

Absolute Messungen über den Peltier-Effekt.

Von

EMIL BECK.

Einleitung.

In der vorliegenden Arbeit sollen absolute Messungen aus zwei Gebieten der Thermoelektrizität unternommen werden.

Wenn ein elektrischer Strom durch die Berührungsstelle zweier verschiedener Substanzen (z. B. zweier Metalle) fließt, so tritt an dieser Stelle eine Wärmetönung auf, die nach ihrem Entdecker (1834) als Peltier-Effekt bezeichnet wird.

Die nächstliegende Frage gegenüber dieser Erscheinung ist wohl die: In welchem Zusammenhang steht die Grösse dieses Effektes mit der Stärke des Stromes?

Überblickt man nun die Reihe von Versuchen, die zur Beantwortung dieser Frage bis jetzt vorgenommen worden sind, so muss man sagen, dass eingehende, genaue und einwandfreie Messungen hierüber nicht vorliegen, wie die nachfolgende kurze Besprechung der vorliegenden Versuche zeigen soll. Wenn die bisherigen Resultate auch strenge Proportionalität zwischen Peltier-Effekt und Stromstärke sehr wahrscheinlich machen, so sind sie doch nicht genau genug, um diese Proportionalität scharf zu beweisen.

Quintus Icilius¹⁾ (1853) und Frankenheim²⁾ (1854) waren die ersten, die diese Frage untersuchten. Sie benutzten ein sog. Peltier'sches Kreuz: Zwei Stäbe aus verschiedenem Metall sind in ihren Mitten aufeinander gelötet; die Enden sind einerseits mit einer Stromquelle, anderseits mit einem Galvanometer verbunden. Der durch den (primären) Strom der Stromquelle in der Lötstelle hervorgerufene Peltier-Effekt bewirkt in dem Galvanometerkreis einen

¹⁾ Pogg. Ann. **89**, 377, 1853.

²⁾ Pogg. Ann. **91**, 161, 1854.

(sekundären) Strom, dessen Stärke als ungefähres Mass für die Wärmetönung an der Lötstelle dienen kann. Nimmt man Proportionalität des Peltier-Effekts mit der Stromstärke an, so wird in jedem aus zwei verschiedenen Metallen bestehenden Leiter im ganzen eine Wärmemenge erzeugt von der Grösse:

$$W = a \cdot i^2 \pm b \cdot i$$

(es ist das positive oder negative Zeichen zu nehmen, je nach Richtung des Stromes). Nun haben die genannten Forscher einfach den sekundären Strom gemessen bei beiderlei Richtung des primären Stromes und den Schluss gezogen, dass die Differenz dieser sekundären Stromstärken direkt proportional den auftretenden Peltier-Effekten ist. Das ist aber nur angenähert der Fall, da die durch einen bestimmt grossen Peltier-Effekt hervorgerufene Temperaturerhöhung der Lötstelle wesentlich abhängt von der Wärmeleitfähigkeit und der spezifischen Wärme der Stabteile, sowie von der Wärmeabgabe nach aussen.

Ausser Le Roux¹⁾ (1867), der die Peltier-Effekte kalorimetrisch mass, hat dann Edlund²⁾ (1870, 1871) unsere Frage untersucht, indem er sich speziell für diese Zwecke ein Differential-Thermometer konstruierte (von der Form wie Fig. 1 zeigt), in dessen beiden Behältern sich je eine Lötstelle eines Thermoelements befand. Schickte man durch das Thermoelement einen Strom, so entstanden wegen der verschiedenen Vorzeichen der beiden

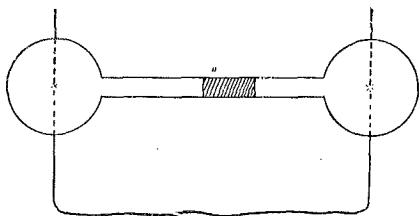


Fig. 1.

Peltier-Effekte verschieden starke Erwärmungen der Luft in den beiden Behältern, und aus der Grösse der Verschiebung eines Flüssigkeitsfadens in der Verbindungsröhre konnte man auf die Temperaturdifferenz schliessen. Edlund geht wieder aus von der obenstehenden Gleichung, indem auch er die Wärmeleitung ganz ausser Acht lässt und in der Temperaturerhöhung ein unmittelbares Mass für die entwickelte Wärmemenge erblickt. Er bestimmt, indem er den Strom in beiderlei Richtung durch das Thermoelement schickt und die Differenz der Ausschläge misst, nach einer meiner Meinung nach nicht einwandfreien Theorie des Differential-Thermometers die mittlere Temperaturerhöhung resp. -erniedrigung, die bei Abwesenheit des Joule-Effekts in der Luft eines jeden Behälters nur vom Peltier-

¹⁾ Ann. de chim. et phys. (4), **10**, 201, 1867.

²⁾ Pogg. Ann. **140**, 435, 1870; **143**, 404, 501, 1871.

Effekt hervorgerufen würde. Die dieser Temperaturerhöhung entsprechende Wärmemenge wird dann bestimmt aus der Wärmemenge, die der Behälter nach aussen ausstrahlt, indem bei stationär gewordenem Zustand die während einer gewissen Zeit ausgestrahlte Wärme genau gleich ist der in der gleichen Zeit im Innern des Behälters entwickelten Wärmemenge. In dieser Art der Bestimmung liegt aber vor allem die Ungenauigkeit der Methode, denn erstens lassen sich ausgestrahlte Wärmemengen nie sehr genau messen und zweitens variiert die Temperatur der Luft in den Behältern von Stelle zu Stelle, so dass man immer nur mit Mitteltemperaturen operieren kann.

Sundell¹⁾ (1873) hat ebenfalls mit solch einem Differential-Thermometer Versuche angestellt.

Bei allen genannten Untersuchungen wurden die Stromstärken nur relativ gemessen.

In neuester Zeit hat noch Lecher²⁾ (1906) im Anschluss an andere Messungen mit einem von ihm angegebenen Kalorimeter unsere Frage untersucht, jedoch unter Anwendung nur zweier verschiedener Stromstärken bis zur Ordnung 1 Ampère.

Unter solchen Umständen schien es mir wünschenswert, nochmals Messungen über diesen Gegenstand anzustellen unter Verwendung einer von den oben genannten gänzlich abweichenden Methode und unter Anwendung möglichst starker Ströme (bis 130 Ampères). Diesen Stromstärken entsprachen Stromdichten bis zu 1,4 Ampères pro 1 mm² Querschnitt. Ich war dabei bestrebt, sämtliche störenden Einflüsse und Korrekturen zu berücksichtigen, um auch eventuelle kleine Abweichungen von der Proportionalität zwischen Peltier-Effekt und Stromstärke nachweisen zu können.

Als zweites den Peltier-Effekt betreffendes Thema habe ich mir gestellt: Die Untersuchung eines Grundgesetzes der Thermo-elektrizität, wie es sich aus den thermodynamischen Theorien von W. Thomson³⁾ und Clausius⁴⁾-Budde⁵⁾ ergibt und wonach:

$$P = \frac{1}{J} i \cdot U \cdot \frac{dE}{dT}$$

sein soll. Hier bedeutet E die elektromotorische Kraft ($E. M. K.$) einer Kombination aus zwei Metallen, von der die eine Lötstelle auf O^0 , die andere auf U^0 (unter U die absolute Temperatur verstanden)

¹⁾ Pogg. Ann. **149**, 144, 1873.

²⁾ Wien. Ber. **115**, 186, 1906.

³⁾ Edinb. proc. Dez. 1851; Edinb. trans. **21**, 1, 123, 1854; phil. trans. **3**, 661, 1856 und 1875; phil. mag. (4) **11**, 214, 281, 1856.

⁴⁾ Pogg. Ann. **90**, 513, 1853.

⁵⁾ Pogg. Ann. **153**, 343, 1874; Wied. Ann. **21**, 277, 1884; **30**, 664, 1887.

sich befindet, P der Peltier-Effekt an der letzteren Lötstelle, wenn durch sie der Strom i fließt, J das mechanische Äquivalent der Kalorie.

Ist, wie in dieser Arbeit nachgewiesen wird, der Peltier-Effekt proportional der Stromstärke, so ist der dem Strom 1 entsprechende Peltier-Effekt:

$$\Pi = \frac{1}{J} U \frac{dE}{dU}.$$

Thomson und Clausius-Budde leiten diese Beziehung ab, indem sie die thermoelektrischen Prozesse als reversibel betrachten und auf sie daher ohne weiteres die beiden Hauptsätze der Thermodynamik anwenden. Nun ist aber mit jedem thermoelektrischen Prozess Wärmeleitung, d. h. ein irreversibler Prozess, verbunden, und es fragt sich, ob man die in einer Thermokette vor sich gehende Elektrizitätsleitung und die auch immer gleichzeitig stattfindende Wärmeleitung als zwei Vorgänge ansehen darf, die von einander unabhängig sind, sich einfach superponieren, oder ob das nicht erlaubt ist. Budde, der die Theorie von Clausius weiter ausgebaut hat, glaubt zwar die Richtigkeit der ersteren Annahme beweisen zu können, indem er einen nur unendlich kurze Zeit dauernden thermoelektrischen Prozess betrachtet, bei dem man dann die Wärmeleitung ohne weiteres soll vernachlässigen dürfen. Doch bei dem innigen Zusammenhang zwischen Wärme- und Elektrizitätsleitung scheint diese Annahme vielleicht doch zweifelhaft.

Planck¹⁾ (1889), dessen Theorie der thermoelektrischen Erscheinungen auch ganz auf dem Boden der Thermodynamik steht, gelangt zu der gleichen Formel wie Thomson, Clausius und Budde, setzt aber eben auch die Möglichkeit einer Trennung der Vorgänge der Elektrizitäts- und Wärmeleitung voraus.

Boltzmann²⁾ (1887) hat nun untersucht, — er bezeichnet seine Arbeit als einen Versuch — wie die Gleichung von Thomson-Clausius-Budde abgeändert würde, wenn man Elektrizitäts- und Wärmeleitung als mit einander verknüpfte Vorgänge betrachtet. Er gelangte zur Ungleichung:

$$\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU} - \Pi \leq 2 \sqrt{k_1 \omega_1 U} + 2 \sqrt{k_2 \omega_2 U},$$

wobei k_1, k_2 die Wärmeleitfähigkeiten, ω_1, ω_2 die spezifischen Widerstände der beiden Metalle bedeuten.

¹⁾ Wied. Ann. **36**, 624, 1889.

²⁾ Wien. Ber. **96**, 1258. 1887.

Die experimentelle Prüfung der ersten Gleichung Seite 106 ist also von wesentlicher Bedeutung und zwar nicht nur für die Zulässigkeit einer Theorie der Thermoelektrizität und für unsere Vorstellung von der Natur der thermoelektrischen Prozesse, sondern auch für das Problem der Arbeitsleistung durch Wärme überhaupt. Um aber das Gesetz auf die Untersuchung von Boltzmann hin zu prüfen, sind genaue Messungen erforderlich, da die Differenz $\left(\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU} - II\right)$ vielleicht recht klein ist. Erst, wenn man eine ganze Reihe von Metallkombinationen untersucht und genaue Übereinstimmung zwischen $\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU}$ und II gefunden hätte, würde man behaupten dürfen, dass die erste Gleichung Seite 106 den Tatsachen entspreche, dass also die Voraussetzungen von Thomson und Clausius-Budde gestattet seien.

Was nun die Resultate der bis jetzt vorliegenden experimentellen Untersuchungen anbelangt, so lassen sie die Frage noch ganz unentschieden.

Le Roux¹⁾ (1867) fand zwischen den Werten von $\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU}$ u. II im allgemeinen ähnlichen Gang, doch kamen auch Abweichungen bis zu 35 % vor.

Edlund²⁾ (1870, 1871) fand mit Hilfe der gleichen Methode, nach der er die Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke prüfte, zwischen beiden Grössen Abweichungen bis zu 60 %.

Naccari und Bellati³⁾ (1878, 1879) fanden auch grosse Differenzen.

Viele Forscher haben das Gesetz in der Weise geprüft, dass sie diejenigen Temperaturen bestimmten, für die II und $\frac{dE}{dU} = 0$ werden, so z. B. Battelli⁴⁾ (1887), Bausenwein⁵⁾ (1904), La Rosa⁶⁾ (1904). Doch sind ihre Resultate nicht übereinstimmend.

Hier muss vor allem noch die Arbeit von Jahn⁷⁾ (1888) erwähnt werden, der an den gleichen Metallindividuen und innerhalb des gleichen Temperaturintervalls sowohl II (mittels Eiskalorimeter) als $\frac{dE}{dU}$ bestimmte. Er fand:

¹⁾ Ann. de chim. (4) **10**, 201, 1867.

²⁾ Pogg. Ann. **140**, 435, 1870; **143**, 404, 1871.

³⁾ Atti del R. istituto Veneto [5] **4**, 1, 1878; [5] **5**, 58, 1879.

⁴⁾ Rend. d. Acad. dei Lincei (4) **3**, 404, 1887; **5**, 631, 1889.

⁵⁾ Wien. Ber. **113**, 663, 1904; **114**, 1625, 1905.

⁶⁾ Rend. d. Acad. dei Lincei (5) **13**, 167, 1904.

⁷⁾ Wied. Ann. **34**. 755, 1888.

Kombination	Π	$\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU}$	Einheiten für Π :	gr. Kal. Ampère Minute
Kupfer - Silber . . .	- 0,495	- 0,413		
- Eisen . . .	- 2,64	- 3,163		
- Platin . . .	+ 0,327	+ 0,320		
- Zink . . .	- 0,353	- 0,585		
- Kadmium . .	- 0,617	- 0,616		
- Nickel . . .	+ 4,68	+ 4,362		

Aus den Resultaten dieser Tabelle auf die Gültigkeit des Gesetzes von Thomson-Clausius-Budde zu schliessen, ist nicht zulässig.

Unter solchen Umständen schien es mir geboten, die erste Gleichung Seite 106 nochmals einer experimentellen Prüfung zu unterziehen, und zwar wurde dazu eine Methode angewandt, die von den Methoden der oben genannten Forscher wesentlich abweicht; es ist dieselbe Methode, die ich zur Prüfung der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke benützte. In der vorliegenden Arbeit sind drei Metallkombinationen nach dieser Methode untersucht worden.

A. Theorie und Methode.

I. Methode zur Messung des Peltier-Effekts.

1. Ableitung der Grundgleichungen.

Zwei Stäbe aus verschiedenem Metall mit genau gleich grossen und gleich geformtem Querschnitt (z. B. kreisförmigem) seien an je einer ihrer ebenen normal zur Stabaxe stehenden Endflächen an einander gelötet, so dass diese genau aufeinander passen. Die beiden andern Endflächen, sowie die Umgebung der so entstandenen „Stabkombination“ denken wir uns auf konstanter Temperatur gehalten, die wir zweckmässig als 0° annehmen wollen.

Senden wir nun durch die Stabkombination einen elektrischen Strom, so treten hierin dreierlei Wärme-Effekte auf, nämlich: 1. der infolge des Widerstandes der Stabteile entwickelte Joule-Effekt, 2. der an der Lötfläche der beiden Metalle auftretende Peltier-Effekt, 3. der durch die entstehenden Temperaturverschiedenheiten bedingte Thomson-Effekt. Während der erste Effekt unabhängig von der Stromrichtung ist, ändert der zweite und dritte sein Vorzeichen mit dieser.

Hält man die Stromintensität stets konstant, so wird schliesslich die Temperatur-Verteilung in der Stabkombination stationär werden, und es soll nun im Folgenden die Gleichung für diese stationäre Temperatur-Verteilung aufgestellt werden.

Die Stabkombination sei in ihren Querschnitts-Dimensionen so gewählt, dass die Flächen gleicher Temperatur-Ebenen senkrecht zur Stabaxe werden, die Temperatur also bloss Funktion einer Koordinate, der Abszisse des Stabes, ist.

Alle Grössen, die sich auf das erste resp. zweite Metall beziehen, sollen mit dem Index 1 resp. 2 versehen werden. Die Abszissen x_1 resp. x_2 wollen wir zählen von der Lötfläche der Stabkombination aus, positiv in der Richtung des betreffenden Stabteiles. —

Es seien zunächst folgende Annahmen gemacht:

Es sollen als unabhängig von der Temperatur, d. h. als konstant betrachtet werden: 1. der Widerstand, 2. die innere und äussere Wärmeleitfähigkeit eines jeden Stabteiles, 3. der Peltier-Effekt der Metallkombination. Ferner soll der Peltier-Effekt als bloss abhängig von der Stromstärke, und zwar derselben proportional gesetzt werden. Endlich soll der Thomson-Effekt vernachlässigt werden.

Wir wollen bezeichnen: den spezifischen Widerstand der Stabteile mit ω_1, ω_2 , ihre innere Wärmeleitfähigkeit mit k_1, k_2 , ihre äussere Wärmeleitfähigkeit mit h_1, h_2 , ihre spezifische Wärme mit c_1, c_2 , ihre Dichte mit ρ_1, ρ_2 , ihren Querschnitt mit q , ihren Umfang mit p , ihre Längen mit l_1, l_2 ; i sei die Stromstärke, Π der der Stromstärke 1 entsprechende Peltier-Effekt, u die Temperatur, t die Zeit, J das mechanische Äquivalent der Kalorie.

Ist zur Zeit $t = 0$ die ganze Stabkombination auf der Temperatur 0° und lässt man von diesem Moment an den Strom i in bestimmter Richtung durch die Stabkombination fliessen, so müssen die veränderlichen Temperaturen u_1, u_2 , wie man sich leicht überzeugt, folgenden Differentialgleichungen genügen:

$$\begin{aligned} k_1 q \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} - h_1 p u_1 + \frac{i^2 \omega_1}{J q} &= \rho_1 c_1 q \frac{\partial u_1}{\partial t} \\ k_2 q \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} - h_2 p u_2 + \frac{i^2 \omega_2}{J q} &= \rho_2 c_2 q \frac{\partial u_2}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

Hierzu treten die Grenzbedingungen:¹⁾

1. $x_1 = l_1 : u_1 = 0$ für alle t
2. $x_2 = l_2 : u_2 = 0$ für alle t
3. $x_1 = 0, x_2 = 0 : u_1 = u_2$ für alle t
4. $k_1 q \left(-\frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=0} + k_2 q \left(-\frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} = \pm \Pi \cdot i$ (2)
5. $t = 0 : u_1 = 0$ für alle x_1
6. $t = 0 : u_2 = 0$ für alle x_2 .

¹⁾ Nach den Vorlesungen von H. F. Weber über Wärmeleitung, Joule-Effekt, Peltier-Effekt und Thomson-Effekt.

