reye vollste Befriedigung

[1]) In Gauss' Werken VIII., 194, finden sich Definition und Satz unter Zuziehung metrischer Begriffe behandelt.

[2]) Über die Parallelentheorie bietet der zitierte Gauss-Band reiches Material.

[3]) Vergl. die Notizen von Klein und von Darboux, Math. Annalen, Bd. XVII.

gewährt. Er selbst hat gelegentlich erklärt, dass es ihm nur unter den grössten Anstrengungen gelungen sei, den Gedankengehalt Staudts ganz zu erfassen und die fast skelettartigen Sätze in lebendige Formen überzuführen. Als Preis seiner unermüdlichen Arbeit ist ihm ein Werk gelungen, das in ganz vorzüglicher Klarheit und Anschaulichkeit eine systematische Einführung in die Staudtschen Schriften[1]) und allgemein in die „neuere" Geometrie bietet.

Entsprechend dem unmittelbaren praktischen Zwecke leitet er seine Vorträge nicht mit einer streng systematischen Entwicklung der Grundlagen ein, sondern setzt nur überhaupt einen genügenden geometrischen Vorunterricht voraus, auf welchen er die für die graphische Statik besonders wichtigen Sätze und Beweismethoden in der von Staudt gegebenen Form aufbaut. Dabei weist er in Anhängen und in einzelnen besondern Vorträgen auf die metrischen Beziehungen hin (welche ja auch bei Staudt gelegentlich berücksichtigt sind). — Dem ersten 1866 erschienenen Teil folgte 1868 ein zweiter, der nun weit vordringt und neben den bekannten Resultaten der zeitgenössischen Forscher auch sehr wertvolle eigene Untersuchungen brachte. Aber das vom 5. Oktober 1867 datierte Vorwort teilt mit: „Leider ist mir von jetzt an versagt, in gleicher Weise wie bisher als Lehrer mitzuwirken an der Verbreitung meiner Lieblingswissenschaft; denn mein Colleg über Geometrie der Lage ist mir kürzlich rücksichtslos entzogen worden, um es dem neu berufenen Professor für darstellende Geometrie auf dessen Verlangen zu übertragen" [2]).

Reye war um so schwerer getroffen, da er als Assistent bei Prof. Deschwanden gewirkt und nach dessen Erkrankung längere Zeit als Stellvertreter die darstellende Geometrie gelehrt hatte. Zudem hatte Culmann in der Vorrede zur graphischen Statik auf die Vorteile einer Verbindung der darstellenden und der neuern Geometrie hingewiesen und Reye, der auch seinerseits in der ersten Vorlesung der Geometrie der Lage darauf deutet, glaubte mit Recht dieser Verbindung durchaus gewachsen zu sein. Aus seiner verbitterten Stimmung hat ihn die 1870 erfolgte Berufung als Professor der Geometrie und graphischen Statik an das neugegründete Polytechnikum in Aachen befreit.

---

[1]) Auch Klein anerkennt ausdrücklich, dass in Reyes Geometrie der Lage die Staudtschen Betrachtungen in übersichtlicher Form dargestellt seien.

[2]) Die Vorrede zur zweiten Auflage der zweiten Abteilung enthält die durchaus berechtigte Reklamation gegen einen Italiener, der eine Geometrie der Lage publiziert hatte, von welcher $^9/_{10}$ ohne Quellenangabe aus Reyes Buch entnommen waren. Das Plagiat hatte bereits eine Übersetzung ins Französische erlebt.

IV.

Der neue Professor Fiedler fand in Zürich von seinem ersten Auftreten an die grösste Anerkennung als ausgezeichneter Dozent. Es wirkten dabei zusammen die gedankliche Sicherheit und formale Gewandtheit des Vortrages, die ausserordentliche Begabung für rasche und übersichtliche Zeichnung an der Tafel — zudem fühlten die Studierenden eine feste und einheitliche Willenskraft, die auf ein bedeutendes Ziel gerichtet war. Auch nach aussen hin erwarb sich die neue Richtung des Unterrichts vielfache Zustimmung und teilweise Nachfolge, nachdem die systematische Grundlage der Vorlesungen in vollständiger Ausführung und Weiterentwicklung im Jahre 1871 als grosses Lehrbuch erschienen war[1]).

Man würdigt das Buch in seiner prinzipiellen Bedeutung vielleicht am besten, wenn man es mit de la Gournerie's „Traité de Géometrie descriptive" (1860—64) vergleicht. Dieser ist in gewissem Sinne eine Zusammenfassung der darstellenden Geometrie, wie sie sich seit Monge in Frankreich entwickelt hatte und ergänzt vielfach die konstruktiven Partien durch interessante analytische Entwicklungen algebraischer oder infinitesimaler Natur. Der sorgfältig redigierte Text ist zudem von einem Atlas begleitet, dessen Figuren an Klarheit und Schönheit vom ersten Range sind. Aber neben solchen Darstellungen einer abgeschlossenen Epoche erscheinen doch die grossen prinzipiell durchgeführten Neugestaltungen, auch wenn sie einseitig sind, in frischerem Ruhmeskranze.

Trotz aller Anerkennung tauchten aber bald Klagen der Studierenden auf über die Last der ihnen zugemuteten Arbeit und die bei wachsendem Stoff zunehmende Schwierigkeit des Verständnisses[2]). Auch unter den Kollegen wurde geltend gemacht, dass es organisatorisch nicht zweckmässig sei, einem einzelnen Fache eine so grosse Bedeutung beizulegen. Architekten und Maschinenbauer beschwerten sich darüber, dass Fiedlers Aufgaben und die für dieselben nötigen Zeichnungsmethoden keinerlei Rücksicht auf die Praxis nähmen[3]).

[1]) „Die darstellende Geometrie" hat in zweiter Auflage den Titelzusatz: „in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage" erhalten, wodurch der Grundgedanke des Werkes deutlich zum Ausdruck gebracht ist.

[2]) Dagegen bezeugt Culmann (der auch für seine eigenen Publikationen und Vorlesungen jede „populäre" Behandlung ablehnte) in der Vorrede zur zweiten Auflage der graphischen Statik (1875): die notwendigen Vorkenntnisse des geometrischen Teiles seien bei seinen Schülern vorhanden, seit Prof. Fiedler dieselben vorbereite.

[3]) Fiedler sagt in der Vorrede seines Buches: „Eigentlich technische Beispiele und Anwendungen sind ausgeschlossen, weil sie nicht von allgemein gültigem Werthe für die Wissenschaft sind."