Betrachten wir zunächst bloss den stationär gewordenen Zustand, so werden die Differentialgleichungen (1), wenn s die stationäre Temperatur bezeichnet:

$$(3) \quad \begin{aligned} k_1 q \frac{d^2 s_1}{d x_1^2} - h_1 p s_1 + \frac{i^2 \omega_1}{J q} &= 0 \\ k_2 q \frac{d^2 s_2}{d x_2^2} - h_2 p s_2 + \frac{i^2 \omega_2}{J q} &= 0 \end{aligned}$$

mit den Grenzbedingungen:

$$(4) \quad \begin{aligned} 1. \quad x_1 = l_1 : s_1 &= 0 \\ 2. \quad x_2 = l_2 : s_2 &= 0 \\ 3. \quad x_1 = 0, x_2 = 0 : s_1 = s_2 \\ 4. \quad k_1 q \left(-\frac{\partial s_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=0} + k_2 q \left(-\frac{\partial s_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} &= \pm \Pi \cdot i. \end{aligned}$$

Die allgemeine Lösung von (3) ist, wie man sich leicht überzeugt:

$$(5) \quad \begin{aligned} s_1 &= a_1 + A_1 e^{\lambda_1 x_1} + B_1 e^{-\lambda_1 x_1} \\ s_2 &= a_2 + A_2 e^{\lambda_2 x_2} + B_2 e^{-\lambda_2 x_2}, \end{aligned}$$

wobei:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{i^2 \omega_1}{J q h_1 p}; \quad \lambda_1 = \sqrt{\frac{h_1 p}{k_1 q}} \\ a_2 &= \frac{i^2 \omega_2}{J q h_2 p}; \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{h_2 p}{k_2 q}}, \end{aligned}$$

und zur Bestimmung der Konstanten erhalten wir nach (4) die Gleichungen:

$$(6) \quad \begin{aligned} 0 &= a_1 + A_1 e^{\lambda_1 l_1} + B_1 e^{-\lambda_1 l_1} \\ 0 &= a_2 + A_2 e^{\lambda_2 l_2} + B_2 e^{-\lambda_2 l_2} \\ a_1 + A_1 + B_1 &= a_2 + A_2 + B_2 \\ k_1 q \lambda_1 (A_1 - B_1) + k_2 q \lambda_2 (A_2 - B_2) &= \pm \Pi \cdot i. \end{aligned}$$

Berechnet man aus (6) A_1, A_2, B_1, B_2 in Determinantenform und setzt die Werte in die allgemeine Lösung (5) ein, so erhält man einen recht komplizierten Ausdruck für s_1 resp. s_2 . Wie wir später sehen werden, interessiert uns vor allem die stationäre Temperatur in der Lötfläche der Stabkombination, und für diese würde man finden:

$$(7) \quad S_{\pm} = \frac{a_1 k_1 \lambda_1 (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1} - 2)}{e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}} + \frac{a_2 k_2 \lambda_2 (e^{\lambda_2 l_2} + e^{-\lambda_2 l_2} - 2)}{e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}} \pm \Pi \frac{i}{q},$$

$$\frac{k_1 \lambda_1 (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1})}{e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}} + \frac{k_2 \lambda_2 (e^{\lambda_2 l_2} + e^{-\lambda_2 l_2})}{e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}}$$

S_+ und S_- je nach Stromrichtung.

Gleichung (7) lässt sich aber auf einfachere Weise auch folgendermassen finden, indem man gleich von der stationären Temperatur-

Verteilung ausgeht. Wir stellen dazu wieder (3) auf, fügen aber als Grenzgleichungen hinzu:

$$\begin{array}{ll} 1. & x_1 = 0 : s_1 = S_{\pm}; \\ 2. & x_1 = l_1 : s_1 = 0; \end{array} \quad \begin{array}{ll} 1'. & x_2 = 0 : s_2 = S_{\pm} \\ 2'. & x_2 = l_2 : s_2 = 0. \end{array} \quad (8)$$

Diese, auf die allgemeine Lösung (5) angewandt, ergeben:

$$\begin{array}{ll} S_{\pm} = a_1 + A_1 + B_1; & S_{\pm} = a_2 + A_2 + B_2 \\ 0 = a_1 + A_1 e^{\lambda_1 l_1} + B_1 e^{-\lambda_1 l_1}; & 0 = a_2 + A_2 e^{\lambda_2 l_2} + B_2 e^{-\lambda_2 l_2}, \end{array} \quad (9)$$

und setzt man die hieraus berechneten A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , in (5) ein, so wird:

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{i^2 \omega_1}{Jq h_1 p} + \frac{(S_{\pm} - a_1) [e^{\lambda_1(l_1-x_1)} - e^{-\lambda_1(l_1-x_1)}] - a_1 (e^{\lambda_1 x_1} - e^{-\lambda_1 x_1})}{e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}} \\ s_2 &= \frac{i^2 \omega_2}{Jq h_2 p} + \frac{(S_{\pm} - a_2) [e^{\lambda_2(l_2-x_2)} - e^{-\lambda_2(l_2-x_2)}] - a_2 (e^{\lambda_2 x_2} - e^{-\lambda_2 x_2})}{e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}} \end{aligned} \quad (10)$$

Weil nun für die Lötfläche gilt:

$$k_1 q \left(-\frac{ds_1}{dx_1} \right)_{x_1=0} + k_2 q \left(-\frac{ds_2}{dx_2} \right)_{x_2=0} = \pm \Pi \cdot i, \quad (11)$$

so erhalten wir durch Einsetzen von (10) in (11) wiederum die Gleichung (7) w. z. b. w.

Zwischen den Werten S_+ und S_- bei beiderlei Stromrichtung besteht nun eine verhältnismässig einfache Beziehung, die man leicht aus (7) erhält, nämlich:

$$\Pi = \frac{\Delta S \cdot q}{2i} \left[\frac{k_1 \lambda_1 (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1})}{e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}} + \frac{k_2 \lambda_2 (e^{\lambda_2 l_2} + e^{-\lambda_2 l_2})}{e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}} \right], \quad (12)$$

wobei $\Delta S = S_+ - S_-$.

Dieses ist die Gleichung, die wir unseren Untersuchungen zu Grunde legen.

Sieht man von der äusseren Wärmeleitung ab ($h_1 = h_2 = 0$), so wird (12):

$$\Pi = \frac{\Delta S \cdot q}{2i} \left(\frac{k_1}{l_1} + \frac{k_2}{l_2} \right). \quad (13)$$

Gleichung (12) kann in einfacher Weise dazu dienen, die Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke experimentell zu prüfen, denn, wenn der Peltier-Effekt wirklich proportional der Stromstärke ist, so müssen die Versuche für verschiedene Stromstärken ergeben:

$$\frac{\Delta S}{i} = \text{konst.} \quad (14)$$

Ferner dient aber (12) zur absoluten Messung von Π , wenn die Proportionalität mit dem Strome nachgewiesen ist. Man hat dazu einfach die Grösse $\mathcal{A}S$ zu messen.

Wir wollen aber die Theorie noch weiter verfolgen.

Es soll gezeigt werden, dass nicht nur für $x_1 = 0$ ($x_2 = 0$) eine Relation (14) existiert, sondern auch für jede andere Abszisse x_1 und x_2 . Um das zu beweisen, gehen wir aus von (5) und (6). Rechnet man aus (6) A_1, A_2, B_1, B_2 in Determinantenform aus, so erkennt man sofort, dass jede dieser Konstanten eine lineare Funktion von Πi sein muss; dann erhält man aber durch Einsetzen in (5) für die positive Stromrichtung:

$$(15) \quad \begin{aligned} s_{1+} &= a_1 (i^2) + (\alpha_1 + \alpha'_1 \Pi i) e^{\lambda_1 x_1} + (\beta_1 + \beta'_1 \Pi i) e^{-\lambda_1 x_1} \\ s_{2+} &= a_2 (i^2) + (\alpha_2 + \alpha'_2 \Pi i) e^{\lambda_2 x_2} + (\beta_2 + \beta'_2 \Pi i) e^{-\lambda_2 x_2}, \end{aligned}$$

wo α, β Grössen sind, die Π und i nicht enthalten, und wobei (i^2) andeuten soll, dass a_1 und a_2 i bloss in der zweiten Potenz enthalten. Für die andere Stromrichtung wird analog:

$$(16) \quad \begin{aligned} s_{1-} &= a_1 (i^2) + (\alpha_1 - \alpha'_1 \Pi i) e^{\lambda_1 x_1} + (\beta_1 - \beta'_1 \Pi i) e^{-\lambda_1 x_1} \\ s_{2-} &= a_2 (i^2) + (\alpha_2 - \alpha'_2 \Pi i) e^{\lambda_2 x_2} + (\beta_2 - \beta'_2 \Pi i) e^{-\lambda_2 x_2}. \end{aligned}$$

Durch Kombination von (15) und (16) erhält man aber für dasselbe x_1 resp. x_2 :

$$(17) \quad \frac{s_{1+} - s_{1-}}{i} = \text{konst.}; \quad \frac{s_{2+} - s_{2-}}{i} = \text{konst.} \quad \text{w. z. b. w.}$$

Aber auch für den variablen Temperaturzustand können wir solch eine Relation herleiten. Um das zu zeigen, gehen wir aus von (1) und (2).

Substituiert man in (1):

$$(18) \quad u_1 = s_1 + v_1; \quad u_2 = s_2 + v_2,$$

so zerfällt jede der Gleichungen (1) in 2 Gleichungen, von denen die eine den stationären Temperaturzustand darstellt, während die andere lautet:

$$(19) \quad \begin{aligned} k_1 q \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} - h_1 p v_1 &= \varrho_1 c_1 q \frac{\partial v_1}{\partial t} \\ k_2 q \frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2} - h_2 p v_2 &= \varrho_2 c_2 q \frac{\partial v_2}{\partial t} \end{aligned}$$

mit den Grenzgleichungen:

1. $x_1 = l_1 : v_1 = 0$ für alle t
2. $x_2 = l_2 : v_2 = 0$ für alle t
3. $x_1 = 0, x_2 = 0 : v_1 = v_2$ für alle t
4. $k_1 \left(-\frac{\partial v_1}{\partial x_1} \right)_{x_1=0} + k_2 \left(-\frac{\partial v_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0} = 0$ für alle t (20)
5. $t = 0 : v_1 = -s_1$ für alle x_1 , (s. Gleichg. (5))
6. $t = 0 : v_2 = -s_2$ für alle x_2 , (s. Gleichg. (5)).

Macht man nun zur Lösung von (19) den Ansatz:

$$v_1 = T_1 X_1 ; v_2 = T_2 X_2, \quad (21)$$

wo T_1, T_2 bloss Funktionen von t ; X_1, X_2 bloss Funktionen von x_1 resp. x_2 sind, so wird aus (19):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 X_1}{\partial x_1^2} \frac{1}{X_1} &= \frac{e_1 c_1}{k_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \frac{1}{T_1} + \frac{h_1 p}{k_1 q} \\ \frac{\partial^2 X_2}{\partial x_2^2} \frac{1}{X_2} &= \frac{e_2 c_2}{k_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \frac{1}{T_2} + \frac{h_2 p}{k_2 q}. \end{aligned} \quad (22)$$

(22) kann aber nur dann für jeden Wert von x und t erfüllt sein, wenn:

$$(23a) \quad \begin{aligned} \frac{1}{X_1} \frac{\partial^2 X_1}{\partial x_1^2} &= -m_1^2 ; \frac{e_1 c_1}{k_1} \frac{1}{T_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} + \frac{h_1 p}{k_1 q} = -m_1^2 \\ \frac{1}{X_2} \frac{\partial^2 X_2}{\partial x_2^2} &= -m_2^2 ; \frac{e_2 c_2}{k_2} \frac{1}{T_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} + \frac{h_2 p}{k_2 q} = -m_2^2, \end{aligned} \quad (23b)$$

wo m_1, m_2 Konstante bedeuten, die noch bestimmt werden müssen. Das negative Vorzeichen ergibt sich aus Betrachtung von (25).

Die allgemeinen Lösungen von (23 a) sind:

$$\begin{aligned} X_1 &= \mathfrak{C}_1 \sin(m_1 x_1) + \mathfrak{D}_1 \cos(m_1 x_1) \\ X_2 &= \mathfrak{C}_2 \sin(m_2 x_2) + \mathfrak{D}_2 \cos(m_2 x_2), \end{aligned} \quad (24)$$

diejenigen von (23 b):

$$\begin{aligned} T_1 &= \mathfrak{A}_1 e^{-\frac{k_1}{c_1 e_1} (m_1^2 + \lambda_1^2) t} \\ T_2 &= \mathfrak{A}_2 e^{-\frac{k_2}{c_2 e_2} (m_2^2 + \lambda_2^2) t}. \end{aligned} \quad (25)$$

Also wird nach (21):

$$\begin{aligned} v_1 &= [C_1 \sin(m_1 x_1) + D_1 \cos(m_1 x_1)] e^{-\frac{k_1}{c_1 e_1} (m_1^2 + \lambda_1^2) t} \\ v_2 &= [C_2 \sin(m_2 x_2) + D_2 \cos(m_2 x_2)] e^{-\frac{k_2}{c_2 e_2} (m_2^2 + \lambda_2^2) t}. \end{aligned} \quad (26)$$

Aus (20₁) folgt dann zunächst:

$$D_1 = -C_1 \operatorname{tg}(m_1 l_1) ; D_2 = -C_2 \operatorname{tg}(m_2 l_2); \quad (27)$$

also wird (26):

$$(28) \quad \begin{aligned} v_1 &= C_1 [\sin(m_1 x_1) - \operatorname{tg}(m_1 l_1) \cos(m_1 x_1)] e^{-\frac{k_1}{c_1 \varrho_1} (m_1^2 + \lambda_1^2) t} \\ v_2 &= C_2 [\sin(m_2 x_2) - \operatorname{tg}(m_2 l_2) \cos(m_2 x_2)] e^{-\frac{k_2}{c_2 \varrho_2} (m_2^2 + \lambda_2^2) t} \end{aligned}$$

Ferner folgt aus (20,4) und (28), da (20,4) für alle t gilt:

$$(29) \quad C_1 k_1 m_1 = -C_2 k_2 m_2.$$

Aus (20,3) und (28) folgt aus dem gleichen Grunde:

$$(30) \quad C_1 \operatorname{tg}(m_1 l_1) = C_2 \operatorname{tg}(m_2 l_2).$$

Durch Kombination von (29) und (30) ergibt sich:

$$(31) \quad \frac{\operatorname{tg}(m_1 l_1)}{\operatorname{tg}(m_2 l_2)} = -\frac{k_1 m_1}{k_2 m_2}.$$

Ferner folgt aus (20,4) und (28):

$$(32) \quad \frac{k_1}{c_1 \varrho_1} (m_1^2 + \lambda_1^2) = \frac{k_2}{c_2 \varrho_2} (m_2^2 + \lambda_2^2).$$

(31) und (32) dienen nun zur Bestimmung von m_1 und m_2 , was aber nur durch Näherungsverfahren möglich ist und zwar wohl am besten graphisch. Für unsere Zwecke brauchen wir aber m_1 und m_2 nicht zu kennen. Jedenfalls hat (31) und (32) unendlich viel Lösungen (m_{1n}, m_{2n}), so dass (28) wird:

$$(33) \quad \begin{aligned} v_1 &= C_{11} [\sin(m_{11} x_1) - \operatorname{tg}(m_{11} l_1) \cos(m_{11} x_1)] e^{-\frac{k_1}{c_1 \varrho_1} (m_{11}^2 + \lambda_1^2) t} \\ &+ C_{12} [\sin(m_{12} x_1) - \operatorname{tg}(m_{12} l_1) \cos(m_{12} x_1)] e^{-\frac{k_1}{c_1 \varrho_1} (m_{12}^2 + \lambda_1^2) t} + \dots \\ v_2 &= C_{21} [\sin(m_{21} x_2) - \operatorname{tg}(m_{21} l_2) \cos(m_{21} x_2)] e^{-\frac{k_2}{c_2 \varrho_2} (m_{21}^2 + \lambda_2^2) t} \\ &+ C_{22} [\sin(m_{22} x_2) - \operatorname{tg}(m_{22} l_2) \cos(m_{22} x_2)] e^{-\frac{k_2}{c_2 \varrho_2} (m_{22}^2 + \lambda_2^2) t} + \dots \end{aligned}$$

Zur Bestimmung der C_1 und C_2 dienen dann noch (20,5) und (20,6), die mit Hilfe von (5) ergeben:

$$(34) \quad \begin{aligned} -a_1 - A_1 e^{\lambda_1 x_1} - B_1 e^{-\lambda_1 x_1} &= C_{11} [\sin(m_{11} x_1) - \operatorname{tg}(m_{11} l_1) \cos(m_{11} x_1)] \\ &+ C_{12} [\sin(m_{12} x_1) - \operatorname{tg}(m_{12} l_1) \cos(m_{12} x_1)] + \dots \\ -a_2 - A_2 e^{\lambda_2 x_2} - B_2 e^{-\lambda_2 x_2} &= C_{21} [\sin(m_{21} x_2) - \operatorname{tg}(m_{21} l_2) \cos(m_{21} x_2)] \\ &+ C_{22} [\sin(m_{22} x_2) - \operatorname{tg}(m_{22} l_2) \cos(m_{22} x_2)] + \dots \end{aligned}$$

Hieraus würden sich die C (wie bei allen ähnlichen Fällen) theoretisch durch einen Integrationsprozess bestimmen lassen; doch weil m_1 und m_2 bloss numerisch bekannt sind, so kann derselbe nicht

ausgeführt werden. Wir brauchen das aber für unsere Zwecke nicht. Da nämlich, wie schon erwähnt, A_1, A_2, B_1, B_2 lineare Funktionen von $\Pi \cdot i$ sind und die a bloss das Quadrat von i enthalten (15), und weil durch den Integrationsprozess neue i enthaltende Glieder nicht hinzutreten, so folgt, dass die C_1 und C_2 die Form haben müssen:

$$\begin{aligned} C_1 &= c_1 i^2 + d_1 + e_1 \Pi i \\ C_2 &= c_2 i^2 + d_2 + e_2 \Pi i, \end{aligned} \quad (35)$$

wo c, d, e keine Funktionen von i und Π sind. Es wird also:

$$\begin{aligned} v_1 &= [c_{11} i^2 + d_{11} + e_{11} \Pi i] [\sin(m_{11} x_1) \\ &\quad - \operatorname{tg}(m_{11} l_1) \cos(m_{11} x_1)] e^{-\frac{k_1}{c_1 \varrho_1} (m_{11}^2 + \lambda_1^2) t} + \dots \\ v_2 &= [c_{21} i^2 + d_{21} + e_{21} \Pi i] [\sin(m_{21} x_2) \\ &\quad - \operatorname{tg}(m_{21} l_2) \cos(m_{21} x_2)] e^{-\frac{k_2}{c_2 \varrho_2} (m_{21}^2 + \lambda_2^2) t} + \dots \end{aligned} \quad (36)$$

Kombiniert man nun die Werte v_{1+} und v_{1-} , resp. v_{2+} und v_{2-} für beiderlei Stromrichtung und für dasselbe x_1 resp. x_2 , so erhält man das Resultat, dass für ein und denselben Zeitpunkt t stets die Beziehung gilt:

$$\frac{v_{1+} - v_{1-}}{i} = \text{konst.}; \quad \frac{v_{2+} - v_{2-}}{i} = \text{konst.} \quad (37)$$

für verschiedene Stromstärken. Nach (17) und (18) wird dann aber auch:

$$\frac{u_{1+} - u_{1-}}{i} = \text{konst.}; \quad \frac{u_{2+} - u_{2-}}{i} = \text{konst.} \quad (38)$$

Es ist also Gleichung (17) für den stationären Zustand bloss ein Spezialfall dieser allgemeinen Gleichung (38) für den variablen Zustand. Man könnte also auch den variablen Temperaturzustand benützen zur Untersuchung der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke, indem man in irgend einem Querschnitt für beiderlei Stromrichtung die Kurve $u = f(t)$ für verschiedene Stromstärken aufnimmt und die derselben Zeit entsprechenden Ordinaten mit einander vergleicht. Doch es soll weiter unten (s. S. 143) gezeigt werden, dass der variable Zustand praktisch viel weniger geeignet ist zu unserer Untersuchung als der stationäre.

Es soll daher im Folgenden nur von dem stationären Temperaturzustand die Rede sein und zur Untersuchung speziell nur die Temperatur in der Lötfläche der Stabkombination dienen, da diese zur Beobachtung die geeignetste ist. Wir stützen uns also im folgenden lediglich auf die Gleichungen (12) und (14), S. 111.

2. Korrekturen der Untersuchungsmethode.

Will man eine genaue Prüfung der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke vornehmen, so darf man natürlich die auf Seite 109 gemachten Annahmen, unter deren Voraussetzung alles Bisherige abgeleitet worden ist, nicht ohne weiteres machen, resp. man hat zu prüfen, einen wie grossen Einfluss das Nichtzutreffen dieser Annahmen auf die abgeleiteten Beziehungen hat. Dieses soll jetzt geschehen.

Würde man gleich bei Aufstellung der Differentialgleichung (1) die Veränderlichkeit der Grössen k, h, ω, II mit der Temperatur und das Auftreten des Thomson-Effekts berücksichtigen, so würden die Gleichungen (7) und die aus ihnen resultierende (12) sehr kompliziert werden, und diese könnte nicht in einfacher Weise zur Untersuchung dienen. Es soll daher gezeigt werden, wie die Korrekturen zu bestimmen sind, die an den beobachteten Werten von S_+ und S_- resp. ΔS anzubringen sind, um sie zu reduzieren auf die Werte, die $k, h, \omega, II = \text{konst.}$ und Thomson-Effekt = 0 entsprechen, und um dann auf diese reduzierten Werte die Gleichungen (12) resp. (14) anwenden zu können.

Es sei hier gleich erwähnt, dass in den Stabkombinationen bei den Messungen nie grössere Temperaturdifferenzen als 8° vorkamen.

1. Die Veränderlichkeit des spezifischen Widerstandes mit der Temperatur. Man wird setzen: $\omega_s = \omega_0 (1 + \alpha s)$, wobei ω_0 den spezifischen Widerstand bei 0° , ω_s denjenigen bei s° , α den Temperaturkoeffizienten bedeutet. Da es sich bloss um kleine Temperatur-Änderungen handelt, so genügt es, für jede vorkommende stationäre Temperatur-Verteilung eine Mittel-Temperatur anzunehmen und die beobachteten S_+ und S_- auf die Werte zu reduzieren, die z. B. den Werten von ω_1 und ω_2 bei 0° entsprechen. Um nun den Einfluss einer Änderung von ω_1 und ω_2 auf S_+ und S_- zu bestimmen, differenzieren wir S_+ und S_- (s. Glchg. 7) nach ω_1 und ω_2 und erhalten:

$$(39) \quad dS_{\pm} = \frac{i^2 \frac{k_1 \lambda_1 (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1} - 2)}{e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}} \frac{1}{Jq h_1 p} d\omega_1 + i^2 \frac{k_2 \lambda_2 (e^{\lambda_2 l_2} + e^{-\lambda_2 l_2} - 2)}{e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}} \frac{1}{Jq h_2 p} d\omega_2}{\frac{k_1 \lambda_1 (e^{\lambda_1 l_1} + e^{-\lambda_1 l_1})}{e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}} + \frac{k_2 \lambda_2 (e^{\lambda_2 l_2} + e^{-\lambda_2 l_2})}{e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}}}$$

oder:

$$(40) \quad dS_{\pm} = i^2 (b_1 d\omega_1 + b_2 d\omega_2).$$

Vergl. S. 149.

2. Die Veränderlichkeit des Peltier-Effekts mit der Temperatur. Der nach (12) berechnete Wert von II entspricht der Mittel-Temperatur von S_+ und S_- . Um nun die ΔS auf konstantes II ,

z. B. dasjenige für die Temperatur 0, zu reduzieren, benutzen wir die Beziehung, nach der der Peltier-Effekt proportional der absoluten Temperatur ist. (Vergl. S. 148 f.)

3. Die Veränderlichkeit der Wärmeleitfähigkeiten k_1 und k_2 mit der Temperatur. Wie meine Messungen der Leitfähigkeiten (s. S. 142) ergeben haben, ist der Temperaturkoeffizient (der allerdings nicht genau ermittelt wurde) bei den benützten Metallen sehr klein, so dass k_1 und k_2 wohl als konstant angesehen werden dürfen. Der Temperaturkoeffizient für Konstantan, der von mir überhaupt nicht bestimmt wurde, wird von Jäger und Diesselhorst¹⁾ angegeben zu $-0,0024$; er ist also auch recht klein.

4. Die Veränderlichkeit der äusseren Wärmeleitung h mit der Temperatur. h wurde durch einen Extraversuch bestimmt (s. S. 124). Hierbei ergab sich, dass h schon bei sehr kleinen Temperaturdifferenzen (3°) nicht mehr als konstant angesehen werden darf. Das rührt zum grossen Teil wohl daher, dass die Stabkombinationen bei den Versuchen immer in horizontaler Lage gehalten werden mussten, so dass die Konvektionsströme nicht regelmässig verlaufen konnten. Ist $h = f(u)$ bekannt (s. S. 142), so kann man die beobachteten S_+ und S_- auf konstantes h reduzieren, wenn man wieder für jede Temperatur-Verteilung eine Mittel-Temperatur annimmt und ermittelt hat, wieviel Prozent Änderung in S_+ und S_- z. B. 10% Änderung von h ausmachen. (Vergl. S. 148 f.)

5. Es soll der Thomson-Effekt berücksichtigt werden. Setzen wir denselben proportional der Stromstärke und dem Temperaturgefälle:

$$\text{Thomson-Effekt} = T i \frac{ds}{dx}, \quad (41)$$

so treten an Stelle der Gleichungen (3) die folgenden:

$$\begin{aligned} k_1 q \frac{d^2 s_1}{dx_1^2} + T_1 i \frac{ds_1}{dx_1} - h_1 p s_1 + \frac{i^2 \omega_1}{Jq} &= 0 \\ k_2 q \frac{d^2 s_2}{dx_2^2} + T_2 i \frac{ds_2}{dx_2} - h_2 p s_2 + \frac{i^2 \omega_2}{Jq} &= 0 \end{aligned} \quad (42)$$

mit den Grenzgleichungen (8). Wie man sich leicht überzeugt, werden die Lösungen:

$$\begin{aligned} s_1 &= a_1 + \frac{1}{e^{\beta_1 l_1} - e^{-\beta_1 l_1}} \left\{ (S - a_1) e^{-\alpha_1 x_1} [e^{\beta_1 (l_1 - x_1)} - e^{-\beta_1 (l_1 - x_1)}] - a_1 e^{\alpha_1 (l_1 - x_1)} [e^{\beta_1 x_1} - e^{-\beta_1 x_1}] \right\} \\ s_2 &= a_2 + \frac{1}{e^{\beta_2 l_2} - e^{-\beta_2 l_2}} \left\{ (S - a_2) e^{-\alpha_2 x_2} [e^{\beta_2 (l_2 - x_2)} - e^{-\beta_2 (l_2 - x_2)}] - a_2 e^{\alpha_2 (l_2 - x_2)} [e^{\beta_2 x_2} - e^{-\beta_2 x_2}] \right\}, \end{aligned} \quad (43)$$

¹⁾ Wiss. Abhandl. d. phys.-techn. Reichsanstalt, **3**, 270, 1900.

²⁾ Da es sich bloss um eine Korrektionsgrösse handelt, kann von der Abhängigkeit des Thomson-Effekts von der Temperatur abgesehen werden.

wobei bedeutet:

$$a_1 = \frac{i^2 \omega_1}{Jq h_1 p} ; \alpha_1 = \frac{T_1 i}{2 k_1 q} ; \beta_1 = \sqrt{\frac{h_1 p}{k_1 q} + \left(\frac{T_1 i}{2 k_1 q}\right)^2} = \sqrt{\lambda_1^2 + \alpha_1^2}$$

$$a_2 = \frac{i^2 \omega_2}{Jq h_2 p} ; \alpha_2 = \frac{T_2 i}{2 k_2 q} ; \beta_2 = \sqrt{\frac{h_2 p}{k_2 q} + \left(\frac{T_2 i}{2 k_2 q}\right)^2} = \sqrt{\lambda_2^2 + \alpha_2^2}.$$

Setzt man in (43) $T_1 = 0$; $T_2 = 0$, so erhält man die schon abgeleiteten Gleichungen (10). Aus der Grenzgleichung (4,4) folgt nun:

$$(44) \quad + \Pi i = - \frac{k_1 q}{\mathcal{A}_1} \left\{ (S_+ - a_1) [e^{\beta_1 l_1} (-\alpha_1 - \beta_1) - e^{-\beta_1 l_1} (-\alpha_1 + \beta_1)] - a_1 e^{\alpha_1 l_1} 2 \beta_1 \right\}$$

$$- \frac{k_2 q}{\mathcal{A}_2} \left\{ (S_+ - a_2) [e^{\beta_2 l_2} (-\alpha_2 - \beta_2) - e^{-\beta_2 l_2} (-\alpha_2 + \beta_2)] - a_2 e^{\alpha_2 l_2} 2 \beta_2 \right\},$$

wobei: $\mathcal{A}_1 = e^{\lambda_1 l_1} - e^{-\lambda_1 l_1}$; $\mathcal{A}_2 = e^{\lambda_2 l_2} - e^{-\lambda_2 l_2}$,

und eine analoge Gleichung für $-\Pi i$ mit S_- . Nach S_+ aufgelöst wird (44):

$$(45) \quad S_+ = \frac{\frac{k_1 a_1}{\mathcal{A}_1} [e^{\beta_1 l_1} (-\alpha_1 - \beta_1) - e^{-\beta_1 l_1} (-\alpha_1 + \beta_1) + e^{\alpha_1 l_1} 2 \beta_1]}{\frac{k_1}{\mathcal{A}_1} [e^{\beta_1 l_1} (-\alpha_1 - \beta_1) - e^{-\beta_1 l_1} (-\alpha_1 + \beta_1)] + \frac{k_2}{\mathcal{A}_2} [e^{\beta_2 l_2} (-\alpha_2 - \beta_2) - e^{-\beta_2 l_2} (-\alpha_2 + \beta_2)]}$$

$$+ \frac{\frac{k_2 a_2}{\mathcal{A}_2} [e^{\beta_2 l_2} (-\alpha_2 - \beta_2) - e^{-\beta_2 l_2} (-\alpha_2 + \beta_2) + e^{\alpha_2 l_2} 2 \beta_2] - \frac{\Pi i}{q}}{\frac{k_1}{\mathcal{A}_1} [e^{\beta_1 l_1} (-\alpha_1 - \beta_1) - e^{-\beta_1 l_1} (-\alpha_1 + \beta_1)] + \frac{k_2}{\mathcal{A}_2} [e^{\beta_2 l_2} (-\alpha_2 - \beta_2) - e^{-\beta_2 l_2} (-\alpha_2 + \beta_2)]}$$

Eine analoge Gleichung ergibt sich für S_- , wenn man in (45) überall $-i$ statt $+i$ setzt.

Um jetzt also den Einfluss des Thomson-Effekts zu bestimmen, wird man S_{\pm} sowohl nach (7) als nach (45) berechnen mit angenommenen Näherungswerten. Korrigiert man dann die beobachteten S_{\pm} um die Differenz beider Resultate, so erhält man die Werte S_{\pm} , die für den Fall $T_1 = 0$, $T_2 = 0$ auftreten würden.

Da von mir keine Messungen von T an den benutzten Metallen ausgeführt wurden, so legte ich den Rechnungen zu Grunde die Resultate von Lecher¹⁾ (s. S. 148).

Wie man aus S. 148 f. ersieht, sind alle hier besprochenen Korrekturen recht klein, so dass sie nur für die Untersuchung der Frage nach der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke in Betracht kommen, nicht aber bei der absoluten Messung des Peltier-Effekts, denn die Grösse der Korrekturen liegt innerhalb der Genauigkeitsgrenze dieser Messung.²⁾

¹⁾ Wien. Ber. **114**, 1599, 1905.

²⁾ Vergl. die Diskussion über die Genauigkeit der Methode S. 153 ff.

Es soll hier gleich noch von einer letzten Korrektur die Rede sein, die bei der absoluten Peltier-Effekt-Messung nicht vernachlässigt werden darf.

Korrektur wegen Nichterfüllung der Grenzgleichungen (4,1; 4,2), S. 110. Die Enden der Stabkombination suchte man gemäss (4,1; 4,2) auf konstanter Temperatur zu halten, indem man gegen dieselben Wasser spritzen liess. Nun haben aber schon mehrere Beobachter nachgewiesen, dass eine solche mit Wasser bespritzte Fläche — für den Fall, dass das Wasser nicht in sehr reichlicher Menge fliesst — eine Temperatur annimmt, die um so mehr von der Temperatur des Kühlwassers abweicht, je grösser die Wärmeleitfähigkeit der betreffenden Substanz und das Temperaturgefälle an dieser Endfläche ist. Da zwei der von mir untersuchten Kombinationen das sehr gut leitende Kupfer enthielten, so musste diese Fehlerquelle wohl untersucht werden. Die Methode nun, um sie in Rechnung zu ziehen, bestand in Folgendem:

Indem wir nur den einen Teil der Stabkombination betrachten, gehen wir aus von einer der Gleichungen (10) und schreiben:

$$s = \frac{i^2 \omega}{J q h p} + \frac{(S-a) [e^{\lambda(l-x)} - e^{-\lambda(l-x)}] - a(e^{\lambda x} - e^{-\lambda x})}{e^{\lambda l} - e^{-\lambda l}}. \quad (46)$$

Diese Gleichung stellt uns dar die stationär gewordene Temperaturverteilung in einem vom Strom i durchflossenen Stabe, dessen Umgebung und eine Endfläche ($x = l$) auf konstanter Temperatur 0 und dessen andere Endfläche ($x = 0$) auf konstanter Temperatur S gehalten wird. Unterscheidet sich nun, nach oben Gesagtem, die Temperatur an der Fläche $x = l$ um wenig von der Temperatur 0 (sie sei z. B. s_l), so weicht die wahre Temperatur-Verteilung von der durch (46) gegebenen etwas ab. Es kann aber leicht mit recht grosser Genauigkeit die Länge $l + dl = l'$ bestimmt werden, die der Stab haben müsste, damit durch (46), wenn hierin l' an Stelle von l gesetzt wird, die wahre Temperatur-Verteilung wiedergegeben wird. Bestimmt man nämlich das Temperaturgefälle an der Stelle $x = l$, indem man in (46) S durch $S - s_l$ ersetzt und dann s nach x differenziert, so findet man:

$$\text{Gefälle} = \left(-\frac{ds}{dx}\right)_{x=l} = \frac{2\lambda(S-s_l) + a\lambda(e^{\lambda l} + e^{-\lambda l} - 2)}{e^{\lambda l} - e^{-\lambda l}}. \quad (47)$$

Dann ist aber:

$$dl = \frac{s_l}{\left(-\frac{ds}{dx}\right)_{x=l}} \quad (48)$$

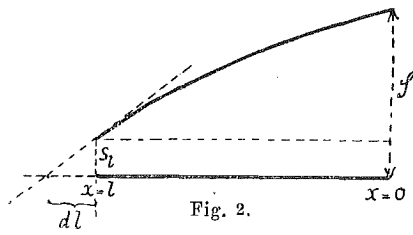


Fig. 2.

Dieses Verfahren ist natürlich um so genauer, je kleiner s_i ist. (Vergl. Fig. 2.)

Bei jeder Stabkombination ist also auch die Temperatur in den Endflächen zu messen; dann hat man nach (47) die Werte $\left(-\frac{ds_1}{dx_1}\right)_{x_1=l_1}$ und $\left(-\frac{ds_2}{dx_2}\right)_{x_2=l_2}$ zu berechnen und schliesslich nach (48) die Längen $l'_1 = l_1 + dl_1$, $l'_2 = l_2 + dl_2$ zu bestimmen, die dann zur Berechnung von H in (12) an Stelle von l_1 , l_2 einzusetzen sind. —

Zur Berechnung von H nach (12) ist vor allen Dingen notwendig die Kenntnis der Grösse der Wärmeleitfähigkeiten k_1 , k_2 . Da nun k für ein und dieselbe Metallsorte je nach Herkunft und Herstellung stark variieren kann, so wollte ich mich nicht auf die schon vorliegenden Messungen stützen, sondern bestimmte diese Grösse für jedes in Frage kommende Metall. Das geschah nach folgender Methode.

3. Methode zur Messung der Wärmeleitfähigkeit k .

Ich beabsichtigte zuerst diese Messung an den benutzten Stabkombinationen selber vorzunehmen, indem ich die Angström'sche Methode in folgender Weise anzuwenden gedachte.

Der an der Lötfläche auftretende Peltier-Effekt kann nämlich dazu dienen, periodische Temperaturschwankungen in der Kombination hervorzurufen. Denn, lässt man einen konstant gehaltenen Gleichstrom immer in gleichen Zeitintervallen innerhalb der Stabkombination seine Richtung ändern, während die Enden und die Umgebung der Kombination auf konstanter Temperatur gehalten werden, so müssen nach Verlauf einer gewissen Zeit in jedem Querschnitt der Kombination stationär gewordene periodische Temperaturschwankungen auftreten, die — wie man leicht theoretisch nachweisen kann — um den Mittelwert der Temperatur erfolgen, die der Querschnitt annehmen würde, wenn kein Peltier-Effekt vorhanden wäre, d. h. wenn die Kombination von einem Wechselstrom gleicher effektiver Grösse (als der Gleichstrom) durchflossen wäre. Man kann sich dann die Joule'sche Erwärmung ganz fortdenken und hat in jedem Teile der Stabkombination den Fall, dass von einem Stabe das eine Ende periodischen Temperaturschwankungen ausgesetzt ist, während das andere Ende auf konstanter Temperatur gehalten wird. Beobachtet man also ausser dem Temperaturverlauf in der Lötstelle noch denjenigen in je einem benachbarten Querschnitt jedes Stabteiles, so erhält man nach der Angström'schen Methode aus den Amplituden und Phasendifferenzen die Leitfähigkeit beider Stabteile.