So entstanden Mißstimmungen, die zu unerquicklichen Zwischenfällen führten, ohne das nötige Gleichgewicht herzustellen. Erst die grössere Rücksichtnahme auf die Bedürfnisse der verschiedenen Fachschulen und die abnehmende Bedeutung der speziell Culmannschen Methoden der graphischen Statik bewirkten eine Reduktion der Studienprogramme und der Studienpläne, die allseitig befriedigte[1]).

V.

Wenn von diesen weit zurückliegenden Dingen hier die Rede war, so geschah es, weil sie ein charakteristisches Moment bezeichnen in der grossen fortwährend hin und her flutenden Diskussion über den zweckmässigsten Inhalt und Umfang des „theoretischen" Unterrichts an den technischen Hochschulen, wobei es sich naturgemäss vor allem um Mathematik, darstellende Geometrie und Mechanik handelt. Eine vorzügliche historische Darstellung dieser Streitfragen bietet Paul Stäckels Buch: „Die mathematische Ausbildung ... an den deutschen technischen Hochschulen" (1915), in welchem auch Fiedlers Bedeutung für die darstellende Geometrie besprochen wird. Aber viel wichtiger und von bleibendem Interesse ist die Schilderung der grossen „Ingenieurbewegung", die unter Führung des Berliner Professors Riedler in den Jahren 1895—1900 eine durchgreifende Reform des theoretischen Unterrichts anstrebte und in weitem Umfang erreichte[2]).

Der Angriff Riedlers war durch Resolutionen des Vereins deutscher Ingenieure (1895) unterstützt worden, worauf eine Erklärung sämtlicher Professoren der Mathematik, darstellenden Geometrie und Mechanik, deren abweichende Meinung begründete (1896). Diese

---

[1]) Über den gegenwärtigen Lehrstoff der Vorlesung vergl. die kleinen Handbücher der Nachfolger Fiedlers:

Darstellende Geometrie von M. Grossmann (1915)

Kollros, Géometrie descriptive (1918).

[2]) Stäckel führt die bezüglichen Hauptschriften Riedlers an — sie reichen über die Zeit der „Ingenieur-Bewegung" hinaus, ohne dass sie etwas von ihrer polemischen Kraft verloren hätten, wie das folgende Zitat zeigt (Stäckel, pag. 83):

„A. Riedler, Abseits vom Gänsemarsch, Berlin 1914. Vorwort S. 1. Ein Theoretiker wird hier in einer Vignette als ein Jagdhund dargestellt, der auf Hühner steht, während ihm ein Huhn auf dem Schwanze sitzt." Das letzte, was mir (seit dem Erscheinen des Stäckelschen Buches) zur Kenntnis kam, ist die Broschüre: „Wirklichkeitsblinde in Wissenschaft und Technik von A. Riedler" (Berlin 1919). Es ist eine Streitschrift mit den heftigsten Ausfällen gegen Personen und Korporationen — [Eugen Meyer-Charlottenburg hat gegen diese Angriffe eine energische Abwehr gerichtet (1920)] — ausserdem aber behandelt sie allgemeine Fragen des Unterrichtes an den technischen Hochschulen. Die kampffreudige Natur des Verfassers tritt in einer Fülle übertriebener Schilderungen und kühner Behauptungen zutage, aber man wird trotzdem vielfach den Urteilen und den Vorschlägen des rücksichtslosen Mannes zustimmen.

rief freilich einer Gegenerklärung, in der Mehrzahl von „praktischen" Professoren unterzeichnet (1897), des Inhalts: „Der heutige Ausbildungsgang der Mathematiker befähigt sie nicht zur richtigen Erkenntnis der Bedürfnisse der Technik, welche sie nach mathematischer Seite überschätzen. Deshalb müssen für den mathematischen Unterricht Lehrer mit wesentlich technischer Grundlage ihrer Ausbildung gewonnen werden. Ein zweijähriges Studium an einer technischen Hochschule kann diese Grundlage nicht schaffen, sie kann nur durch Studium in einer der Ingenieur-Fachabteilungen gewonnen werden." „Den technischen Abteilungen muss ein massgebender Einfluss auf... die Berufungen von Lehrern der Mathematik zustehen." „Der Unterricht in allen Teilen der Mechanik darf nur Ingenieuren übertragen werden." „Der Anfang eingehenden Unterrichts in der Mechanik soll am Beginn des Studiums liegen und darf nicht von der Erreichung einer bestimmten Stufe mathematischen Unterrichts abhängig gemacht werden."

Soweit sich das schroffe Urteil über die Mathematiker auf Professoren bezieht, die ihren Unterricht an der technischen Hochschule nach dem Muster von Universitätsvorlesungen gestalteten, ist es durchaus berechtigt. Aber es hat immer Dozenten gegeben, die trotzdem sie nur an Universitäten studiert hatten, sich den Bedürfnissen der Techniker in vorzüglichster Weise anzupassen wussten. Vor meinen Augen steht, trotzdem seither mehr als ein halbes Jahrhundert vorübergegangen ist, immer noch in unverwelkter Erinnerung die Gestalt Christoffels[1]), der am Zürcher Polytechnikum als unvergleichlicher Lehrer das dauernde Interesse und die bereitwillige Arbeit der künftigen Techniker für seine Vorlesungen heranzog.

Dass der Studiengang für die Vortragsrichtung eines Dozenten durchaus nicht massgebend ist, zeigt die verschiedene Art, in welcher Reye und Fiedler die darstellende Geometrie behandelt haben, obschon beide eine vollständige technische Ausbildung besassen. Reye hatte als Vertreter Deschwandens (über dessen Tod hinaus) den gewohnten Lehrgang innegehalten und würde bei einer Wahl als Nachfolger die nähere Verbindung mit der Geometrie der Lage durchgeführt haben, ohne die berechtigten Ansprüche der Praktiker zurückzusetzen. Fiedler, der als Lehrer an der Chemnitzer Gewerbeschule die darstellende Geometrie übernehmen musste, hat schon damals seine

---

[1]) Vergl. über Christoffel die biographische Notiz in Bd. I seiner gesammelten Abhandlungen (Teubner, 1910). An der Gewerbeakademie in Berlin vertrat seit 1861 Aronhold (der seine Studien an der Universität Königsberg gemacht hatte) die Mathematik mit glänzendem Erfolge (Stäckel, pag. 28).

Reformgedanken in der Schrift: „Zentralprojection als geometrische Wissenschaft" (1859) niedergelegt. In Zürich hat er dann die „praktische Anwendung" gegenüber der „reinen Wissenschaft" durchaus zurückgedrängt.