Ich habe nach dieser Methode Messungen vorgenommen; doch zeigten sich grosse praktische Schwierigkeiten. Vor allen Dingen wirkte der Umstand sehr störend, dass trotz der sorgfältigsten Einsetzung der Thermoelemente die Abzweigung des Stromes durch Thermoelement- und Galvanometerleitung recht bedeutend war. Zudem lässt die Genauigkeit der Methode zu wünschen, da wegen der verhältnismässig kleinen Längen l_1 und l_2 (s. S. 128) der Abstand der beiden Querschnitte, in denen die Temperatur beobachtet wurde, ziemlich klein gewählt werden musste. Aus diesen Gründen liess ich dieses Verfahren fallen und wandte die Methode der elektrischen Heizung an, eine Methode, auf die schon Herr Professor H. F. Weber¹⁾ hingewiesen hatte und die dann von F. Kohlrausch ausgearbeitet wurde, so dass sie jetzt vielleicht als die genaueste Methode angesehen werden kann. In geringer Abweichung von der durch F. Kohlrausch gegebenen Darstellung ist die Theorie die folgende.

Es sei ein Stab aus dem zu untersuchenden Metall gegeben mit ganz gleichmässigem Querschnitt (z. B. kreisförmigem) und normal zur Stabaxe stehenden ebenen Endflächen. Diese, sowie die ganze Umgebung des Stabes sollen auf konstanter (Kühlwasser-) Temperatur gehalten werden. Schickt man nun einen elektrischen Strom i durch den Stab, so wird die Temperatur in jedem Punkte desselben steigen, bis sie einen stationären Wert erreicht. Diese stationäre Temperatur-Verteilung allein soll zur Bestimmung der Leitfähigkeit dienen und daher betrachtet werden. Ist der Stab nicht gar zu dick, so dürfen die Ebenen senkrecht zur Stabaxe als Flächen gleicher Temperatur angesehen werden, so dass die stationäre Temperatur bloss noch eine Funktion der Abszisse x ist. Diese werde von der Mitte des Stabes an gezählt; die Länge des Stabes sei $2l'$. In zwei Querschnitten symmetrisch zur Stabmitte ist die Temperatur gleich gross, wenn man absieht von dem auftretenden Thomson-Effekt. Wir wählen nun die beiden Querschnitte, die je um 1 cm von den Enden entfernt sind, also die Abszissen $(l' - 1) = l$ und $-(l' - 1) = -l$ haben, und es sei in ihnen die Temperatur $= s_a$.²⁾ Zählen wir dann die Temperaturen s von s_a an, so lautet die Differentialgleichung für die stationäre Temperatur-Verteilung unter der Annahme, dass k, h, ω konstant seien:

$$kq \frac{d^2 s}{dx^2} - hp(s + s_a) + \frac{i^2 \omega}{Jq} = 0, \quad (49)$$

wo die Grössen dieselbe Bedeutung haben, wie die auf Seite 109 angegebene.

¹⁾ Vorlesungen über Wärmeleitung.

²⁾ Die Kühlwassertemperatur als 0° angenommen.

Als Grenzgleichungen treten hinzu:

$$(50) \quad \begin{array}{ll} 1. & x = l \quad : s = 0 \\ 2. & x = -l : s = 0. \end{array}$$

Substituiert man: $s + s_a = s'$,

so wird:

$$(51) \quad kq \frac{d^2 s'}{dx^2} - hp s' + \frac{i^2 \omega}{Jq} = 0,$$

und die Lösung dieser Gleichung ist:

$$(52) \quad s' = \frac{i^2 \omega}{Jqhp} + C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x} ; \quad \lambda = \sqrt{\frac{hp}{kq}}$$

Also ist:

$$(53) \quad s = \frac{i^2 \omega}{Jqhp} - s_a + C_1 e^{\lambda x} + C_2 e^{-\lambda x}.$$

Die Konstanten erhalten nach (50) die Werte:

$$(54) \quad C_1 = C_2 = \frac{s_a - \frac{i^2 \omega}{Jqhp}}{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}}.$$

Setzt man (54) in (53) ein, so erhält man:

$$(55) \quad s = \left[\frac{i^2 \omega}{Jkq^2} - s_a \lambda^2 \right] \left[\frac{(e^{\lambda l} + e^{-\lambda l}) - (e^{\lambda x} + e^{-\lambda x})}{\lambda^2 (e^{\lambda l} + e^{-\lambda l})} \right].$$

Speziell für die Stabmitte wird:

$$(56) \quad s_o = \left[\frac{i^2 \omega}{Jkq^2} - s_a \lambda^2 \right] \left[\frac{e^{\lambda l} + e^{-\lambda l} - 2}{\lambda^2 (e^{\lambda l} + e^{-\lambda l})} \right] = C \left[\frac{i^2 \omega}{Jkq^2} - s_a \lambda^2 \right].$$

Hieraus:

$$(57) \quad k = \frac{i^2 \omega}{Jq^2} \cdot \frac{C}{s_o + Cs_a \lambda^2}.$$

Unter Vernachlässigung der äusseren Wärmeleitung ($h = 0$) wird:

$$(58) \quad k = \frac{i^2 \omega}{Jq^2 s_o} \cdot \frac{l^2}{2} \quad (\text{Formel von Kohlrausch}).$$

Für ω ist natürlich der der Mitteltemperatur des Stabes entsprechende Wert zu nehmen. Bei der Berechnung von k aus (57) nimmt man für k in λ einen Näherungswert.

Da auch Thomson-Effekt im Stabe auftritt, so sind die Temperaturen in den Querschnitten $x = l$ und $x = -l$ nicht genau gleich gross (s_a), und ausserdem verschiebt sich der Querschnitt maximaler Temperatur etwas aus der Mitte des Stabes. Misst man aber diese Temperaturen bei beiderlei Stromrichtung, so hebt sich im Mittelwert die Wirkung des Thomson-Effekts heraus.

Wie bei den absoluten Peltier-Effekt-Messungen, so haben auch hier die Endflächen des Stabes, die unter Wasserkühlung stehen, nicht genau die Temperatur des Kühlwassers, und deshalb ist die Beobachtung von drei Temperaturen erforderlich; andernfalls müsste bloss die Temperatur in der Stabmitte gemessen werden und für l in (58) die Hälfte der Länge des Stabes genommen werden. Es geschah aus praktischen Gründen, dass man nicht die Temperatur in den Endquerschnitten mass, sondern in Punkten, die um je 1 cm von den Enden entfernt waren.

Ausser den drei Temperaturen $(s)_{x=0}$, $(s)_{x=l}$, $(s)_{x=-l}$ müssen zur Bestimmung von k noch bekannt sein ω , q und h .

Bestimmung des Widerstandes. Dieser wurde an dem gleichen Stabe in direktem Anschluss an die Hauptmessungen bestimmt.

Schaltet man nämlich (siehe Fig. 3), während der Stab die durch den Strom i hervorgerufene stationäre Temperatur-Verteilung besitzt, diesem einen grossen Widerstand w_2 und ein Galvanometer mit dem Widerstand w_g parallel, und zwar zwischen den beiden Querschnitten $x = l$ und $x = -l$ des Stabes, in denen die Temperatur gemessen wurde, so trete in dieser Nebenschlussleitung der Strom i_2 auf, im Stabe selbst der Strom i_1 .

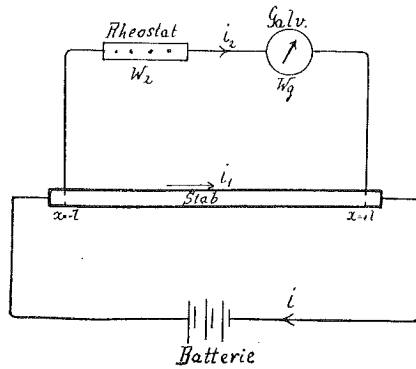


Fig. 3.

Dann ist aber die Spannung zwischen jenen Querschnitten: $\Delta p = i_2 (w_2 + w_g)$; und wenn der Widerstand des Stabes verschwindend klein ist gegenüber w_2 (was immer der Fall war, denn w_2 betrug mehrere hundert Ohm), so wird $i_1 = i$, also der Widerstand des Stabes zwischen jenen Querschnitten: $w = \frac{\Delta p}{i} = \frac{i_2 (w_2 + w_g)}{i}$, entsprechend der Mitteltemperatur des Stabes. Der zu dieser Temperatur gehörende spezifische Widerstand wäre dann: $\omega = \frac{w \cdot q}{2l}$; doch brauchen wir zur Berechnung von k diesen gar nicht, denn die Gleichung (57) lässt sich auch schreiben in der Form:

$$k = \frac{i^2 w}{2 J q l} \cdot \frac{C}{s_o + C s_a \lambda^2} \tag{59}$$

Hiermit ist gleichzeitig erreicht worden, dass q nur noch in der ersten Potenz auftritt, was die Genauigkeit der Methode erhöht.

Es wurde für jede Stromstärke i , die zu den Temperaturmessungen im Stabe diente, die zugehörige Widerstandsmessung vorgenommen, so dass der Temperaturkoeffizient des Widerstandes gar nicht bekannt zu sein brauchte.

Zur Kontrolle der Messungen wurde jedoch der spezifische Widerstand noch an einem bedeutend längeren Stück des von der gleichen Stange geschnittenen Metalls sowie der Temperaturkoeffizient bestimmt, indem man dieses Stabstück zuerst in ein Wasserbad von Lokaltemperatur und dann in schmelzendes Eis brachte und nach der obigen Methode die Widerstände ermittelte.

Der Querschnitt der Stäbe. Für die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeiten sowie für die Messung des Peltier-Effekts muss der Querschnitt der Stäbe resp. der einzelnen Stabteile genau bekannt sein. Hier wie dort wurde er daher, ausser mit dem Dickenmesser, aus der Dichte, Masse und Länge des Stabes bestimmt. Die Dichtemessung geschah nach der hydrostatischen Methode. Ist m das Gewicht eines Stückes des zu untersuchenden Metalls in Luft, m' sein Gewicht in Wasser von u^0 , q_w die Dichte des Wassers bei dieser Temperatur, q_L die Dichte der Luft bezogen auf Wasser, so ergibt sich die Dichte q des Metalls aus:

$$(60) \quad q = \frac{m}{m - m'} (q_w - q_L) + q_L.$$

Da die Dichtebestimmung sehr genau ausgeführt werden kann, so bekommt man auf diese Weise den Querschnitt auch genau: $q = \frac{M}{l \cdot q}$ (M = Masse, l = Länge des Stabes).

Bei der Messung sowohl von k als von II ist endlich noch die Grösse der äusseren Wärmeleitfähigkeit h zu ermitteln. Sie wurde nach der folgenden bekannten Methode bestimmt.

4. Methode zur Messung der äusseren Wärmeleitfähigkeit h .

Es werde ein Körper mit der Masse M , der Oberfläche O und der spezifischen Wärme c in ein Gefäss mit konstanter Temperatur u_a hineingehängt, nachdem man ihn zuerst auf eine Temperatur $u_o > u_a$ gebracht hat, und man lasse ihn dort sich abkühlen. Hat der Körper einen relativ grossen Koeffizienten der inneren Wärmeleitung und nicht zu grosse Dimensionen, so können wir annehmen, dass in jedem Zeitmoment t alle Teile des Körpers auf gleicher Temperatur sind. Diese Annahme ist in unseren Fällen ohne weiteres gestattet, da die untersuchten Körper Metalle und in Stabform von geringer Dicke

waren (s. S. 128). Macht man nun die Annahme, dass der Koeffizient der äusseren Wärmeleitung eine Konstante ist, so liegt der Abkühlung die folgende Differentialgleichung zu Grunde:

$$hO(u - u_a) dt = Mc(-du) \quad (61)$$

oder
$$\frac{hO}{Mc} \cdot dt = -\frac{du}{u - u_a}. \quad (62)$$

Die Integration liefert:

$$\frac{hO}{Mc} \cdot t = -\lg(u - u_a) + C, \quad (63)$$

und weil für $t = 0: u = u_0$ ist, so wird: $C = \lg(u_0 - u_a)$.

Also wird:

$$\frac{hO}{Mc} t = \lg\left(\frac{u_0 - u_a}{u - u_a}\right). \quad (64)$$

Beobachtet man nun die Temperatur u in gleichen Zeitintervallen Δt , so dass $t_1 \dots u_1, t_2 \dots u_2$ u.s.w. entspricht, so wird:

$$\frac{hO}{Mc} \Delta t = \lg\left(\frac{u_n - u_a}{u_{n+1} - u_a}\right), \quad (65)$$

also:

$$h = \frac{Mc}{O \cdot \Delta t} \log\left(\frac{u_n - u_a}{u_{n+1} - u_a}\right) \cdot 2,303, \quad (66)$$

wenn mit Brigg'schen Logarithmen gerechnet wird.

Diesen Entwicklungen liegt, wie oben erwähnt, die Annahme zu Grunde, dass h unabhängig von der Temperatur sei. Das ist aber, wie schon S. 117 bemerkt worden ist, in unseren Fällen keineswegs zutreffend. (Alles Nähere s. S. 139 ff. bei der Ausführung der Messungen.)

II. Methode zur Messung der elektromotorischen Kraft der Stabkombinationen.

Um vergleichbare Resultate zu erhalten, muss die Messung von $\frac{dE}{dU}$ (s.S. 105) genau an den gleichen Exemplaren der Stabkombinationen, für die der Peltier-Effekt bestimmt wurde, ausgeführt werden und zwar auch unter Anwendung des gleichen Bereichs der absoluten Temperatur U .

Es wurde daher nach erfolgter Peltier-Effekt-Messung die Stabkombination zu einem Thermokreis vervollständigt, indem man an den Enden der Kombination Drähte aus den gleichen Metallen, welche die Kombination enthielt, anlötete und den Kreis durch ein Galvanometer mit dem Widerstand w_g und einen Rheostaten (w) schloss.

Die Zusammenstellung wird ersichtlich aus Fig. 4, welche die auf eben genannte Weise behandelte Kombination Eisen-Konstantan zeigt.

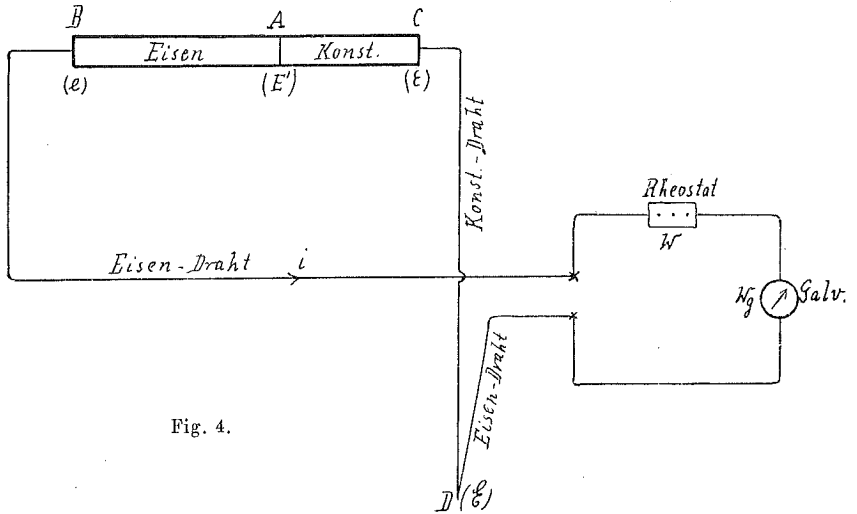


Fig. 4.

Möglicherweise sind die Metalldrähte thermoelektrisch nicht genau gleichwertig den Stabteilen aus dem gleichen Metall, so dass dann ausser der in der Lötfläche A herrschenden $E.M.K.$ ($= E'$) und \mathcal{E} in D noch kleine $E.M.K.K.$: e in B und ε in C auftreten. Die übrigen kleinen Kontakt- $E.M.K.K.$, die sonst noch im Thermokreis vorkommen sollten, werden zeitlich konstant gehalten durch Isolierung der Kontaktstellen, so dass wir sie bei der folgenden Überlegung ausser Acht lassen können.

Ist zuerst der ganze Thermokreis auf der gleichen Temperatur 0° , so ist die $E.M.K.$ des Thermokreises:

$$(67) \quad E_o = E'_o + \mathcal{E}_o + e_o + \varepsilon_o = 0 \quad ; \quad i = 0.$$

Bringt man dann die Lötfläche A sukzessive auf die Temperaturen $u_1, u_2, u_3 \dots$, während man dafür sorgt, dass B, C, D auf 0° bleiben, so erhält man durch jeweilige Messung der auftretenden Stromstärke i , wenn der Widerstand des Thermokreises $w + w_g + w_e$ ist:

$$(68) \quad E_u - E_o = i(w + w_g + w_e)$$

als Funktion der Temperatur u in A , daraus dann $\frac{d(E_u - E_o)}{du} = \frac{dE}{dU}$.

Man erkennt leicht, dass das gemessene $\frac{dE}{dU}$ für den vorliegenden aus Stäben und Drähten bestehenden Thermokreis genau den gleichen Wert hat wie dasjenige, das sich ergeben würde, wenn die Querschnitte B und C direkt aneinander gelötet und auf der Temperatur 0°

gehalten wären, also wie der Wert $\frac{dE}{dT}$, der in der Gleichung von Thomson-Clausius-Budde (S. 105) auftritt.

Der Bereich der Temperatur u braucht bloss die bei den Peltier-Effekt-Messungen vorkommenden Temperaturen zu umfassen. (Alles Nähere bei der Ausführung der Messungen S. 151 ff.)

B. Die Ausführung der Messungen, ihre Berechnung und ihre Resultate.

I. Die Dimensionen der untersuchten Stäbe und Kombinationen.

Da sowohl bei der Π - als bei der k -Bestimmung bloss die stationäre Temperatur-Verteilung zur Messung benutzt wurde, so war zu wünschen, dass es nicht zu lange währte, bis diese jeweiligen erreicht war. Die Stäbe durften also nicht zu lang gewählt werden. Dieses war aber noch aus einem andern Grunde geboten. Weil nämlich die äussere Wärmeleitung h eine Grösse ist, die experimentell nicht sehr genau ermittelt werden kann, müssen die Dimensionen der Stäbe so gewählt werden, dass h keinen zu grossen Einfluss auf ihre Temperatur-Verteilung hat. Wie sich nun aus den Formeln (12) S. 111 und (57) S. 122 ergibt — und wie es eigentlich auch selbstverständlich ist — ist das dann der Fall, wenn $\lambda l = \sqrt{\frac{hp}{kq}} \cdot l$ möglichst klein ist. Hiernach sollten also die Längen nicht zu gross und die Querschnitte nicht zu klein sein; und das muss umsomehr berücksichtigt werden, je kleiner die Wärmeleitfähigkeit des Metalls ist. Deshalb wurden bei den verschiedenen Stabkombinationen die Längen der beiden Stabteile nicht gleich gross, sondern etwas mit Rücksicht auf ihre Leitfähigkeit gewählt. Bei der Π -Bestimmung durften die Querschnitte auch deshalb nicht zu klein gewählt werden, weil sonst ein nicht ganz genaues Zusammenpassen der zusammengelöteten Flächen beider Stabteile vielleicht einen ziemlich grossen Fehler hätte verursachen können. Andererseits wollte ich die Querschnitte auch nicht zu gross wählen, da sonst der Stromverbrauch sehr bedeutend ausgefallen wäre und — wenigstens bei dem schlecht leitenden Konstantan — die Flächen gleicher Temperatur nicht mehr Ebenen gewesen wären.

Die genauen Werte der dementsprechend gewählten Dimensionen der Stäbe und Stabteile gibt Tabelle 1 an.

In l_1 bezieht sich der Index 1 auf das in der Kombination zuerst genannte Metall, der Index 2 in l_2 auf das an zweiter Stelle stehende.

Tabelle 1.

Für die Π -Bestimmung			Für die k -Bestimmung			
Kombination	l_1	l_2	q	Metall	$2l'$	q
Eisen-Konstantan	9,84	6,20	1,042 _s	Eisen	16,20	1,108 _s
Kupfer-Nickel . .	15,00	8,00	0,941 _s	Kupfer	23,10	0,941 ₁
Kupfer-Konstantan	16,10	7,00	0,940 _s	Nickel	16,20	0,947 ₆
				Konstantan . .	16,20	1,780 ₄

Einheit: cm; $2l'$ = Länge des Stabes.

II. Über Anordnungen und Apparate, die bei den Messungen benutzt wurden.

Es soll hier eine ganz schematische Darstellung der Messanordnung gegeben werden, wie sie bei den Peltier-Effekts- und Leitfähigkeits-Messungen gebraucht wurde. Fig. 5 zeigt die Kühlvorrichtung im Ausgussbecken und die Stromzuleitung; Fig. 6 zeigt die

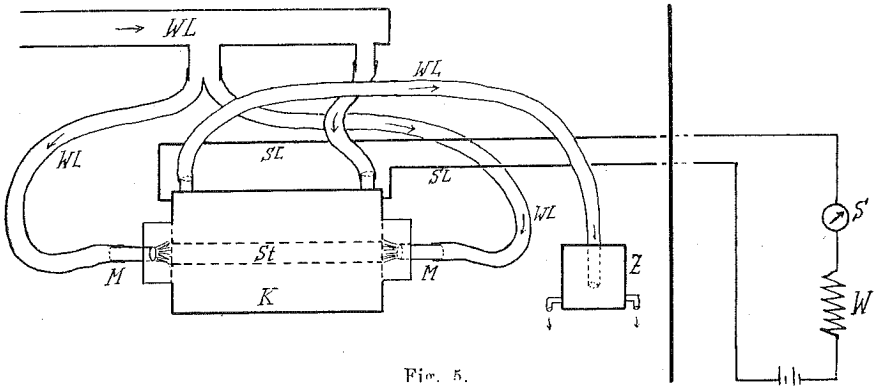


Fig. 5.

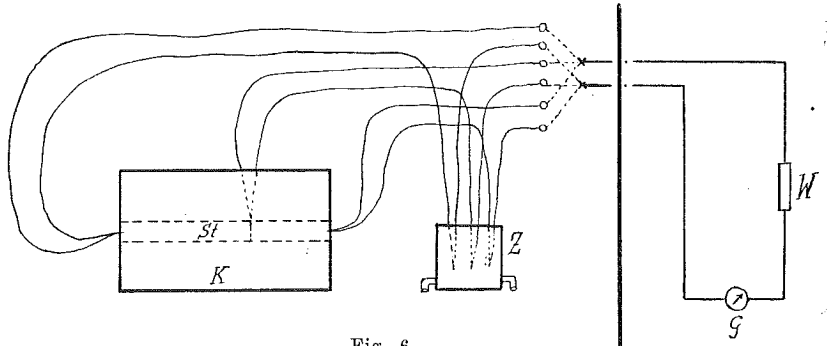


Fig. 6.

- | | | |
|------------------------|-----------------------|---------------------------|
| K = Kühlgefäß | SL = Stromleitung | S = Siemens-Strommesser |
| St = Stabkombination | Z = Zinkgefäß | G = Galvanometer |
| WL = Wasserleitung | M = Messingröhrchen | W = Rheostat |

Anordnung der die Temperatur in den Stäben messenden Thermo-elemente (speziell für den Fall einer Peltier-Effekt-Messung) und die anschliessende Galvanometerleitung. Die nähere Beschreibung der einzelnen Teile findet man in diesem Kapitel.

Die Kühlgefässe. Um die bei der II - und k -Bestimmung nach S. 108 und S. 121 vorgeschriebenen Grenzbedingungen für die Stabkombinationen resp. die Stäbe zu realisieren, wurden zwei Kühlgefässe hergestellt, die sich nur durch verschiedene Länge von einander unterschieden; diese Längen waren entsprechend den nach Tabelle 1, S. 128 angegebenen Dimensionen gewählt zu 23 cm und 16 cm. Die Gefässe bestanden aus zwei doppelwandigen Halb-Kreiszyindern, die mit je zwei Röhrchen versehen waren, um das Kühlwasser zu- und abfliessen zu lassen. Beide Halbzylinder konnten mittelst eines Scharniers so zusammengeklappt werden, dass sie bis auf einen offen bleibenden Schlitz (um die Thermo-elemente durchzulassen) einen doppelwandigen Hohlzylinder bildeten, dessen innerer Durchmesser 7 cm und dessen äusserer Durchmesser 13 cm betrug. Auf die ringförmigen Endflächen wurden elektrisch gut isolierende Kautschuk-Ringe von zirka $\frac{1}{2}$ cm Dicke geklebt.

Bevor nun die Stäbe in das Kühlgefäss gebracht wurden, lötete man auf die Enden des Stabes resp. der Stabkombinationen $\frac{1}{2}$ bis 1 mm dicke Kupferplatten mit gleichem Durchmesser, als der des Kühlgefässes betrug, aber so, dass die Enden des Stabes zuerst in eine genau passende Bohrung in den Platten gesteckt und dann nur die Ränder des Bohrloches mit dem Stab verlötet wurden und zwar auf der Seite der Platten, die gegen die Mitte des Stabes gekehrt war. An die Kupferplatten waren noch kurze dicke Kupferdrahtstücke gelötet zur bequemeren Zuleitung des Stromes und niedere zylindrische Kupferstreifen, um das gegen die Enden des Stabes spritzende Kühlwasser günstig abfliessen zu lassen. Die ganze Apparatur wurde dann über das Kühlgefäss geschoben, so dass, nachdem dieses zugeklappt worden, die Axe des Stabes mit der Axe des Kühlgefässes zusammenfiel. Der offen bleibende Schlitz wurde mit Watte zugestopft. Die dem Stabe aufgelöteten Kupferplatten wurden vom Kühlgefäss gestützt durch kleine an den Endflächen angebrachte Haken. Gewöhnlich schlossen sich die Kupferplatten ganz eng den Endflächen des Kühlgefässes an, so dass man eine Luftströmung zwischen hindurch nicht zu befürchten hatte.

Das Kühlgefäss kam dann in ein Ausgussbecken zu stehen. Gegen die Enden des Stabes liess man mittelst Messingröhrchen (M in Fig. 5), die ungefähr gleich weit waren, als die Stabdicke be-

trug, und an Stativen fest eingeklemmt wurden, das Kühlwasser in möglichst kräftigem Strahle spritzen. Mit Rücksicht auf die Grösse des Wasserbeckens und seines Abflussrohres durfte allerdings die Wassermenge 0,5 Liter pro Sekunde für jedes Stabende nicht überschritten werden.

Von der gleichen Wasserleitung, die das Wasser für die Stabenden lieferte, wurde das Wasser entnommen, das, durch den Kühlmantel fliessend, die Umgebung des Stabes auf konstanter Temperatur zu halten hatte. Nachdem es beide Hälften des Kühlgefässes passiert hatte, floss es mittelst eines Schlauches in ein kleines mit zwei Abflussröhrchen versehenes Zinkgefäss (s. Fig. 5) von 12 cm Höhe und 11 cm Durchmesser, in welchem sich die eine Lötstelle der benutzten Thermo-elemente befand. Dieses Gefäss war stets bis zum Rande mit Wasser gefüllt, dessen Temperatur aber um weniges von derjenigen des gegen die Enden der Stäbe spritzenden Kühlwassers abwich, da beim Passieren des Kühlgefässes die Temperatur um einiges stieg. Diese Temperaturdifferenz machte sich natürlich um so mehr bemerkbar, je grösser der Unterschied zwischen Kühlwasser- und Lokaltemperatur war, d. h. am meisten im Winter, da jene 4° , diese 17° betragen konnte. Doch wurde diese Differenz bei den Messungen genau in Rechnung gezogen.

Eine Hauptbedingung bei den Messungen bestand darin, dass die Temperatur des Kühlwassers während längerer Zeit absolut konstant blieb und zwar — weil oft ganz kleine Temperaturdifferenzen (bis zu 1° hinunter) gemessen werden mussten — konstant bis auf ein paar Hundertstel eines Grades. Das war nun immer der Fall, wenn nachts gearbeitet wurde, indem dann die Temperatur sich oft während einer halben Stunde oder noch längerer Zeit kaum um $\frac{1}{100}^{\circ}$ änderte. Tagsüber dagegen trat jedes Mal, wenn von derselben Haupt-Wasserleitung in einem anderen Zimmer Wasser abgenommen wurde, eine plötzliche Änderung der Temperatur ein, die recht erheblich sein konnte (oft $\frac{1}{10}^{\circ}$ und mehr). Aus diesem Grunde wurde vorgezogen, die *II*- und *k*-Messungen gewöhnlich nachts zwischen 7 und 12 Uhr auszuführen, zu einer Zeit, da auch äussere Einflüsse von den übrigen Laboratorien her nicht störend auf das Galvanometer wirkten und da die Lokaltemperatur auch im Winter ziemlich konstant blieb; (die Heizung verursachte tagsüber starke Schwankungen).

Die Kühlwasser-Temperatur wurde mit einem Haak'schen Normal-Thermometer, das hundertstel Grade abzulesen gestattete, gemessen.

Die Thermo-elemente. Die Messung der Temperaturen in den Stäben geschah mittelst Thermo-elementen aus Eisen-Konstantan. Da keine grösseren Temperaturdifferenzen als 15° bei den Messungen vorkamen, so kann man als sicher annehmen, dass die elektro-

motorische Kraft des Thermoelements proportional der Temperaturdifferenz der Lötstellen ist. Die Drähte durften nicht zu dünn gewählt werden, weil der Widerstand der Elemente sonst eine zu kleine Grad-Empfindlichkeit am Galvanometer hervorgerufen hätte. Der benutzte Eisendraht war isoliert und 0,25 mm dick (ohne Isolation), der Konstantendraht war z. T. blank (für die Messungen mit Schlauch isoliert) z. T. isoliert und 0,25 mm dick (ohne Isolation). Um andererseits eine durch die relativ grossen Querschnitte der Drähte bedingte Wärmeableitung durch die Thermoelemente zu vermeiden, wurden die Drähte, bevor man sie zusammenlötete, an ihren Enden mit der Feile etwas zugespitzt. — Die Lötstellen wurden in die Stäbe eingestemmt, ein Verfahren, das sich am zweckmässigsten erwies. Die Bohrlöcher für die Thermoelemente waren 1,5 mm tief und 0,5 mm weit.

Die zweite Lötstelle eines Thermoelements, die stets auf Kühlwassertemperatur in einem kleinen Gefäss (*Z* in Fig. 5, S. 128), gehalten wurde, durfte nicht ohne weiteres in das fließende Kühlwasser gesetzt werden, denn 1. wäre durch die mechanische Einwirkung des bewegten Wassers auf die Lötstelle eine störende elektromotorische Kraft aufgetreten und 2. hätte folgender andere Umstand grosse Fehler verursacht. Fließt nämlich ein Strom durch den zu untersuchenden Stab, oder ist dieser auch bloss mit einem Pol einer Akkumulatorenbatterie verbunden, während der andere Pol nicht genügend von der Erde isoliert ist, so wird, weil der Stab ein anderes Potential als die Erde hat und weil durch das Thermoelement und das Kühlwasser eine leitende Verbindung vorhanden ist, ein kleiner Strom vom Stab zur Erde hin auftreten, von dem ein Teil auch durch das mit dem Thermoelement verbundene Galvanometer fließen und dort wegen der grossen Empfindlichkeit einen störenden Ausschlag verursachen wird. Wie Versuche darüber gezeigt haben, konnte derselbe bis 300 Skalenteile betragen und war natürlich veränderlich.

Um beide Fehlerquellen zu beseitigen, wurden die nackten Lötstellen der Thermoelemente in ganz dünnwandige, 6 mm weite und 14 cm lange Glasröhrchen gesetzt, die unten beim Zuschmelzen in eine Spitze ausgezogen worden waren und mit dem sehr guten Isolator Petroleum angefüllt wurden. Die Lötstelle kam ganz in die Spitze zu stehen. Die Glasröhrchen standen zirka 10 cm tief im Kühlwasser und man konnte sicher sein, dass die Lötstellen genau die Temperatur des Kühlwassers hatten.

Doch wenn jetzt auch keine Erdverbindung durch das Kühlwasser vorhanden war, so konnte doch — wie weitere Versuche zeigten — die oben genannte Störung nur schon dadurch hervorgerufen werden,

dass das Thermoelement in seinen verschiedenen Teilen oder das Galvanometer und seine Leitung nicht genügend von der Erde isoliert waren. Es wurde deshalb das Galvanometer, das auf einer Holzkonsole stand, auf Porzellan-Isolatoren gestellt und die ganze Galvanometerleitung, der dem Galvanometer vorgeschaltete Widerstand und die Thermoelement-Drähte mit Hülfe von Paraffin gänzlich von der Erde isoliert. Nach Anwendung dieser Massregeln konnte gar kein störender Einfluss mehr am Galvanometer konstatiert werden.

Um störende thermoelektrische Kräfte innerhalb der Thermoelement-Kreise nach Möglichkeit zu vermeiden, wurden die Stellen, wo die Eisendrähte der Thermoelemente an die Kupferleitungen zum Galvanometer gelötet waren, neben einander gelegt und gut in Watte eingehüllt. Die genannten Kupferleitungen führten zu Quecksilber-Näpfchen, die in ein Glasgefäss mit Deckel eingesetzt waren, um vor Luftströmungen geschützt zu sein. Von diesen Quecksilber-Näpfchen führte dann eine Kupferleitung zum Galvanometer (vergl. Fig. 6, S. 128).

Beim Einstimmen der Thermoelemente in den Stab wurde darauf geachtet, dass die Ebene, welche die in der Lötstelle dicht neben einander liegenden Drähte bildeten, stets normal zur Stabaxe zu stehen kam. Doch auch so konnte nicht vermieden werden, dass ein Teil des grossen durch den Stab fliessenden Stromes sich durch die Galvanometerleitung abzweigte. Bei der Untersuchung über die Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke wirkt dieser Umstand nicht störend, weil diese Abzweigung proportional der Stromstärke ist, ebensowenig bei der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit, weil sich dort der Fehler durch Kommutieren des Stromes heraushebt; wohl aber braucht man die Grösse des abgezweigten Stromes zu kennen bei der absoluten Peltier-Effekt-Messung (s. S. 144).

Es wurde auch besonders darauf geachtet, dass die Thermoelemente rings um das Bohrloch herum gleichmässig stark eingestemmt wurden, denn man könnte vermuten, dass bei nur teilweiser Berührung der Lötstelle mit dem Stabe störende Peltier-Effekte auftreten könnten. Ich glaube zwar, dass diese Befürchtung unbegründet ist, wie folgende Überlegung zeigen soll.

Wir wollen annehmen, die Berührung des Lotes der Lötstelle des Thermoelements mit der Wandung des Bohrloches sei nur partiell. Die Stromlinien, die bei Fehlen des Bohrloches parallel zur Stabaxe verlaufen würden, werden jetzt in der Umgebung des Loches gekrümmt. Ein Teil des ganzen Stromes wird mit bestimmt grosser Dichte durch einen gewissen Teil q der Berührungsfläche vom Stab zur Lötstelle fliessen und einen gewissen Peltier-Effekt hervorrufen; dieser Teil des Stromes muss aber notwendigerweise, weil wir stationären Zustand

haben, durch irgend einen andern Teil q' der Berührungsfläche, wenn auch mit anderer Dichte, wieder von der Lötstelle zum Stabe fließen und ruft dabei einen gleich grossen, dem Vorzeichen nach aber entgegengesetzten Peltier-Effekt als vorhin hervor, da bekanntlich der Peltier-Effekt ganz unabhängig von der Grösse der Berührungsfläche ist. Das Resultat ist also, dass beide Peltier-Wirkungen sich gegenseitig aufheben.

Die Aichung der Thermoelemente geschah immer direkt im Anschluss an die Hauptmessungen, indem die ganze Messanordnung stehen gelassen und nur an Stelle des Gefässes, das die Lötstellen in den Glasröhrchen enthielt (Z in Fig. 6), ein 24 cm hohes, 20 cm weites mit Watte umhülltes Kupfergefäss gesetzt wurde, in welches ein anderes 20 cm hohes, 12 cm weites Kupfergefäss zu stehen kam. Das Wasser, das sich in beiden Gefässen befand, wurde um zirka 7° über Kühlwassertemperatur erwärmt, und die Lötstellen der Thermoelemente in den Glasröhrchen kamen in das innere der beiden Gefässe zu stehen. Man wählte eine so kleine Temperaturdifferenz (7°), damit die Aichung bei möglichst gleichem Widerstande der Galvanometerleitung, als der bei der Hauptmessung benutzte betrug, vorgenommen wurde. Es mussten also die Temperaturen der beiden Lötstellen sehr genau gemessen werden. Zur Bestimmung der Temperatur des Kühlwassers, auf der sich die Lötstelle im Kühlgefäss befand, diente, wie schon erwähnt, ein Haak'sches Normalthermometer, das bis 30° zeigte und hundertstel Grade genau abzulesen gestattete. Im Wasserbad befand sich ein Tonnelot'sches Thermometer, das bis 50° zeigte und ebenfalls in zehntel Grade eingeteilt war. Beide Instrumente wurden untereinander und mit noch zwei anderen Normalthermometern verglichen und die Korrektionskurven bestimmt. Das Haak'sche Thermometer hatte ziemlich grosse und zwar unregelmässige Korrekturen, während das Tonnelot'sche recht genau zeigte.

Die Stromleitung. Als Stromquelle für die Messungen an den Stäben und Stabkombinationen dienten 4 grosse Akkumulatoren mit je 700 Ampèrestunden Kapazität, von denen entweder alle vier oder zwei Gruppen zu je zwei parallel geschaltet waren. Der grösste Strom (bei Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit von Kupfer), der aus ihnen entnommen wurde, betrug 300 Ampères.