Die wichtigste der von der „Ingenieurbewegung" behandelten Fragen betrifft den Unterricht in Mechanik. Um jede voreingenommene Parteinahme zu vermeiden, seien hier zwei ganz ausserhalb des geführten Streites liegende Urteile angeführt. In der Vorrede vom Juli 1867 zu der in Gemeinschaft mit P. G. Taît verfassten „Natural Philosophy" („Handbuch der theoretischen Physik") sagt W. Thomson: „Nichts kann für den Fortschritt verhängnisvoller sein, als ein zu grosses Vertrauen auf mathematische Symbole, denn der Studierende ist nur zu sehr geneigt, den bequemern Weg einzuschlagen und die Formel, nicht die Tatsache als die physikalische Realität anzusehen[1])." Und fast ein halbes Jahrhundert später eröffnet H. Poincaré in dem Buche „La Science et l'Hypothèse" das Kapitel VI „La Mécanique classique" mit den Worten: „Les anglais enseignent la mécanique comme une science expérimentale; sur le continent on l'expose toujours plus ou moins comme une science déductive et à priori. Ce sont les Anglais qui ont raison, cela va sans dire."

In dem Zeitraum, der zwischen den beiden Urteilen liegt, sind an den technischen Hochschulen physikalische Laboratorien eingeführt worden und neben diesen sind Versuchsanstalten für verschiedene technische Richtungen entstanden, so dass den Studierenden mannigfache Gelegenheit geboten wird, den Zusammenhang zwischen theoretischer Entwicklung und experimentaler Bestätigung mechanischer Vorgänge in Vorlesungen und Übungen zu erfahren. Es sei aber über diese mehr praktischen Gesichtspunkte hinaus noch auf den grossen allgemein bildenden Wert der mathematischen Studien auch für Techniker hingewiesen, wozu uns der Ausspruch Riedlers die Veranlassung gibt: „Allmächtig und unduldsam herrscht ein Unterrichtssystem, welches mit dem grössten Aufwand die geringsten Leistungen erzielt. Die gelehrte unfruchtbare Theorie fliegt der wirklichen Welt aus den Augen über Wolken zu Abel und Riemann, wo die Thetafunktionen verschwinden, wo der spezielle Begriff Dimension durch den allgemeinen Begriff Mannigfaltigkeit ersetzt wird und dann in einer Welt von vier und mehr Dimensionen geturnt werden kann" (Stäckel, pag. 34).

---

[1]) Vergl. damit, was Helmholtz im Vorwort zur deutschen Übersetzung des Buches (pag. XI) über „die Hervorhebung des physikalischen Zusammenhangs im Gegensatz zu der Eleganz der mathematischen Methoden" sagt.

Um den Unverstand dieses Satzes zu erkennen, braucht man nur an die „physikalischen Grundlagen einer Gravitationstheorie" von Albert Einstein zu denken. Sie sind hervorgegangen aus einer Verallgemeinerung der durch Lorenz und Einstein aufgestellten Relativitätstheorie, deren mathematischer Ausdruck in ein Gebiet von vier Dimensionen führt (wie ja auch die analytische Mechanik als vierdimensional [x, y, z, t: Raumkoordinaten und Zeit] aufgefasst werden kann). In der Relativitätstheorie ist der Ausdruck $c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ (wo c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet) von besonderer Bedeutung; er ist eine ganze homogene Funktion zweiten Grades in den vier Differentialen dt, dx, dy, dz, der durch Einführung neuer Veränderlicher in die Form $dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$ gebracht werden kann. Werden nun in einem Raume von vier Dimensionen die x_1, x_2, x_3, x_4 als rechtwinklige Koordinaten eingeführt, analog wie x, y, z im Raum von drei Dimensionen, als kartesische Koordinaten, so nennt man $ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$ das Quadrat des Linienelements im Raum (x_1, x_2, x_3, x_4). Jetzt führe man an Stelle von x_1, x_2, x_3, x_4 neue Veränderliche x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 ein, die mit den ursprünglichen durch eine lineare Substitution verbunden sind. Es entsteht dadurch aus ds^2 eine allgemeine Funktion zweiten Grades der dx_i, die für orthogonale Substitutionen sich auf $dx_1'^2 + dx_2'^2 + dx_3'^2 + dx_4'^2$ reduziert, was merkwürdigerweise mit physikalischen Theorien von Lorenz zusammenhängt, weshalb die entsprechenden Transformationen dessen Namen tragen[1]).

Die von Einstein durchgeführte Verallgemeinerung besteht nun darin, das Quadrat des Linienelements in die Form zu setzen $ds^2 = \sum_{i,k} g_{ik}\, dx_i\, dx_k$, wo i und k die Werte $1, \ldots 4$ durchlaufen und die g_{ik}-Funktionen der $x_1 \ldots . x_4$ sind[2]). In mathematischer Richtung hängt

---

[1]) Eine rein mathematische Darstellung von höchster Symmetrie gibt Minkowski: „Die Grundgleichungen für die elektromagnetischen Vorgänge in bewegten Körpern." (Nachrichten der k. Gesellschaft der Wissensch. zu Göttingen. 21. Dez. 1907.) Dazu vergl. Minkowskis Vortrag: „Raum und Zeit". Deutsche Naturf.-Versammlung, Köln, 21. Sept. 1908.

[2]) Die bezüglichen Abhandlungen Einsteins sind:

„Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation". Schlömilchs Zeitschrift für Math. u. Phys., Bd. 62.

„Kovarianzeigenschaften der Feldgleichungen..." Schlömilch, Bd. 63.

„Physikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie". Vierteljahrsschrift der Naturf. Gesellsch. Zch., Bd. 58. Jeder der Abhandlungen folgt eine mathematische Entwicklung von M. Grossmann.

Ihre abschliessende Gestalt haben die Einsteinschen Gedanken dann in der Abhandlung: „Die formale Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie", Berliner Sitzungsberichte phys. math. Klasse, 29. Okt. 1914, erhalten.

die Verallgemeinerung mit der fundamentalen Arbeit Christoffels „Über die Transformation der homogenen Differentialausdrücke zweiten Grades“ (Crelle, Bd. 70) zusammen, wie diese weiter auf Riemanns Habilitationschrift: „Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen“ hinweist; mit diesen beiden Abhandlungen ist man freilich in eine „Welt von mehr als vier Dimensionen“ versetzt.[1])

Die physikalischen Konsequenzen, die Einstein aus seiner Theorie gezogen hat, beziehen sich auch auf eine Erklärung der bekannten Anomalie der Perihelbewegung des Merkurs (1915). Le Verrier hat diese Bewegung in Einklang mit der Newtonschen Gravitationstheorie bringen wollen, mit Hülfe eines neuen Planeten „Vulkan“, dessen angebliche Entdeckung durch Lescarbault sich freilich nicht bestätigte. Eine neue Lösung strebte der talentvolle, leider so jung verstorbene W. Ritz[2]) an, auf Grund der allgemeinen Theorie der Elektrodynamik (wobei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Gravitation gleich derjenigen des Lichtes angenommen wird) — ohne indess zu einem befriedigenden Resultat zu gelangen.[3])

Von viel grösserer prinzipieller Bedeutung war aber Einsteins Voraussage der „Krümmung der Lichtstrahlen in einem Schwerefeld, welche für einen an der Sonne vorbeigehenden Lichtstrahl 0,84 Bogensekunden beträgt, also der experimentellen Prüfung nicht unzugänglich ist.“ Die Bestätigung dieser aus einer umfassenden Theorie gefolgerten Ablenkung ergab sich bei der Sonnenfinsternis vom 25. V. 19. Sie bedeutet, dass mit höchster Wahrscheinlichkeit das Newtonsche Gesetz nicht von absoluter Genauigkeit ist, sondern nur eine (allerdings ausserordentliche) Annäherung an die Wirklichkeit. Um den ganzen Wert dieser Erkenntnis einzusehen, denke man an den Schluss des Eloge, den Bertrand in der Pariser Akademie auf Le Verrier hielt: „Le consentement unanime assure à l'astronomie entre toutes les sciences le premier rang. Seule elle a révélé une règle invariable et précise qui explique tout. Si l'étude du ciel apportait une restriction, si petite qu'elle fût à la loi de Newton,

---

[1]) Der Zusammenhang der beiden Abhandlungen tritt deutlich zutage in der Untersuchung, die R. Dedekind der „Pariser Preisschrift“ Riemanns (dessen Werke erste Auflage pag. 384) angefügt hat.

[2]) W. Ritz, Oeuvres (Paris 1911) XVII Sur l'Electrodynamique générale. 2ème Partie § 16 Gravitation pag. 419. [Ritz war 1897—1900 Stud. des eidg. Polyt.]

[3]) Die früher zitierte Abh. Minkowskis von 1907 enthält einen Anhang: „Mechanik und Relativitätspostulat“, in welchem ebenfalls eine Fortpflanzung der Gravitation mit der Lichtgeschwindigkeit vorausgesetzt ist. Am Schlusse wird gesagt, dass ein Widerspruch gegen die vorgeschlagene modifizierte Mechanik zugunsten des Newtonschen Gesetzes aus den astronomischen Beobachtungen nicht abzuleiten sein dürfte.

l'astronomie aurait perdu sa couronne. Le Verrier la lui a conservée." [Gauss und Riemann würden freilich dieser Ansicht kaum zugestimmt haben.]

Wenn nun während des eröffneten Wintersemesters entsprechend den Ankündigungen von Prof. Weyl unsere mathematisch hinreichend vorgebildeten Studierenden in den wunderbaren Gedankengehalt der Riemannschen Habilitationsschrift eingeführt werden sollen und zudem in einer gemeinverständlichen Vorlesung über Relativitätstheorie auch für die höheren wissenschaftlichen Interessen der künftigen Ingenieure gesorgt wird, so darf unsere technische Hochschule [an der ja auch Einstein Studierender, dann Professor war], den Riedlerschen Ausdruck getrost aufnehmen und den Anspruch erheben, eine vorzügliche „Turnschule für vier und mehr Dimensionen oder Mannigfaltigkeiten" zu sein.

Ich kehre noch einmal zu Stäckels Buch zurück, das Gelegenheit geboten hat, Hauptfragen des höhern technischen Unterrichtes zu besprechen und dem mehrfach Proben heftiger Polemik entnommen worden sind. Als idyllischen Ruhepunkt in dem Streit zitiere ich noch ein Urteil des Dresdener Kunsthistorikers Gurlitt (Stäckel pag. 60) das wohl die jubelnde Zustimmung der gesamten beteiligten Studentenschaft gefunden hat und immer wieder finden wird: „Einem jungen Architekten, der eine Villa entwerfen will, nutzt es nichts, dass er Mathematik studiert hat, wenn er die Lebensformen der Bewohner einer Villa nicht kennt; ein Diner in einem guten Hause lehrt ihn für seine Lebensaufgabe, Wohnstätten für vornehme Leute zu bauen, Wichtigeres als ein Semester höherer Algebra."

VI.

Kaum hatte sich Reye in Aachen eingelebt, als er, hauptsächlich auf Veranlassung Christoffels, der ihn von Zürich her kannte und schätzte, eine Berufung als ordentlicher Professor für Geometrie und angewandte Mathematik an die neue Kaiser-Wilhelms-Universität in Strassburg erhielt. Da er nun vor allem über synthetische (und ergänzungsweise über analytische) Geometrie, dann nach freier Wahl abwechselnd über analytische Mechanik, Elastizität fester Körper, oder Potentialtheorie vortrug, so bewegte sich seine Lehrtätigkeit ganz in denjenigen Gebieten, in denen er schöpferisch wirkte oder in denen er von seiner Studienzeit her sich mit dauerndem Interesse gründlich orientierte. (Er hatte z. B. während der Zeit seiner Lehrtätigkeit in Zürich die bezüglichen Vorlesungen Christoffels eifrig besucht und teilweise ausgearbeitet.) Freilich hatte er in der ersten

Vorlesung (Sommer 1872) nur einen einzigen Studenten und zwei Hospitanten als regelmässige Hörer, doch schon im Winter 1876/77 waren es 27, was zugleich dem Durchschnitt der spätern Zeit entsprechen mag. Über den Erfolg spricht sich ein ehemaliger Schüler, Prof. Timerding, dahin aus[1]: „Reye war der geborene Lehrer, der von Anfang an für jeden Schüler auch ein persönliches Interesse hat und seine Eigenart zu erfassen sucht. Sein Seminar war musterhaft, nicht bloss in dem Betriebe und dem Erfolge, sondern auch in der Art, wie er die Studierenden anzufassen und ihre Empfindlichkeit zu schonen wusste. Seine Vorlesungen über synthetische Geometrie waren bis zur Vollendung durchgearbeitet. Unerreicht war seine Fähigkeit, die räumlichen Gebilde durch den Vortrag vor dem geistigen Auge des Zuhörers erstehen zu lassen."