Von den Akkumulatoren aus leiteten dicke bifilar geführte Kupferkabel den Strom zu einem Messtisch und von dort zum Ausguss und den zu untersuchenden Stäben. Ausser einem ganz groben Regulierwiderstand, zu dem unter Umständen auch noch ein Wellblech-Widerstand geschaltet wurde, befand sich im Stromkreis ein von mir

selbst konstruierter Rheostat, der aus einem kreisförmigen in zwei Quecksilber-Rillen spielenden Doppeldraht aus Kupfer bestand und zu äusserst feiner Regulierung des Stromes diente. Je nach Grösse des Stromes nahm man dünneren oder dickeren Kupferdraht. Ein Regulierwiderstand mit Schleifkontakt erwies sich nämlich der veränderlichen Übergangswiderstände wegen zur feinen Regulierung als ganz unbrauchbar; und bei meinen Messungen lag ja ein Haupterfordernis darin, die Stromstärke während längerer Zeit ganz konstant zu halten.

Die Stromstärke musste sowohl bei der H - als bei der k -Bestimmung (bei letzterer kommt ja i im Quadrat vor) sehr genau gemessen werden. Dazu diente ein Präzisions-Siemens-Milli-Ampèremeter mit verschiedenen Nebenschlüssen (z. T. mit Wasserkühlung), das immer wieder von Zeit zu Zeit genau geaicht wurde sowohl durch Vergleichung mit anderen Präzisions-Siemens-Milli-Ampèremetern, deren Korrekturen genau bekannt waren, als auch mit zwei Thomson'schen Stromwagen. — Das Instrument war genügend weit vom Galvanometer entfernt und blieb immer am gleichen Platz.

Die magnetische Wirkung des Stromkreises auf das Galvanometer verursachte immer einen Ausschlag von einigen Skalenteilen, doch kam diese Störung nicht in Betracht, da nur stationäre Temperaturzustände beobachtet wurden.

Das Galvanometer. Da es sich bei den Messungen meistens um Temperaturdifferenzen von bloss ein paar Graden handelte, war ein recht empfindliches Galvanometer erforderlich. Ich benutzte ein astatiches aperiodisches Galvanometer von Hartmann und Braun mit vier Spulen, dessen Empfindlichkeit durch äussere Astasierung noch bedeutend erhöht wurde, so dass sie ungefähr $3,7 \times 10^{-8}$ betrug, d. h. ein Strom von $3,7 \times 10^{-8}$ Ampères bewirkte einen Ausschlag von 1 mm an der Fernrohrskala, wenn diese 180 cm vom Galvanometer-Spiegel entfernt war. Die Ablesung der Galvanometer-Ausschläge geschah immer mit Fernrohr, Spiegel und Skala nach Poggendorff's Methode. Da die Astasierung und Kupferdämpfung sehr gross war, musste nach Schliessung des Galvanometerkreises immer zirka $1\frac{1}{2}$ Minuten gewartet werden, bis der konstant gewordene Ausschlag abgelesen werden konnte. Die elastische Nachwirkung des Fadens war nicht bedeutend, indem sie nach den grössten vorkommenden Ausschlägen (300 mm) höchstens 1 mm Ausschlag bewirkte. Der Widerstand des Galvanometers, die Zuleitung mitgerechnet, betrug $9^{\circ}10$ bei 16° .

Die Einrichtung wurde so getroffen, dass die sämtlichen Ausschläge am Galvanometer nur nach der einen Seite der Skala, zu

den grossen Zahlen hin, erfolgten. Es musste also diese Hälfte der Skala genau graduiert, d. h. die Abweichung der Grösse der Ausschläge von der Proportionalität mit dem durch das Galvanometer fliessenden Strom bestimmt werden.

Dies geschah in der ersten Zeit so, dass man das Galvanometer, nachdem man ihm einen sehr kleinen Widerstand parallel geschaltet hatte, in Serie mit einer grossen Tangentenbussole (bei der die auf die Tangente reduzierten Ausschläge genau proportional den hindurchfliessenden Strömen waren) und mit einem Regulierwiderstand in einen Stromkreis schaltete und eine Reihe von Ausschlägen am Galvanometer mit den entsprechenden an der Tangentenbussole verglich. Späterhin wurde jedoch nur nach der folgenden Methode graduiert, die wohl bedeutend genauer ist.

Fig. 7 zeigt die Schaltung: w' ist ein genau bekannter kleiner Widerstand von $\frac{1}{19}\Omega$, w der Widerstand eines genauen Stöpselrheostaten von Siemens und Halske bis $10\,000\Omega$. Wählen wir i ungefähr = 1 Ampère, gemessen an einem Präzisions-Siemens-Milli-Ampèremeter, so muss wegen der grossen Empfindlichkeit des Galvanometers der Widerstand w sehr gross gewählt werden (ein paar Tausend Ohm), und da die Ströme i und i'' sich umgekehrt wie die Widerstände w' und $w + w_g$ verhalten, so kann ohne weiteres $i = i''$ gesetzt werden. Lässt man jetzt i stets konstant und variiert w so, dass man die Ausschläge 50, 100, 150, 200, 250, 300 mm am Galvanometer erhält, so bleibt auch die Spannung zwischen den Enden von w' praktisch konstant, und es ist also i'' indirekt proportional zu $w + w_g$.

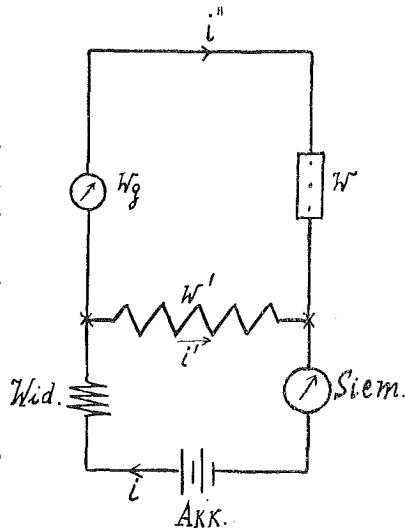


Fig. 7.

Verglich man nun $w + w_g$ mit den zugehörigen Ausschlägen, so erhielt man im Sommer andere Werte für die an den Ausschlägen anzubringenden Korrekturen als im Winter. Nahm man als Normalausschlag 150 mm an, so konnte diese Differenz bei 300 mm 1 bis 2 mm betragen. Das rührt jedenfalls daher, dass die Torsions-Konstante des Fadens am Galvanometer vom Feuchtigkeitsgehalt der Luft des Zimmers abhängt. Im Winter war die Luft von der Heizung her recht trocken, im Sommer dagegen, weil das Laboratorium im

Kellergeschoss lag, recht feucht. — Es wurde daher die Graduierung immer wieder von Zeit zu Zeit vorgenommen.

Die Empfindlichkeit ε des Galvanometers wurde ebenfalls mit der Versuchsanordnung, die Fig. 7 zeigt, bestimmt. Wie man leicht erkennt, ist:

$$\varepsilon = \frac{w' \cdot i}{(w + w_g) \times \text{Galv. Ausschlag}}$$

— Zur Vermeidung störender Thermokräfte waren sämtliche Klemmen des Galvanometers in Watte gehüllt.

Da meistens nachts gearbeitet wurde, kamen Widerstandsänderungen des Galvanometers infolge von Temperaturschwankungen im Lauf einer Beobachtungsserie nicht vor.

III. Die einzelnen Messungen und ihre Berechnung.

1. Die Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit k .

Vergl. die in Fig. 5 u. 6, S. 128 angegebene Versuchsanordnung.

Die Wärmeleitfähigkeit k wurde an Stäben bestimmt, die von denselben 1 m langen Stangen geschnitten waren, welche die Stäbe für die Peltier-Effekt-Messungen lieferten.

Zuerst wurde an einem kleinen Stück des zu untersuchenden Metalls die Dichte bestimmt nach der S. 124 angegebenen Methode.

Nachdem dann der Stab auf die S. 128 festgesetzten Dimensionen abgedreht worden war, wurde seine Masse, Länge und Dicke gemessen. Dann wurden die Kupferplatten auf die Enden aufgelötet (s. S. 129), die drei Thermolemente eingestemmt — in die Mitte (Querschnitt II) und je 1 cm von den Enden des Stabes entfernt (Querschnitt I und III) — und das Ganze in das passende Kühlgefäß eingesetzt. Es erfolgte dann die Anordnung, wie sie Fig. 5 und Fig. 6, S. 128 zeigen.

Zirka eine Stunde nach Öffnen des Kühlwasserhahnes, als die Temperatur des Wassers sicher konstant geworden war, wurde für jedes der drei Thermolemente der Ausschlag am Galvanometer abgelesen, der dann als Korrektion an den späteren Ableisungen anzubringen war. Diese Korrektion betrug, falls der dem Galvanometer vorgeschaltete Widerstand = 0^{Ω} war, immer zirka 2 mm wegeu der kleinen Temperaturdifferenz zwischen den beiden Lötstellen der Thermolemente (S. 130) und wegen der kleinen thermoelektrischen Störungen im Galvanometerkreis.

Nachdem dann der Strom i geschlossen war, musste man bei dem schlechtesten Leiter (Konstantan) zirka $1/2$ Stunde warten, bis

der stationäre Temperaturzustand eingetreten war — bei Kupfer war dieser schon nach wenigen Minuten erreicht — und während dieser Zeit wurde die Stromstärke genau reguliert und die Kühlwassertemperatur kontrolliert. Natürlich konnte die Zeit bis zum Eintritt des stationären Zustandes verkürzt werden, indem man zuerst einen grösseren Strom anwandte, den man dann nach und nach verkleinerte und schliesslich konstant hielt.

Dann erfolgte die Ablesung der stationär gewordenen Ausschläge am Galvanometer.

Darauf Kommutieren des Stromes und Ablesung der neuen Ausschläge.

Dann wurde, ohne den Strom zu unterbrechen, die Widerstandsmessung des Stabes vorgenommen, ebenfalls bei beiderlei Stromrichtung, nach der S. 123 angegebenen Methode. Zum Anschluss der Querschnitte I und III des Stabes an die Galvanometerleitung dienten natürlich die Drähte der dort eingestemmtten Thermoelemente.

Darauf erfolgte Wiederholung der Messungen mit einer zweiten resp. dritten Stromstärke.

Darauf Aichung der Thermoelemente nach S. 133.

Darauf Vergleichung der bei den obigen Messungen benutzten Widerstände des Galvanometerkreises.

Um nämlich stets passend grosse Ausschläge am Galvanometer zu bekommen, waren bei den obigen Messungen je nach der Stromstärke verschieden grosse Widerstände dem Galvanometer vorgeschaltet gewesen, und da die Aichung der Thermoelemente immer nur bei einem solchen von 20° vorgenommen wurde, so mussten alle in Frage kommenden Widerstände des Galvanometerkreises mit einander verglichen werden, um die Ausschläge zu reduzieren. Das geschah nun so, dass man, ohne die oben benutzte Messanordnung zu ändern, nur an Stelle des Kühlwassergefässes Z in Fig. 6 ein Wasserbad setzte von gleicher Art wie bei der Aichung der Thermoelemente (s. S. 133) und bei einer passend grossen Temperatur desselben die Ausschläge am Galvanometer bei Vorschaltung der verschiedenen benutzten Widerstände beobachtete und miteinander verglich.

Schliesslich erfolgte Bestimmung der Empfindlichkeit ϵ des Galvanometers nach S. 136.

Über die Provenienz der Metalle, die untersucht wurden, seien noch folgende Angaben gemacht:

Das Eisen stammte von einer Zürcher Firma und war gewöhnliche Handelsware und zwar gezogenes Flusseisen. Das Kupfer wurde mir als reines elektrolytisches Kupfer von einer ausländischen

Firma geliefert. Das Nickel und Konstantan stammte von Basse und Selve in Altena, Westfalen; ersteres ist als rein geliefert worden.

Resultate. In den Tabellen 2—4 sind die Resultate der oben beschriebenen Messungen zusammengestellt.

Zunächst gibt Tabelle 2 die Massen, Dichten und Dimensionen der Stäbe an:

Tabelle 2.

Material	M	$2l'$	$2l$	ρ	q_ρ
Eisen	140,69	16,20	14,20	7,836	1,108 ₃
Konstantan	256,01	16,20	14,20	8,876	1,780 ₄
Kupfer	192,57	23,10	21,10	8,858	0,9411
Nickel	133,24	16,20	14,17	8,679	0,9476

Hierin bedeutet:

M die Masse des Stabes,

$2l'$ die Länge des Stabes,

$2l$ die Länge des Stabes zwischen Querschnitt I und III,

ρ die Dichte des Stabes,

q_ρ den aus der Dichte ρ berechneten Querschnitt des Stabes.

Tabelle 3 enthält die Resultate der Temperatur-Messungen, die im Winter vorgenommen wurden bei einer Kühlwassertemperatur von 6° bis 8°:

Tabelle 3.

Material	i	s^{II}	s_a	s_o	w	u	$\frac{i^2}{s_o}$
Eisen . . .	100,45	5,137	1,292	3,845	0,0001665	7,1	2624
	120,33	7,432	1,867	5,565	0,0001681	8,5	2602
Konstantan .	54,90	5,956	1,526	4,430	0,0003916	11,7	680,4
	62,34	7,532	1,875	5,657	0,0003928	12,8	687,0
Kupfer . . .	220,5	2,167	0,604	1,563	0,00004208	9,7	31100
	281,4	3,595	1,049	2,546	0,00004227	10,3	31100
Nickel . . .	80,57	5,886	1,616	4,270	0,0002110	12,7	1521
	100,30	9,112	2,493	6,619	0,0002128	15,2	1520

Hierin bedeutet:

i die Stärke des Erwärmungsstromes in Ampères,

s^{II} die Temperatur in der Mitte des Stabes und zwar der Mittelwert für beiderlei Stromrichtung (die Kühlwassertemperatur als 0° angenommen),

s_a den Mittelwert aus den Temperaturen in den Querschnitten I und III, ebenfalls im Mittel für beiderlei Stromrichtung (Kühlwassertemperatur als 0° angenommen),

- s_o die Differenz $s^{II} - s_a$,
 w den Widerstand des Stabes zwischen I und III in Ohm,
 u die Mitteltemperatur des Stabes in Celsiusgraden, berechnet aus $u = u_k + s_a + \frac{2}{3} s_o$, wo u_k die Kühlwassertemperatur in Celsiusgraden ist. —

Von den verschiedenen Einzelmessungen sei als weiteres Beispiel eine im Sommer aufgenommene Beobachtungsserie bei $u_k = 13^{\circ}$ angeführt.

Tabelle 4.

Material	i	s^{II}	s_a	s_o	w	u	$\frac{i^2}{s_o}$
Eisen . . .	94,51	4,919	1,324	3,595	0,0001736	17,1	2485
	114,50	7,204	1,932 ₅	5,272	0,0001748	18,5	2486
Kupfer . . .	282,0	3,666	1,114 ₅	2,551	0,00004292	16,1	31170
Nickel . . .	74,50	4,995	1,259	3,736	0,0002159	17,6	1486
	90,53	7,346	1,849	5,497	0,0002170	18,4	1491

Zur Bestimmung von k (und Π) ist erforderlich:

Die Bestimmung der sog. „Konstanten“ der äusseren Wärmeleitfähigkeit h .

Die Messung geschah nach der S. 124 f. beschriebenen Methode. Da h abhängig ist von der Form und den Dimensionen des Körpers sowie von der Grösse und Gestalt des Luftraumes zwischen dem sich abkühlenden Körper und dem Kühler, so wurden die gleichen oben benutzten Stäbe, nachdem man die Kupferplatten an ihren Enden und die Thermoelemente in den Querschnitten I und III entfernt hatte, zur h -Bestimmung benutzt, indem man sie mittelst zweier Baumwollfäden in ein Kühlgefäss hängte, das ganz die gleichen Dimensionen hatte, wie das bei den vorigen Messungen benutzte, nur dass es einige Zentimeter länger war, damit der Stab frei hängen konnte. Die Enden des Gefässes wurden durch Kupferplatten abgeschlossen, gegen die dann das Kühlwasser spritzte.

Es soll hier wiedergegeben werden ein Abkühlungsversuch für den Eisenstab.

Die Daten des Stabes waren: Masse $M = 140,7$ gr; Oberfläche $O = 62,7$ cm²; spezifische Wärme $c = 0,105$.

Waren beide Lötstellen des Thermoelements auf gleicher (Kühlwasser-) Temperatur, so betrug der Ausschlag am Galvanometer 1,5 mm, der als Korrektion δ an allen Ablesungen anzubringen ist.

In der folgenden Tabelle bedeutet:

x den Ausschlag am Galvanometer in mm, abgelesen alle $\frac{1}{2}$ Minute,

x' den nach der Graduierungskurve des Galvanometers und um δ korrigierten Wert von x ,

$\Delta \log x'$ die Differenz der Werte $\log x'$, wenn man den ersten mit dem neunten, den zweiten mit dem zehnten (Intervall 4 Minuten) usw. kombiniert,

u die Temperatur des Stabes, die Kühlwassertemperatur als 0° genommen.

Die Kühlwassertemperatur betrug $3^\circ 9$ Celsius.

Tabelle 5.

Zeit	x	x'	$\log x'$	$\Delta \log x'$	$\Delta \log x'$ Mittel	u
1 ^h 40' 30''	306,8	307,6	2,4880			7,92
41 0	299,9	300,8	4783			
30	293,1	294,1	4685			
42 0	286,8	287,9	4592			
30	280,2	281,4	4493			
43 0	274,0	275,2	4396			
30	268,0	269,3	4302			
44 0	262,0	263,4	4206			
30	256,3	257,8	4113	0,0767		6,64
45 0	251,0	252,5	4023	0760		
	245,9	247,5	3936	0749		
	240,2	241,8	3835	0757		
	235,3	237,0	3747	0746	0,0744	
	230,4	232,1	3657	0739		
	225,5	227,2	3564	0738		
	221,0	222,7	3477	0729		
	216,4	218,2	3389	0724		5,62
	212,0	213,8	3300	0723		
	207,7	209,5	3212	0724		
50 0	203,3	205,1	3120	0715		
	199,3	201,2	3036	0711	0,0712	
	195,3	197,2	2949	0708		
	191,3	193,2	2860	0704		
	187,6	189,5	2776	0701		
	183,9	185,8	2690	0699		4,78
	180,2	182,2	2605	0695		
	176,7	178,7	2521	0691		
	173,2	175,2	2435	0685		
	169,9	171,9	2353	0683	0,0684	
55 0	166,6	168,6	2269	0680		
	163,4	165,4	2185	0675		
	160,2	162,2	2101	0675		
	157,1	159,1	2017	0673		4,09
	154,1	156,1	1934	0671		
	151,1	153,1	1850	0671		

Tabelle 5 (Fortsetzung).