Von den wissenschaftlichen Leistungen Reyes während seiner Tätigkeit in Strassburg, die mehr als die Hälfte seines langen Lebens umfasste, kann hier nur unter Beschränkung auf die massgebenden Ausgangspunkte einiger der Hauptabhandlungen die Rede sein[2]) Zunächst seien diejenigen über Massengeometrie genannt, welche sich der früher erwähnten Arbeit über die Trägheitsmomente anschliessen. Der Gedankengang ist folgender: Ein beliebiges, fest im Raume angenommenes Massensystem M erzeugt in bezug auf eine beliebige Ebene E ein statisches Moment, gebildet als die Summe aus den Produkten jedes Massenelements in seinen Abstand von E. Alle Ebenen E, deren zugehöriges statisches Moment gleich Null ist, gehen durch den Schwerpunkt S des Systems M. Analytisch folgt dies daraus, dass die sogenannten Ebenenkoordinaten dieser E einer Gleichung ersten Grades genügen (welche die Gleichung von S heisst); entsprechend wird nun der Punkt S, als Inbegriff aller durch ihn gehenden Ebenen, als Fläche erster Klasse bezeichnet. — Werden aber die Massenelemente mit den Quadraten ihrer Abstände von einer Ebene multizipliert und wird dann die Summe gebildet, so entsteht das Trägheitsmoment, und die Ebenenkoordinaten aller E, für welche dasselbe gleich Null ist, genügen einer Gleichung 2. Grades; die E

[1]) Das Urteil, welches sich auf die Zeit nach 1890 bezieht, steht in dem Buche von W. Lorey: „Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten", pag. 158. Auf der gleichen Seite ein Urteil über Christoffel.

[2]) Die überwiegende Zahl der Reyeschen Arbeiten ist in Crelles „Journal für die reine und angewandte Mathematik" erschienen. Sie sind an Hand der zusammenfassenden Inhaltsverzeichnisse, die jeweilen den Schluss einer Serie von 10 Bänden bilden, leicht zu finden. Hier muss darauf verzichtet werden, einlässlichere Zitate anzubringen.

umhüllen eine Fläche 2. Klasse (die Nullfläche oder das imaginäre Bild des Systems). Bildet man die Summe der Produkte der Massenelemente in die Kuben ihrer Abstände, so entsteht ein Moment höherer Art[1]) des Massensystems nach einer Ebene, und alle Ebenen, für welche dieses Moment $= 0$ ist, umhüllen eine Fläche 3. Klasse. Man unterscheidet also für ein gegebenes Massensystem ein 1., 2., 3., ... Moment in bezug auf eine Ebene und jeweilen zugehörig eine 1., 2., 3., ... Nullfläche von 1., 2., 3., ... Klasse. Umgekehrt lässt sich jede beliebige Fläche $n$ter Klasse als $n$te Nullfläche, und deren Gleichungspolynom als die Summe $n$ter Potenzen darstellen. Damit ist die Lehre von den algebraischen Flächen in einfache und fruchtbare Beziehung zur Massengeometrie gebracht. Ein interessantes Beispiel ist folgendes: Es gibt ∞ viele verschiedene Massensysteme, von denen alle eine vorgeschriebene Fläche 3. Klasse als 3. Nullfläche besitzen. Unter diesen befindet sich eines, das nur aus 5 Massenpunkten besteht, d. h. die Gleichung jeder Fläche 3. Klasse kann in eine solche Form gebracht werden, dass die Summe von 5 Kuben (linearer Ausdrücke in den Ebenenkoordinaten) $= 0$ sein muss. Damit ist unter Anwendung des Dualitätsprinzips zugleich der massengeometrische Beweis eines Sylvesterschen Satzes erbracht, der in die erste Reihe derjenigen gehört, mit deren Hülfe die Flächen 3. Grades jetzt fast ebenso leicht zu behandeln sind als die Flächen 2. Grades. (Die allgemeine Fläche 4. Klasse [oder Grades] erfordert mindestens 10 Biquadrate.)

Reye hat seinen Arbeiten über Massengeometrie einen gewissen Abschluss gegeben, indem er den allgemeinen Begriff „apolarer" Flächen entwickelte. Ausgangspunkt ist die Fundamentaldefinition: Es sei eine beliebige Fläche $n$ter Klasse Φ^n als $n$te Nullfläche eines Massensystems m_i (x_i, y_i, z_i), wo $i = 1, 2, 3 \ldots$ ist, durch die Gleichung in den Ebenenkoordinaten α, β, γ, p als

$$\Phi^n = \sum m_i(\alpha x_i + \beta y_i + \gamma z_i - p)^n = 0$$

dargestellt, ferner eine Fläche $k$ten Grades durch F^k $(x, y, z) = 0$. Aus den Elementen $M_i = m_i \cdot F^k(x_i, y_i, z_i)$ bildet man ein neues Massensystem und mit Hülfe desselben die Gleichung $\Pi^{n-k} = \sum M_i \cdot (\alpha x_i + \beta y_i + \gamma z_i - p)^{n-k} = 0$. Diese Fläche $(n-k)$ter Klasse wird die Polare von F^k nach Φ^n genannt. Aus Φ^n und F^k ist Π^{n-k} im allgemeinen bestimmt, es kann aber eintreten, dass in dem Polynom Π^{n-k}, wenn es in bezug auf die Veränderlichen α, β, γ, p geordnet wird, alle Koeffizienten $= 0$ sind, so

[1]) Eine kurze Andeutung über „Höhere Momente im Allgemeinen" gibt Culmann, Graph. Stat. 1. Aufl. § 60.

dass eine bestimmte Polare von F^k nach Φ^n nicht mehr existiert. In diesem Falle heisst F^k apolar zu Φ^n. Für den einfachen Fall $n = 2$, $k = 2$ hängt die Apolarität von der einzigen Bedingung $\sum m_i \; F^2 \; (x_i, y_i, z_i) = 0$ ab; sie ist identisch mit dem Verschwinden der simultanen bilinearen Invariante der Polynome Φ^2 und F^2, die zuerst in Hesses Theorie der Poltetraeder der Flächen zweiten Grades aufgetreten und dort von fundamentaler Bedeutung ist (vergl. Vorlesungen über anal. Geometrie des Raumes. 1. Aufl., pag. 153).

Eine andere Fortsetzung der Arbeit über Trägheitsmomente ging von den Sätzen aus: In bezug auf ein gegebenes Massensystem M erzeugt jeder Punkt O des Raumes ein Trägheitsellipsoid $\mathfrak{E}$, dessen Mittelpunkt O ist; die Hauptebenen und Hauptachsen von $\mathfrak{E}$ sollen auch als Hauptebenen und Hauptachsen von O bezeichnet werden (insbesondere für den Schwerpunkt S des Systems nennt man sie Zentralebenen und Zentralachsen). Eine Gerade g ist nur dann eine Hauptachse, wenn sie zu ihrer Polaren nach dem „imaginären Bilde" des Massensystems senkrecht steht. Durch einen beliebigen Punkt P des Raumes gehen ∞ viele Hauptachsen, die einen Kegel 2. Grades bilden, in einer beliebigen Ebene liegen ∞ viele Hauptachsen, die einen Kegelschnitt umhüllen.

Darauf baute schon der 2. Teil der „Geometrie der Lage" weiter, wo die neuen Gedanken von Plücker über die Geometrie der geraden Linien, wie sie dieser 1865 in englischen Zeitschriften veröffentlicht hatte[1]), angewendet werden. Die vorhin als Hauptachsen bezeichneten Geraden bilden eine (∞^3) Mannigfaltigkeit, die man als Strahlenkomplex 2. Grades bezeichnet.[2]) Sie kann direkt, ohne Beziehung auf das Massensystem definiert werden, als Inbegriff aller Geraden, die in bezug auf eine gegebene Fläche 2. Grades zu ihren Polaren senkrecht stehen. Durch die Fläche ist der Komplex bestimmt, nicht aber umgekehrt durch den Komplex die Fläche. Dies führt dann zu Sätzen über die Normalen eines Systems konzentrisch-homothetischer Flächen 2. Grades und zu solchen über die Normalen eines konfokalen Systems. — Viel später hat Reye sich damit beschäftigt, eine Klassifikation der durch die allgemeinsten Gleichungen gegebenen Komplexe 2. Grades aufzustellen — analog wie man die durch die allgemeinsten Gleichungen gegebenen Flächen 2. Grades einteilt in 1. reelle F_2 [a) mit

---

[1]) Plückers Hauptwerk über diesen Gegenstand: „Neue Geometrie des Raumes, gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement" erschien erst nach seinem Tod 1868/69, also später als Reyes Buch.

[2]) Es ist ein sehr spezieller Komplex 2. Grades; vor Reye hat ihn schon Chasles behandelt.

reellen, b) mit imaginären Geraden], 2. imaginäre F_2. Er gelangt zu 8 Arten, von denen 3 noch je in 2 Unterabteilungen zerfallen.[1])

Reye hat ein Analogon zu den Strahlenkomplexen untersucht, indem er von der Gesamtheit aller Kugeln im Raume ausging, die eine (∞^4) Mannigfaltigkeit bilden und durch analytische oder geometrische Bedingungen (∞^3) Mannigfaltigkeiten ausschied, die er „Kugelkomplexe" nennt.[2]) Diese Gebilde sind wesentlich leichter zu behandeln als die Strahlenkomplexe [die als (∞^3) Mannigfaltigkeiten aus den ∞^4 Geraden des Raumes erzeugt werden]. Ist in kart. Koord. $A = \alpha_0 \ (x^2 + y^2 + z^2) - 2\alpha_1 x - 2\alpha_2 y - 2\alpha_3 z + \alpha_4 = 0$ die Gleichung einer Kugel A, so werden $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ als homog. Koord. von A bezeichnet. Sei nun $X = \xi_0 \ (x^2 + y^2 + z^2) - 2\xi_1 x - 2\xi_2 y - 2\xi_3 z + \xi_4 = 0$, so findet man, dass alle Kugeln X, welche A unter rechtem Winkel schneiden, in ihren homogenen Koord. die Gleichung $\alpha_4 \xi_0 - 2\alpha_1 \xi_1 - 2\alpha_2 \xi_2 - 2\alpha_3 \xi_3 + \alpha_0 \xi_4 = 0$ erfüllen. Da dieselbe in den ξ linear ist, so sagt man: die X bilden einen linearen Kugelkomplex. Allgemeiner: Sollen sich A und X unter dem Winkel φ schneiden, so ist $\cos^2\varphi \cdot (\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 - \alpha_0 \alpha_4) \ (\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 - \xi_0 \xi_4) = \frac{1}{4} (\alpha_4 \xi_0 - 2\alpha_1 \xi_1 - 2\alpha_2 \xi_2 - 2\alpha_3 \xi_3 + \alpha_0 \xi_4)^2$, also bilden die Kugeln X, welche A unter dem gegebenen Winkel φ schneiden, einen Komplex zweiten Grades. Für $\varphi = 90^0$ erhält man den schon gefundenen Komplex 1. Grades doppelt; für $\varphi = 0$ oder 180° den Komplex 2. Grades, dessen Kugeln A berühren. Die Gleichung $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 - \xi_0 \xi_4 = r^2 \xi_0^2$ gibt die Kugeln vom Radius r, also für $r = o$ den Komplex der Nullkugeln.[3]) Aus diesen wenigen Grundbegriffen und ihrer Weiterentwicklung lässt sich eine grosse Zahl von Sätzen über Schneiden und Berühren von Kugeln leicht analytisch ableiten. (Man vergl. Reyes Büchlein „Synth. Geometrie der Kugeln und linearen Kugelsysteme" sowie die Abh. „Über quadr. Kugelcomplexe", Crelle, Bd. 99).

Mit den Untersuchungen über Strahlenkomplexe und über Kugelkomplexe, die beide als (∞^3) Mannigfaltigkeiten auf (∞^4) Mannigfaltigkeiten erzeugt werden, stehen in Zusammenhang die sechs Abhandlungen „über lineare Mannigfaltigkeiten projektiver Grundgebilde" (Crelle, Bd. 104—108) insofern im Eingang zur vierten (Bd. 107,

[1]) Es ist für die Komplexe wie für die F_2 vorausgesetzt, dass die Gleichungen nur reelle Koeffizienten enthalten.

[2]) Eine prinzipielle Beziehung (Verwandtschaft) zwischen Strahlengeometrie und Kugelgeometrie hatte schon vor Reyes Arbeiten Sophus Lie gegeben.

[3]) Da die Nullkugel identisch ist mit dem Kegel, der von ihrem Mittelpunkte aus über dem ∞ fernen imaginären Kreise K_∞ des Raumes steht, so erscheint der Nullkugelkomplex zugleich auch als Strahlenkomplex der Geraden, welche K_∞ schneiden.

pag. 162) die Möglichkeit rein geometrischer Erkenntnis einer Mannigfaltigkeit von mehr als drei Dimensionen erörtert wird.

Zum Schluss der Andeutungen über die verschiedenen Richtungen von Reyes wissenschaftlicher Tätigkeit heben wir noch seine Arbeiten über Schnittkurven und Schnittpunktsysteme algebraischer Flächen hervor. Er behandelt die Jacobischen Sätze und gibt insbesondere über die Schnitte von Flächen 2. Grades interessante Resultate. Sehr schön ist seine geometrische (lineare) Konstruktion des 8. Schnittpunktes dreier F_2, wenn die 7 übrigen gegeben sind; es ist wohl die einfachste Lösung des vielfach behandelten Problems (vergl. Crelles Journal, Bd. 100. Der Band 99 enthält Lösungen von Hesse [Caspary], Schröter, Sturm, Zehnter, von denen die erste analytisch ist und auf den Eigenschaften der orthogonalen Transformationen einer homogenen Funktion 2. Grades von 4 Veränderlichen beruht).