Zeit	x	x'	$\log x'$	$\Delta \log x'$	$\Delta \log x'$ Mittel	u
2h 0' 0''	148,4	150,4	2,1772	0,0663	0,0659	3,53
	145,9	147,9	1700	0653		
	142,9	144,9	1611	0658		
	140,1	142,1	1526	0659		
	137,8	139,8	1455	0646		
	135,2	137,2	1374	0643	0,0636	
	132,9	134,9	1300	0634		
	130,1	132,1	1209	0641		
	127,8	129,8	1133	0639		
	125,2	127,2	1045	0655		
2 5 0	123,0	125,9	1000	0611	0,0627	3,05
	120,9	122,9	0896	0630		
	118,8	120,8	0821	0634		
	116,5	118,5	0737	0637		
	114,2	116,2	0652	0648		
	112,2	114,2	0577	0632	0,0627	
	110,5	112,5	0512	0621		
	108,4	110,4	0430	0615		
	106,4	108,4	0350	0650		
	104,7	106,7	0282	0614		
2 10 0	102,9	104,9	0208	0613	0,0627	2,65
	101,0	103,0	0128	0609		
	99,1	101,1	0048	0604		
	97,3	99,3	1,9969	0608		
	95,9	97,9	9908	0604		

Wie die Tabelle 5 zeigt, nehmen die Werte $\Delta \log x'$ stark ab, während sie nach der S. 124 f. gegebenen Theorie konstant bleiben sollten, [dort sind sie bezeichnet mit $\log \left(\frac{u_n - u_a}{u_{n+1} - u_a} \right)$]. Es war also dort unzulässig, h als konstant anzusehen, trotzdem der in Betracht kommende Temperaturbereich bloss 8° beträgt.

Es wurde nun so verfahren, dass man je 8 Werte $\Delta \log x'$ zu einem Mittelwert vereinigte und ebenso die ihnen entsprechenden Temperaturen u . Berechnet man dann für jeden dieser Werte h nach der Gleichung:

$$h = \frac{Mc}{O \cdot \Delta t} \Delta \log x' \cdot 2,303,$$

so findet man nach Konstruktion der Kurve $h = f(u)$ die in Tabelle 6 zusammengestellten Werte:

Tabelle 6.

$u^1)$	h	Einheiten:	cm gr sek 1° C
1°	0,0001240		
3	1380		
5	1560		
7	1719		

Die an den Stäben Kupfer, Nickel und Konstantan vorgenommenen Messungen von h ergaben gleich starke Abnahmen von $\Delta \log x'$, und ihre Werte von h stimmen recht nahe mit den in Tabelle 6 angegebenen überein; kleine Abweichungen von diesen erklären sich natürlich aus der Verschiedenartigkeit des Materials und den kleinen Unterschieden in den Dimensionen der Stäbe. Die Resultate sollen hier nicht angegeben werden.

Berechnung der Leitfähigkeiten k .

Zur Berechnung von k wurden jeweils diejenigen Werte von h genommen, die einer Mitteltemperatur des Stabes (s. Tab. 3 und 4) entsprachen. Unter Benützung der Tabellen 3 und 4 und einer Reihe weiterer hier nicht angegebener Beobachtungsserien erhielt man dann nach Formel (59) S. 123 die folgenden Mittelwerte für k :

Tabelle 7.

Material	k	u	Einheiten: cm gr sek 1° C
Eisen . .	0,1537	9,3°	
	0,1512	17,8	
Konstantan	0,05325	12,1	
Kupfer . .	0,8523	9,7	
	0,8552	16,1	
Nickel . .	0,1259	12,0	
	0,1252	18,0	

u bedeutet die Mitteltemperatur des Stabes wie in Tabelle 3 und 4.

Tabelle 7 zeigt, dass der Temperaturkoeffizient von k jedenfalls recht klein ist, wenn auch die Versuche wegen des kleinen Temperatur-Intervalls keine genaue Bestimmung desselben gestatten.

Jäger und Diesselhorst²⁾ finden in ihrer ausgezeichneten Arbeit über Wärmeleitung ebenfalls recht kleine Temperaturkoeffizienten für reine Metalle. Für Konstantan geben sie den Wert — 0,0024 an.

¹⁾ u entspricht im Elementargesetz [$dW = h \cdot \sigma (u - u_a) dl$] die Grösse $(u - u_a)$.

²⁾ Wiss. Abhandl. der phys.-techn. Reichsanstalt **3**, 270, 1900.

2. Die Bestimmung des Peltier-Effekts.

Es wurde zuerst eine ganze Reihe von Versuchen unter Benützung der variablen Temperatur-Verteilung zur Prüfung der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke vorgenommen. Den Messungen lagen zu Grunde die Formeln (37) und (38), S. 115. Doch müssen diese Versuche viel weniger genaue Resultate ergeben als die bei dem stationären Temperaturzustand vorgenommenen. Denn erstens sind die Werte $(v_+ - v_-)$ und $(u_+ - u_-)$ stets kleiner als $s_+ - s_-$, und da wegen der Trägheit der Galvanometernadel immer zirka $1\frac{1}{2}$ Minuten nach erfolgtem Stromschluss gewartet werden musste, bis mit den Ablesungen begonnen werden konnte, so waren die Werte von $v_+ - v_-$ z. B. dann schon viel kleiner geworden im Vergleich zum Wert $s_+ - s_-$ (das natürlich um so mehr, je rascher der stationäre Zustand erreicht wurde). Zweitens aber musste die Stromstärke, da sie meistens recht gross war, immer wieder reguliert werden, um sie konstant zu halten; es war daher nicht gut erreichbar, Galvanometer-Ablesungen in gleichen Zeitintervallen zu erhalten.

Endlich können diese Versuche in einfacher Weise nur zur Untersuchung der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke, nicht aber zur absoluten Peltier-Effekt-Messung dienen. Aus diesen Gründen glaube ich von der Mitteilung der diesbezüglichen Messungen absehen zu können.

Es sollen also bloss die beim stationären Temperatur-Zustand vorgenommenen Messungen besprochen werden, denen die Gleichungen (12) und (14), S. 111 zu Grunde liegen. —

Am zweckmässigsten wäre gewesen, $\Delta S = S_+ - S_-$ direkt zu bestimmen, d. h. nicht aus den Einzelmessungen von S_+ und S_- . Man hätte sich dazu zwei genau gleiche Exemplare der zu untersuchenden Stabkombinationen hergestellt und in ihre Lötflächen je eine Lötstelle ein und desselben Thermoelements eingestemmt. Hätte man dann beide Stäbe in Serie, aber gegen einander (z. B. Eisen-Konstantan, Konstantan Eisen), geschaltet und einen Strom hindurchgeschickt, so hätte das Thermoelement gleich den Wert von ΔS angegeben. Durch Kommutieren des Stromes hätte man eventuelle Verschiedenheiten der beiden Stabkombinationen eliminiert. Doch in diesem Falle wäre eine recht grosse Abzweigung des Stromes durch die mit dem Thermoelement verbundene Galvanometerleitung aufgetreten, die, wie Versuche zeigten, auch nicht vermieden werden konnte durch isoliertes Einstemmen des Thermoelements.

Es mussten also die Grössen S_+ und S_- jede für sich bestimmt werden, indem man denselben Strom zuerst in der einen,

dann in der entgegengesetzten Richtung durch dieselbe Stabkombination schickte.

Dieselben Messungen dienten sowohl zur Untersuchung der Frage nach der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke als auch zur absoluten-Peltier-Effekt-Messung. Die Messanordnung war die in Fig. 5 und 6, S. 128 gegebene.

Der Gang der Messungen war nun folgender:

Nachdem die beiden Stabteile einer Kombination sorgfältig abgedreht waren auf die S. 128 angegebenen Dimensionen, so dass sie möglichst gleichen Querschnitt hatten, und nachdem ihre Massen, Längen und Dicken gemessen waren, wurden sie mit Zinnlot aneinander gelötet, indem man die zu lötenden Flächen zuerst verzinnte und darauf achtete, dass sie genau auf einander passten. Nach Auflöten der stromzuführenden Kupferplatten wurden die Thermoelemente eingestemmt, eines in der Lötfläche

(II) der Stabkombination und je eines in den Endflächen I und III derselben, wie in Fig. 8. Da die Drähte der beiden letzteren Thermoelemente immer in direkter Berührung mit dem Kühlwasser waren,

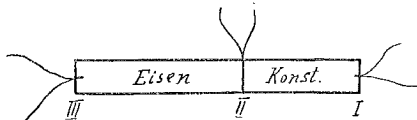


Fig. 8.

so mussten sie ganz besonders gut paraffiniert sein.

Es wurde dann zunächst die Grösse der Strom-Abzweigung bestimmt, die ein durch die Kombination fließender Strom in der mit den Thermoelementen verbundenen Galvanometerleitung verursachte (vergl. S. 132). Dazu liess man das Kühlwasser aus je zwei Röhren in sehr kräftigem Strahle gegen die Querschnitte I, II, III spritzen und sorgte dafür, dass auch der übrige Teil des Stabes unter Kühlwasser zu stehen kam. Benutzte man dann nicht zu starke Ströme und schickte sie ausserdem in der Richtung durch die Kombination, dass sie einen negativen Peltier-Effekt in der Lötfläche hervorriefen, so erhielt man im Galvanometer-Ausschlag die den angewandten Strömen entsprechenden Abzweigungen, da eine Temperaturänderung im Stabe durch den Strom ausgeschlossen war. So konnte man die dem Strome 1 Ampère entsprechende Abzweigung bestimmen.

Nachdem dann die Stabkombination in das Kühlgefäss gebracht worden und die Anordnung wie in Fig. 5 und 6 getroffen war, verfuhr man ganz ähnlich wie bei der k -Messung, nämlich:

1. Beobachtung der Galvanometer-Ausschläge für die Thermoelemente in I, II, III bei Stromlosigkeit der Kombination, nachdem die Kühlwassertemperatur konstant geworden war.

2. Beobachtung der stationär gewordenen Ausschläge für die Thermoelemente in I, II, III bei beiderlei Stromrichtung. [Der stationäre Zustand trat im ungünstigsten Fall (Eisen-Konstantan) zirka $\frac{1}{2}$ Stunde nach Stromschluss ein.]

3. Vergleichung der bei obigen Messungen im Galvanometerkreis benutzten Widerstände.

4. Aichung der Thermoelemente.

5. Wiederholung der gleichen Messungen für andere Stromstärken.

Die Tabellen 8, 9, 10 enthalten als Beispiel je eine Beobachtungsreihe für 3 Kombinationen.

I. Eisen-Konstantan.

Tabelle 8.

i	s_{\pm}^I	S_{\pm}	s_{\pm}^{III}	ΔS	$\frac{\Delta S}{i}$	U
+ 9,92	+ 0,020 ₅	+ 1,383	+ 0,010 ₅	2,393	0,2412	285,4
—	— 0,034	— 1,010	— 0,031 ₅			
+ 20,03	+ 0,053	+ 3,143	+ 0,044	4,776	0,2385	286,0
—	— 0,036	— 1,633	— 0,025			
+ 29,85	+ 0,087	+ 5,176	+ 0,080	7,067	0,2367	286,8
—	— 0,036	— 1,891	— 0,014			
+ 39,81	+ 0,140	+ 7,592	+ 0,126	9,414	0,2365	288,1
—	— 0,020	— 1,822	+ 0,016			
					0,2382	286,6

$u_k = 12^{\circ}, 2.$

II. Kupfer-Nickel.

Tabelle 9.

i	s_{\pm}^I	S_{\pm}	s_{\pm}^{III}	ΔS	$\frac{\Delta S}{i}$	U
+ 31,90	+ 0,045 ₄	+ 0,928 ₁	+ 0,032 ₈	1,299 ₅	0,04073	285,6
—	— 0,005	— 0,371 ₁	+ 0,022 ₇			
+ 64,88	+ 0,125	+ 2,445	+ 0,120	2,614	0,04030	286,4
—	+ 0,011	— 0,169 ₁	+ 0,106			
+ 98,52	+ 0,245	+ 4,611	+ 0,286	3,995	0,04055	287,3
—	—	+ 0,616 ₂	—			
+ 130,54	+ 0,403	+ 7,240	+ 0,497	5,298	0,04059	287,9
—	+ 0,152	+ 1,942	+ 0,432			
					0,04054	286,8

$u_k = 12^{\circ}, 3.$

III. Kupfer-Konstantan.

Tabelle 10.

i	s_{\pm}^I	S_{\pm}	s_{\pm}^{III}	ΔS	$\frac{\Delta S}{i}$	U
+ 39,88	+ 0,131	+ 2,946	+ 0,092	3,297	0,08266	286,6
-	- 0,014	- 0,351	+ 0,122			
+ 54,85	+ 0,208	+ 4,687	+ 0,140	4,502	0,08208	287,5
-	+ 0,014	+ 0,185	+ 0,220			
+ 70,00	+ 0,307	+ 6,793	+ 0,239	5,745	0,08208	288,2
-	+ 0,504	+ 1,048	+ 0,338			
					0,08227	287,4

$$u_k = 12^{\circ}, 3.$$

In diesen Tabellen bedeuten:

i die Stromstärke in Ampères, positiv genommen, wenn der Strom von dem erstgenannten zum zweitgenannten Metall fließt; bei dieser Richtung war der Peltier-Effekt stets positiv,

$s_{\pm}^I, S_{\pm}, s_{\pm}^{III}$ die stationären Temperaturen in I, II, III bei beiderlei Stromrichtung, die Kühlwassertemperatur als 0° genommen,

$$\Delta S = S_{+} - S_{-},$$

U die zu S_{+} und S_{-} gehörende mittlere absolute Temperatur,

u_k die Kühlwassertemperatur in Celsiusgraden.

Die Angaben s_{\pm}^I und s_{\pm}^{III} fallen z. T. etwas anders aus, als man vielleicht erwartet hätte; vergl. z. B. die Werte s_{\pm}^{III} bei Eisen-Konstantan für die drei ersten Stromstärken, wo man eher einen positiven Wert vermuten würde. Das kommt aber daher, dass in I und III noch kleine Peltier-Effekte auftreten, die von der Berührung der stromzuführenden Kupferplatten mit der Kombination herrühren.

Wie bei der k -Bestimmung, so ist auch bei der Messung von II eine Messung von h erforderlich. Sie geschah in ganz gleicher Weise wie dort: Man beobachtete die Abkühlung an Stäben von den Dimensionen und dem Material der Stabkombinationen. Mehrere der bei den k -Bestimmungen vorgenommenen diesbezüglichen Messungen konnten auch hier benutzt werden wegen der nahen Übereinstimmung der Dimensionen einzelner zur k -Messung benutzten Stäbe und einzelner Stabkombinationen (vergl. Tab. 1, S. 128).

Berechnungen.

Es sollen zunächst die Korrekturen für l_1 und l_2 der beiden Teile der Stabkombination bestimmt werden, die bedingt werden

durch den Umstand, dass die Enden der Stabkombination nicht genau die Kühlwassertemperatur besitzen (vergl. S. 119 f.).

Dazu berechnet man zuerst mit Hilfe der Tabellen 8, resp. 9, 10 nach Formel (47) die Werte $\left(-\frac{ds_1}{dx_1}\right)_{x_1=l_1}$ und $\left(-\frac{ds_2}{dx_2}\right)_{x_2=l_2}$ für jede vorkommende Temperatur-Verteilung (jede Stromstärke) und dann nach Formel (48) die zugehörigen Werte von dl_1 und dl_2 . Dabei findet man, dass für die verschiedenen Stromstärken die dl_1 resp. dl_2 bei ein und derselben Kombination nur wenig von einander verschieden sind. Man kann daher die Mittel bilden $\overline{dl_1}$, $\overline{dl_2}$ und erspart sich so die Mühe, den komplizierten Bruch in Gleichung (12) S. 111 für jede Stromstärke extra berechnen zu müssen. So erhält man folgende Tabelle:

Tabelle 11.

Kombination	q	l_1	l_2	$\overline{dl_1}$	$\overline{dl_2}$	$l'_1 = l_1 - 0,05 + dl_1$	$l'_2 = l_2 - 0,05 + dl_2$
Eisen-Konstantan	1,042 ₃	9,84	6,20	+ 0,27	+ 0,06	10,06	6,21
Kupfer-Nickel	0,941 ₅	15,00	8,00	+ 0,75	+ 0,20	15,70	8,15
Kupfer-Konstantan	0,9408	16,10	7,00	+ 0,73	+ 0,07	16,78	7,02

Alle Längen sind hier in cm, die Querschnitte (q) in cm² ausgedrückt. Der Index 1 bezieht sich immer auf das erstgenannte Metall, der Index 2 auf das zweitgenannte.

Da die Tiefe der Bohrlöcher für die Thermolemente in den Querschnitten I und III über 1 mm betrug (s. Fig. 8, S. 144), so geben die Werte s_{\pm}^I und s_{\pm}^{III} in Tabelle 8, 9, 10 die Temperaturen für die Querschnitte mit den Abszissen $x_1 = l_1 - 0,05$, $x_2 = l_2 - 0,05$ an. Es ist also l'_1 und l'_2 zu berechnen nach $l'_1 = l_1 - 0,05 + dl_1$; $l'_2 = l_2 - 0,05 + dl_2$, wie es in Tabelle 11 geschehen ist.

Es soll jetzt mit Hilfe der Tabellen 8 und 9 die

Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke

untersucht werden ($\frac{\Delta S}{i} = \text{konstant}$; vergl. S. 108).

Die Werte $\frac{\Delta S}{i}$ stimmen in den Tabellen schon recht schön überein, was auf Proportionalität des Peltier-Effekts mit der Stromstärke schliessen lässt. Doch sollen an diesen Werten noch die auf S. 116 ff. angegebenen Korrekturen angebracht werden.

Die Korrekturen der Tabelle 11 brauchen hierbei nicht berücksichtigt zu werden, da, wie oben erwähnt wurde, die dl_1 resp. dl_2 für verschiedene Stromstärken sehr nahe einander gleich sind.

Man erhält nun die folgenden Tabellen:

1. Eisen-Konstantan.

Tabelle 12.

1	2	3	4	5	6	7	8
9,92	2,393	2,377	2,377	2,382	0,2401	0,2370	0,2377
20,03	4,776	4,776	4,774	4,774	0,2384	0,2380	0,2368
29,85	7,067	7,114	7,109	7,088	0,2375	0,2377	0,2376
39,81	9,414	9,530	9,520	9,450	0,2374	0,2390	0,2371

Erklärung der Tabelle:

Kolonne 1 enthält die Stromstärke in Ampères.

Kolonne 2 enthält die beobachteten Werte von ΔS ($= S_+ - S_-$).

In Kolonne 3 sind diese ΔS korrigiert auf konstanten Wert von h auf die S. 117,⁴ beschriebene Weise. Bei dieser Stabkombination bewirkten 10% Änderung von h eine Änderung von 1% in ΔS .

In Kolonne 4 sind die Korrekturen wegen Thomson-Effekt angebracht nach der S. 117,⁵ beschriebenen Methode. Den Berechnungen wurden zu Grunde gelegt die Messungen von Lecher¹⁾ über den Thomson-Effekt; er erhielt:

$$\text{Eisen: } T = -[1,860 + 0,0206 u - 0,00005 u^2] \times 10^{-6}$$

Konstantan: $T = -[4,73 + 6,10 \times 10^{-3} u - 2,4 \times 10^{-5} u^2] \times 10^{-6}$,
wobei T diejenige Wärmemenge in gr Kal. ist, die ein Strom von 1 Ampère entwickelt, wenn er von einem Querschnitt zu einem andern, dessen Temperatur um 1° tiefer ist, fließt.

In Kolonne 5 sind die Korrekturen auf konstantes II angebracht auf die S. 116,³ f. beschriebene Weise, indem als Normal-Peltier-Effekt derjenige angenommen wurde, der der Mitteltemperatur von S_+ und S_- für $i = \pm 20,03$ entspricht.