VII.

Nach vollendetem 70. Lebensjahre trat Reye von seinem Lehramte zurück. Er durfte sich bei diesem Anlasse sagen, dass er in rastlosem idealem Streben für seine „Lieblingswissenschaft" einen dauernden Erfolg errungen habe. Dies war im Laufe der Zeit anerkannt worden, indem ihn die Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen und die Akademie in Bologna zum korrespondierenden, die Accademia dei Lincei in Rom zum auswärtigen Mitgliede ernannten; er gehörte auch zu den Ehrenmitgliedern der Zürcher Naturforschenden Gesellschaft, anderer Auszeichnungen nicht zu gedenken. Mehr als diese äussern Zeichen mochte ihn das Bewusstsein befriedigen, seine Stellung getreu der Auffassung erfüllt zu haben, der er später einmal den bescheidenen, unpersönlichen Ausdruck gab: „Es galt uns als selbstverständlich, dass wir Professoren 1872 zur Pflege und Ausbreitung der Wissenschaft nach Strassburg berufen waren. Jeder suchte dabei sein Bestes beizutragen, ohne viel darüber zu reden."

Diese, dem früher zitierten, 1916 erschienenen Buche Loreys entnommene Briefstelle führt uns bereits in die Zeit der grossen Weltereignisse und klingt jetzt wie ein wehmütiger Nachruf auf die Universität, an deren Aufstieg Reye mitarbeitete und deren Untergang er miterleben musste. Anfang und Ende aber wurden bedingt durch den Ausgang von Kriegen, von denen hier insofern kurz die Rede sein soll, als dadurch einzelne Personen unserer Darstellung auf einem bedeutenden historischen Untergrunde erscheinen.

Am 24. Dezember 1867 wurde bei der Beerdigung Poncelets, der als Mathematiker, Techniker, Genieoffizier einen so glorreichen Namen hinterlassen hat, von der Académie des Sciences, von der Faculté des Sciences (die ihm den weit über die Grenzen des Hörsaals hinaus wirkenden „Cours de Mécanique, physique et expérimentale" verdankte) und dem Comité du Génie die letzten Ehren erwiesen. Als erster sprach der berühmte Geometer und vielgewandte Politiker Charles Dupin; im Eingang seiner Rede wies er auf die Geburtsstadt des Verstorbenen hin: „Metz où tout respire à la fois la science et la guerre — devant laquelle se brisaient autrefois les efforts de Charles-Quint, et devant laquelle se briseraient encore les efforts de quelque empereur improvisé des bords du Rhin et de la Moselle." Und doch musste der (1784 geborene) Prophet noch erleben, dass Metz fiel und dass im Spiegelsaal des Schlosses zu Versailles der „empereur improvisé" zum erstenmal mit seinem neuen Titel begrüsst wurde.

Nach der Vereinigung von Elsass-Lothringen mit Deutschland entwickelte sich Metz zu einem gewaltigen Bollwerk gegen Frankreich. In Strassburg trat neben die Vorsorge für militärische Sicherung die friedliche Aufgabe der mit den reichsten Mitteln ausgestatteten, nach Kaiser Wilhelm benannten Universität: Sie sollte den geistigen Interessen der neu gewonnenen Reichsbürger die Richtung auf den Staat geben dem sie nun angegliedert waren, und damit einen dauernden Anschluss an das Reich fördern.

Reye, der ein guter Deutscher[1]) aber durchaus nicht chauvinistischer Natur war und dem die liebenswürdige Bescheidenheit seines Auftretens gewiss auch bei seinen elsässischen Schülern lebhafte Sympathie erwarb, mochte glauben, dass die Annäherung und Assimilation mit der Zeit immer grössere Fortschritte mache. Es ist das zu vermuten auf Grund einer fast zufälligen Stelle in seiner Rektoratsrede vom 1. V. 86 über „Die synthetische Geometrie im Alterthum und in der Neuzeit." Es heisst dort, dass erst das 19. Jahrhundert eine wichtige, auf die Anschauung gegründete Methode der Übertragung fundamentaler Sätze von Kreisen auf Kegelschnitte und Kegel ausgebildet habe. „Diese Methode der centralen Projection verdanken wir hauptsächlich einem Sohne unseres Reichslandes, dem 1788 in Metz geborenen Poncelet." Was würde der seiner Vaterstadt so anhängliche Bürger, was der tapfere Soldat und feurige Patriot zu der ihm zugefallenen Reichsangehörigkeit gesagt haben?

[1]) Reye hatte 1863 den Entschluss gefasst, einem geplanten Freischarenkorps zur Befreiung Schleswig-Holsteins von der dänischen Herrschaft beizutreten (das freilich, veränderter politischer Konstellationen wegen, nicht zustande kam).

Weit selbstbewusster und schärfer als die durchaus harmlos gemeinten Worte Reyes klingen aber einzelne Sätze aus den Reden, welche bei der Jahrhundertfeier der technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg (18./21. X. 99) und bei zwei rasch darauf folgenden Festakten (Januar 1900) gehalten wurden.[1]) Für dieses Jubeljahr war der Professor des Maschinenbaues Riedler zum Rektor erwählt, wohl zunächst in Rücksicht auf seine vorzügliche Eignung zur Repräsentation, dann aber auch in Anerkennung für die erfolgreiche Arbeit an der Reorganisation der Hochschule[2]) und damit für den höhern technischen Unterricht überhaupt. Er gab schon am Vortage der Hauptfeier den fremden Ehrengästen Gelegenheit, ihn bei einem wunderbaren Diner kennen zu lernen, an dessen Schluss auch die anwesenden „reinen" Mathematiker sich heitern Gemütes der dem Gastgeber dargebrachten Huldigung anschlossen, wobei allerdings der Genius der „höhern Algebra" trauernd sein Haupt verhüllte.

Der Haupttag brachte zunächst auf dem Vorplatze zur Freitreppe der Hochschule die Enthüllung der Denkmäler von Werner Siemens und Alfred Krupp, der beiden Weltgrössen der deutschen wissenschaftlichen Technik und industriellen Organisation. Und nun folgte als Mittelpunkt des ganzen Festes die Proklamation des Rechtes der preussischen technischen Hochschulen „Diplom-Ingenieure auf Grund einer Prüfung zu Doktor-Ingenieuren (abgekürzte Schreibweise, und zwar in deutscher Schrift: Dr. Ing.) zu promovieren."

Umgeben von seinen Kollegen und den höchsten Beamten seiner Verwaltung verlas der Unterrichtsminister die Urkunde, dann trat der Rektor „an die Stufen des Thrones", um den Dank der Hochschulen für diesen Huldbeweis (sowie für die Berufung von Vertretern derselben im Herrenhaus) auszusprechen. Den Mittelpunkt des Mittelpunktes aber bildete die Rede des Kaisers, „die in der Geschichte der technischen Wissenschaften und ihrer Hochschulen für alle Zeiten mit goldenen Lettern strahlen wird.... Es war als spräche der Zeitgeist selbst, als rausche über diesen vor ihrem kaiserlichen Herrn versammelten Schaaren der Flügelschlag einer grossen Zukunft."

Man kann sich vorstellen, wie auf diesem byzantinischen Goldgrund die Reden der Festtage (von denen amtsgemäss ein reichliches

---

[1]) Vergl. die „Festschrift zur Jahrhundertfeier" und die „Chronik der Hochschule 1799—1899".

[2]) Chronik, pag. 179—198. Riedler hatte zur Durchführung seiner Ideen auch persönliche Opfer gebracht, indem er für das neue, ihm unterstellte Laboratorium Maschinenanlagen im Werte von 120 000 und 24 000 Mark stiftete.

Teil auf den Rektor fiel), sich zu einem ungewöhnlichen Ausdrucke[1]) des Kraftgefühls und des Siegesbewusstseins eines in gewaltigem materiellen Fortschreiten begriffenen grossen Volkes gestalteten: „Das Ende des Jahrhunderts findet die romanischen Völker im Niedergang, die germanische Kultur im Begriff die Welt zu erobern. Es findet Deutschland politisch und wirtschaftlich als führende Macht, mit stahlgepanzerter Faust seine schaffende Arbeit schirmend." — „Deutschlands Zukunft liegt auf der See.... Die Ausgestaltung der deutschen Kriegsflotte ist die nächste grosse Aufgabe des neuen Jahrhunderts, des deutschen Reiches und der deutschen Technik". — „Die Kriege sind um so seltener geworden, mit je vollkommeneren Mitteln sie geführt werden: die Furcht vor diesen Mitteln erzwingt jetzt schon Friedensliebe und das Reich gebietet Frieden, das am besten gerüstet ist."[2])

Ganz anders als es diese begeisterten Reden anzukündigen schienen, hat sich die Zukunft enthüllt. Der grosse Kampf um die Weltherrschaft, der aus ihnen wetterleuchtete, hat einen vorläufigen Abschluss gefunden. Und nicht die Feldherrnkunst Hindenburg-Ludendorffs, nicht die gewaltige Stosskraft und der zäheste Widerstand der Millionenheere, auch nicht die mächtige Kriegsflotte und die vollkommensten technischen Kriegsmittel haben es vermocht, die Entscheidung im Sinne der damaligen Fanfaren zu erzwingen.

Ein grosser Historiker hatte in einer Betrachtung über den Tod des Statthalters Feldmarschall Manteuffel (1885) den sonderbar verklausulierten Ausspruch getan, „dass das Elsass durch die Entscheidung der Waffen, also wie die Alten glaubten und die Neuern versichern, durch den Willen Gottes von Frankreich losgerissen an Deutschland geknüpft worden sei." Unter Umständen, für welche sich eine ähnlich bedingte Erklärung geben liesse, sind die Reichslande wieder mit Frankreich vereinigt. Aber warnungsvoll stehen vor uns die Worte des alten Moltke (vom 14. Mai 1890): „Wenn der Krieg, der schon mehr als 10 Jahre lang als Damoklesschwert über unsern Häuptern schwebt, wenn dieser Krieg zum Ausbruch kommt, so ist seine Dauer wie sein Ende nicht abzusehen. Es sind die gröss-

[1]) der durch die hier bedingte unmittelbare Aufeinanderfolge der Sätze noch erhöht wird.

[2]) Wie kleinbürgerlich nahm sich gegenüber diesen Sätzen die vom eidg. Polytechnikum überreichte Glückwunschadresse aus, welche mit den Worten schloss: „Möge nun der neue Zeitabschnitt, der für Ihre Hochschule beginnt, die segensreiche Wirksamkeit derselben noch erweitern und erhöhen; möge sie auch in ihrem zweiten Jahrhundert eine leuchtende Stätte freudiger Arbeit an den völkerverbindenden Werken, Künsten und Wissenschaften des Friedens bleiben."

ten Mächte Europas, welche, gerüstet wie nie zuvor, gegeneinander in den Kampf treten; keine derselben kann in einem oder in zwei Feldzügen so vollständig niedergeworfen werden, dass sie sich für überwunden erklärte, dass sie auf harte Bedingungen hin Frieden schliessen sollte, dass sie sich nicht wieder aufrichten sollte, wenn auch erst nach Jahresfrist, um den Kampf zu erneuern. Es kann ein 7jähriger, es kann ein 30jähriger Krieg werden." Ob es dem Völkerbund, der binnen wenigen Wochen in Genf seine erste Tagung halten wird, beschieden ist, die Wiederkehr des Mordens und des Verwüstens, das in den Kriegsjahren über uns gegangen ist, zu verhindern — wer vermöchte es zu sagen?

Nach dem Verzicht auf seine Vorlesungen hatte Reye als Emeritierter immer noch an den Beratungen des Professorenkollegiums teilgenommen; ein friedliches und geistig angeregtes Dasein in dem vertrauten Kreise schien ihm bis zum natürlichen Abschlusse gesichert. Doch der Krieg brachte auch in seine Familie schwere Sorgen: ein Sohn, der während der ganzen Dauer desselben unter den Waffen gestanden, kam glücklich zurück, aber ein Enkel war gefallen. Im Herbst 1918 fasste Reye den Entschluss, nach dem alten Deutschland überzusiedeln, indem er hoffte, dort die letzten Lebenstage in Stille und Ruhe verbringen zu können. Leider ergaben sich für den definitiven Ortswechsel mancherlei Schwierigkeiten, die sich, wenn eine Verfügung durch Gegenverfügung aufgehoben wurde, zu ganz widerwärtigen Verzögerungen gestalteten und schliesslich den Achtzigjährigen zwangen, den komplizierten Umzug ohne die erhoffte Hülfe des Sohnes zu besorgen. Immerhin konnte er sich schliesslich in dem behaglichen Heim, das ihm ein Schwiegersohn in Würzburg ausgesucht hatte, einrichten und im Mai 1919 noch seine goldene Hochzeit feiern; aber die Erschütterungen, Enttäuschungen und Aufregungen der letzten Zeiten wirkten so stark nach, dass er ihnen einige Wochen nach diesem Feste erlag.