Kolonne 6 enthält dann die mit allen genannten Korrekturen versehenen Werte von $\frac{\Delta S}{i}$.

Kolonne 7 und 8 enthalten die auf gleiche Weise korrigierten Werte von $\frac{\Delta S}{i}$, wie sie sich aus einer zweiten und dritten, hier nicht angeführten, Beobachtungsserie ergeben haben.²⁾

Eine Korrektur wegen Veränderlichkeit des spezifischen Widerstandes ω_1 resp. ω_2 mit der Temperatur kommt bei dieser Kombination

¹⁾ Wien. Ber. 114, 1599, 1905.

²⁾ Die Kolonnen 6, 7, 8 in Tab. 12 und 13 dürfen nicht mit einander verglichen werden, da die Korrekturen wegen Stromabzweigung (s. S. 132), die in jeder Beobachtungsserie wieder andere waren, nicht angebracht sind.

nicht in Betracht, denn der Temperaturkoeffizient von Konstantan ist verschwindend klein und derjenige von Eisen kann vernachlässigt werden, da ω_2 zirka 4 mal so gross ist als ω_1 .

Die drei letzten Kolonnen der Tabelle 12 beweisen scharf, dass der Peltier-Effekt für das Stromintervall 10 bis 40 Ampères (Stromdichte 0,1 bis 0,4 Ampères pro 1 mm²) für die Kombination Eisen-Konstantan genau proportional der Stromstärke resp. Stromdichte ist.

2. Kupfer-Nickel.

Tabelle 13.

1	2	3	4	5	6	7	8
31,90	1,299 ₅	1,298	1,297	1,301	0,04078	0,03991	0,03942
64,88	2,614	2,614	2,606	2,606	0,04017	0,03965	0,03900
98,52	3,995	4,011	3,989	3,969	0,04029	0,03980	0,03922
130,54	5,298	5,346	5,284	5,221	0,04000	0,03995	0,03931

Die Bedeutung der einzelnen Kolonnen ist die gleiche wie in Tabelle 12, nur dass in Kolonne 4 die Korrekturen wegen Veränderlichkeit der spezifischen Widerstände auf die S. 116,₁ angegebene Weise angebracht sind, während die Korrekturen wegen Thomson-Effekt ausser Acht gelassen wurden. Die oben genannte Arbeit von Lecher enthält nämlich für Nickel keine Messungen des Thomson-Effekts, und sehr wahrscheinlich ist der Einfluss desselben wie bei Eisen-Konstantan recht klein.

Die drei letzten Kolonnen der Tabelle 13 beweisen scharf, dass bei Kupfer-Nickel der Peltier-Effekt genau proportional der Stromstärke resp. Stromdichte ist für das Stromstärke-Intervall von 30 bis 130 Ampères, also für das Stromdichte-Intervall von 0,3 bis 1,4 Ampères pro 1 mm².

Man wird wohl berechtigt sein, aus diesen Versuchen zu schliessen, dass die Proportionalität zwischen Peltier-Effekt und Stromstärke resp. Stromdichte für jedes beliebige Intervall und bei jeder Stabkombination bestehen wird.¹⁾

Die Tabellen 12 und 13 zeigen, dass der Einfluss der Gesamtheit aller Korrekturen sehr klein ist, was daher rührt, dass die Einzelkorrekturen z. T. positiv z. T. negativ sind. Immerhin war es notwendig, sich über die Grösse der Korrekturen Rechenschaft zu geben.

¹⁾ Die Kombination Kupfer-Konstantan lieferte dasselbe Resultat.

Berechnung des absoluten Wertes von Π .

Man kann für die Berechnung von Π ohne weiteres die unkorrigierten Werte von $\frac{\mathcal{A}S}{i}$ aus Tabelle 8, 9, 10 benützen, indem man das Mittel der zu den verschiedenen Stromstärken gehörenden Werte nimmt, denn die Genauigkeit unserer Methode der Π -Bestimmung ist wohl kaum so gross (s. die Diskussion S. 153 ff.), als dass die Anbringung so kleiner Korrekturen, wie sie Tabelle 12 und 13 zeigen, sich rechtfertigen liesse. Dagegen mussten die Werte von $\mathcal{A}S$ korrigiert werden wegen der durch die Thermoelemente erfolgenden Stromabzweigungen, und diese wurden ja durch einen Extraversuch bestimmt (s. S. 144).

Die Berechnungen nach der Grundgleichung (12) S. 111 unter Benützung der gefundenen Werte von k (S. 142), von h und von l'_1 und l'_2 (Tabelle 11), ergeben nun, wenn man ausser den Resultaten der Tabellen 8, 9, 10 noch weitere hier nicht angeführte Beobachtungsreihen benützt, die folgenden Werte von Π mit ihren zugehörigen absoluten Temperaturen U :

Tabelle 14.

Kombination	Π	U	Einheiten für Π :	gr. Kal. Ampère Sekunde
Eisen-Konstantan	0,003263	287,0		
	0,003137	278,5		
	0,003157	278,7		
Kupfer-Nickel	0,001405	287,4		
	0,001342	279,7		
	0,001334	279,8		
Kupfer-Konstantan	0,002435	288,5		
	0,002431	287,4		

Vereinigt man die Werte für jede Kombination zu einem Mittel, nachdem man sie zuerst auf gleich grosses U reduziert hat (in der Annahme, dass Π proportional U ist), so erhält man:

Tabelle 15.

Kombination	Π	U	Einheiten für Π :	gr. Kal. absolute Stromeinheit Sekunde
Eisen-Konstantan	0,03249 ¹⁾	287,0		
Kupfer-Nickel	0,01385	287,4		
Kupfer-Konstantan	0,02437	288,5		

¹⁾ Lecher, Wien. Ber. 115, 1906 hat mit seinem Kalorimeter für Eisen-Konstantan den Wert gefunden: $\Pi = 0,0337$ bei $U = 293^\circ$. Dem würde entsprechen: $\Pi = 0,0330$ bei $U = 287^\circ,0$.

3. Die Bestimmung von $\frac{dE}{dU}$.

Diese Messung geschah nach der auf S. 125 ff. beschriebenen Methode.

Zur Erwärmung der Lötfläche der Stabkombination auf die Temperaturen $u_1, u_2, u_3 \dots$ wollte ich zuerst einen kleinen elektrischen Ofen benutzen, der 6 cm lang und 4 cm im Durchmesser war, aus zwei Halbzylindern bestand und auf den Stab in der Umgebung der Lötfläche aufgesetzt werden konnte. Doch die Messungen zeigten, dass auf diese Weise keine gleichmässige Erwärmung der ganzen Lötfläche erzielt werden konnte. Derselbe Übelstand zeigte sich auch bei anderen Erwärmungsmethoden, die versucht wurden.

Daher wandte ich schliesslich das Wasserbad an. Ein parallel-epipedisches Gefäss aus Eisenblech von 22 cm Länge, 11 cm Breite und 22 cm Höhe, das zirka 5 Liter Wasser fassen konnte und auswendig durch Watte gegen Wärmeabgabe geschützt war, wurde an seinen Längsseiten mit zwei senkrechten Einschnitten versehen von 12 mm Weite und 10 cm Tiefe. In diese wurde die mit Kupferplatten an den Enden und mit einem Thermoelement in der Lötfläche versehene Stabkombination eingesetzt, und die Einschnitte wurden wasserdicht verschlossen. Dadurch wurde erreicht, dass die Lötfläche der Kombination mitten in ein Wasserbad zu stehen kam, wenn man das Gefäss bis zum Rande mit Wasser füllte. Gegen die Enden der Stabkombination, wo die dieselbe zu einem Thermokreis ergänzenden Drähte angelötet waren, liess man das Kühlwasser spritzen.

Die zweite Lötstelle des Thermoelements und die Lötstelle D des Thermokreises (s. Fig. 4, S. 126) kamen in das kleine mit stets erneutem Kühlwasser angefüllte Gefäss (Z in Fig. 5 und 6, S. 128) zu stehen.

Der Gang der Messungen war nun folgender:

Zuerst wurde der Widerstand von „Th. I“ und „Th. II“¹⁾ ($w_1 + w_g$ und $w_2 + w_g$) mit der Wheatstone'schen Brücke bestimmt. Nachdem dann das Wasserbad auf eine bestimmte Temperatur u gebracht worden war, wurden unter beständigem Umrühren des Bades abwechselnd die Ausschläge x_1 und x_2 für „Th. I“ und „Th. II“ bei passend grossen dem Galvanometer vorgeschalteten Widerständen v_1 und v_2 abgelesen und die Ablesungen zu je einem Mittel vereinigt. Diese Messungen wurden für drei Temperaturen, nämlich $u = \text{ca. } 5^\circ, 10^\circ, 15^\circ$ (Kühlwassertemperatur = 0) durchgeführt. Darauf erfolgte Eichung von „Th. II“ und Bestimmung der Empfindlichkeit ε des Galvanometers.

¹⁾ Es soll der mit der Stabkombination gebildete Thermokreis mit „Th. I“, der mit dem Thermoelement gebildete Kreis mit „Th. II“ bezeichnet werden.

Aus den Ablesungen x_1 erhält man dann die *E. M. K.* von „Th. I“ nach:

$$(E)^{\text{Volt}} = (x_1, \varepsilon)^{\text{Ampères}} \times (w_1 + w_g + v_1)^{\text{Ohm}}.$$

Um aus den Werten x_2 und der Aichung die Temperatur der Lötfläche der Stabkombination zu bekommen, hat man die Ausschläge x_2 auf den bei der Aichung benutzten Widerstand v_2 zu reduzieren.

Die Resultate der Messungen sind in den Tabellen 16, 17, 18 zusammengestellt.

1. Eisen-Konstantan.

Tabelle 16.

x_1	$w_1 + w_g + v_1$	E	x_2	$w_2 + w_g + v_2$	x_2 red. auf $v_2 = 40\Omega$	u	$\frac{E}{u}$
mm	Ω	Volt	mm	Ω	mm	°	
165,4	36,05	0,0002272	178,5	36,24	115,1 ₂	4,788	0,00004745
207,5	55,99	0,0004428	224,6	56,18	224,6	9,341	0,00004740
212,4	85,90	0,0006954	229,9	86,09	352,3	14,65	0,00004746

$$w_1 + w_g = 16,11; \varepsilon = 3,812 \times 10^{-8}; w_2 + w_g = 16,30; 1 \text{ mm} = 0,04159 \text{ bei } v_2 = 40\Omega.$$

$$\text{Mittel: } \frac{dE}{du} = \frac{dE}{dU} = 0,00004744 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Volt} \\ 1^\circ \text{C} \end{array} \right|$$

2. Kupfer-Nickel.

Tabelle 17.

x_1	$w_1 + w_g + v_1$	E	x_2	$w_2 + w_g + v_2$	x_2 red. auf $v_2 = 40\Omega$	u	$\frac{E}{u}$
mm	Ω	Volt	mm	Ω	mm	°	
136,7	20,53	0,0001070	199,0	34,89	126,6 ₅	5,153	0,00002076
233,7	20,53	0,0001829	216,9	54,83	216,9	8,826	0,00002072
237,4	30,50	0,0002760	211,2	84,74	326,4	13,29	0,00002078

$$w_1 + w_g = 10,56; \varepsilon = 3,812 \times 10^{-8}; w_2 + w_g = 14,95; 1 \text{ mm} = 0,04069 \text{ bei } v_2 = 40\Omega.$$

$$\text{Mittel: } \frac{dE}{du} = \frac{dE}{dU} = 0,00002075 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Volt} \\ 1^\circ \text{C} \end{array} \right|$$

3. Kupfer-Konstantan.

Tabelle 18.

x_1	$w_1 + w_g + v_1$	E	x_2	$w_2 + w_g + v_2$	x_2 red. auf $v_2 = 20\Omega$	u	$\frac{E}{u}$
mm	Ω	Volt	mm	Ω	mm	°	
178,5	30,82	0,0002065	223,9	35,27	223,9	5,800	0,00003561
189,7	50,76	0,0003616	249,7	55,21	390,8	10,122	0,00003572
190,9	70,70	0,0005067	255,9	75,15	545,3	14,123	0,00003588

$$w_1 + w_g = 10,88; \varepsilon = 3,754 \times 10^{-8}; w_2 + w_g = 15,33; 1 \text{ mm} = 0,02590 \text{ bei } v_2 = 20\Omega.$$

$$\text{Mittel: } \frac{dE}{du} = \frac{dE}{dU} = 0,00003574 \quad \left| \begin{array}{l} \text{Volt} \\ 1^\circ \text{C} \end{array} \right|$$

Die Quotienten $\frac{E}{u}$ sind bei jeder der 3 Kombinationen so gut wie konstant für die drei verschiedenen Werte von u , so dass also für das benutzte Intervall von 15° die Zunahme der E. M. K. proportional der Temperaturzunahme gesetzt werden kann. Der Mittelwert der $\frac{E}{u}$ ist dann also das gesuchte $\frac{dE}{dU}$.

IV. Zusammenstellung der Resultate.

Stellen wir die Werte von Π und $\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU}$ zusammen, so erhalten wir die folgende Tabelle:

Tabelle 19.

Kombination	Π	U	$\frac{dE}{dU}$	$\frac{1}{J} U \frac{dE}{dU}$
Eisen-Konstantan	0,03249	287,0	4744	0,03254
Kupfer-Nickel	0,01385	287,4	2075	0,01425
Kupfer-Konstantan	0,02437	288,5	3574	0,02464

Einheiten für Π :	gr. Kal.	E ist in absoluten Einheiten ausgedrückt (1 Volt = 10^8 abs.)
	absolute Stromeinheit	
	Sekunde	

Das Gesetz von der Proportionalität zwischen Peltier-Effekt und Stromstärke ist schon S. 149 angegeben worden.

C. Diskussion der Resultate und der Genauigkeit der angewandten Methode.

Die Resultate obenstehender Tabelle 19 stehen in vollem Einklang mit dem Gesetz von Thomson-Clausius-Budde. Doch ist hiermit eine strenge, allgemeine Gültigkeit desselben noch nicht bewiesen, bevor nicht noch eine Reihe anderer Metallkombinationen dasselbe bestätigt; ausserdem müsste wohl auch der Temperaturbereich variiert werden. Ich hoffe, meine Untersuchungen später noch fortsetzen zu können.

Was nun die Eignung der Methode für die vorgenommenen Untersuchungen anbelangt, so ist kein Zweifel, dass mit ihr die Proportionalität des Peltier-Effekts mit der Stromstärke auf's strengste geprüft werden kann, da hierzu nur die Messung der stationären Temperaturen S_+ und S_- in der Lötfläche der Stabkombination und

die Messung des Stromes i erforderlich ist und diese Grössen genau ermittelt werden können. Die nach S. 116 bis 120 anzubringenden Korrekturen sind klein und können ausserdem ebenfalls ziemlich genau bestimmt werden.

Bei der absoluten Peltier-Effekt-Messung kommen dagegen bei Anwendung der beschriebenen Methode mehrere Fehlerquellen in Betracht.

Wohl die wichtigste von diesen bildet der Umstand, dass bei den Stabkombinationen die Lötfläche, deren Grösse für die Temperatur in der Lötfläche besonders massgebend ist, durch das Bohrloch (zur Aufnahme der Lötstelle des Thermoelements) verkleinert und dadurch auch der Stromverlauf gestört wird. Da der Querschnitt der drei Stabkombinationen zirka 100 mm^2 betrug und das Bohrloch $1,5 \text{ mm}$ tief und $0,5 \text{ mm}$ weit war, so betrug die Verkleinerung des Querschnitts zirka 7% . Wie das bei eingestemmter Lötstelle des Thermoelements auf die Temperatur wirkt, lässt sich wohl nicht leicht quantitativ ermitteln, jedenfalls aber werden dadurch die absoluten Beträge von S_+ und S_- eher etwas zu gross werden, also auch Π . Einen Fehler im gleichen Sinne würde ein nicht ganz genaues Zusammenpassen der zusammengelöteten Stabflächen bewirken. Bei der Untersuchung der Frage nach der Abhängigkeit des Peltier-Effekts von der Stromstärke kommen diese Fehlerquellen nicht in Betracht, da es sich hier nur um relative Messungen handelt.

Weitere Fehlerquellen würden Ungenauigkeiten in der k -Bestimmung verursachen. Betrachten wir der Einfachheit halber die Gleichung (13) S. 111 für Π , in der von der äussern Wärmeleitung abgesehen wird:

$$\Pi = \frac{\Delta S q}{2i} \left[\frac{k_1}{l_1} + \frac{k_2}{l_2} \right].$$

Sie zeigt, dass — wenn man die Längen l_1 und l_2 ausser Acht lässt — ein Fehler im Werte der grösseren der beiden Leitfähigkeiten k_1, k_2 einen grösseren Fehler in Π bewirkt, als ein prozentualisch gleich grosser Fehler im Werte der kleineren der beiden Leitfähigkeiten. So resultiert z. B. bei der Kombination Kupfer-Konstantan, wo $k_1 = 0,85$, $k_2 = 0,053$, $l_1 = 16,1$, $l_2 = 7,0$ ist, aus einem Fehler von 1% in k_1 ein solcher von $0,9\%$ in Π , während ein Fehler von 1% in k_2 einen solchen von bloss $0,1\%$ in Π bewirkt. Es musste also vor allen Dingen die Leitfähigkeit von Kupfer und — für die Kombination Eisen-Konstantan — diejenige von Eisen genau gemessen werden.

Als Fehlerquelle bei der Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit kommt vor allen Dingen in Betracht die nie sehr genau zu ermittelnde Grösse der äussern Wärmeleitung und der Umstand, dass

diese, wie unsere Versuche zeigen, ganz wesentlich von der Temperatur abhängt, auch bei ganz kleinen Temperaturdifferenzen. Der Einfluss eines solchen Fehlers ist um so grösser, je kleiner die Leitfähigkeit k des Metalls ist (bei dem Nickelstab z. B. verursachten 10% Fehler in h 0,75% Fehler in k). Andererseits aber braucht auch k , je kleiner sein Wert gegenüber demjenigen des andern Stabteiles ist, um so weniger genau bekannt zu sein zur Berechnung von II , wie oben gezeigt wurde.

Die Veränderlichkeit von h mit der Temperatur wirkt auch bei der Bestimmung von II nach Formel (12) S. 111 als nicht unbedeutende Fehlerquelle. Bei Eisen-Konstantan bewirken z. B. 10% Fehler in h 1% Änderung im Werte von II , bei Kupfer-Nickel dagegen erst 20% Fehler in h .

Trotz der genannten Fehlerquellen halte ich die angewandte Methode für mindestens ebenso genau wie die anderen bis jetzt angewandten Methoden, weil alle eine Rolle spielenden Vorgänge hier möglichst genau in Rechnung gezogen worden sind. Allerdings wird die Methode zuverlässige Resultate nur liefern bei Stabkombinationen, deren Peltier-Effekt nicht unter einer gewissen Grösse liegt; aber das gleiche ist wohl bei allen andern Methoden auch der Fall.
