Zur Absorption der Röntgenstrahlen.

Von

H. Zuppinger.

Die Durchlässigkeit der Stoffe für Röntgenstrahlen ist der Gegenstand einer Reihe von Untersuchungen und Publikationen gewesen. Zum Teil war die Bestimmung der Durchlässigkeit wissenschaftlicher Selbstzweck, wie bei v. Röntgen selbst, dann bei Benoist; andere zeigten ihren Einfluss auf die Bildqualität; Perthes[1]) studierte die Durchlässigkeit tierischer Gewebe zum Zwecke, die therapeutische Tiefenwirkung wissenschaftlich zu begründen. Von allen Autoren wurde bisher als Mass der Durchlässigkeit benützt der Quotient zwischen der durch Absorption verminderten und der unverminderten Strahlenmenge, der noch mit der Dicke der durchstrahlten Stoffschicht zu verbinden war. Schon v. Röntgen hat gefunden, dass die Durchlässigkeit ebenso wohl durch Eigenschaften des Stoffes (Dichte) als der Strahlen (Härte) bestimmt wird.

Der Begriff und die Bemessung der Durchlässigkeit ergibt sich unmittelbar aus den Untersuchungsmethoden, d. h. aus den beobachteten Strahlungsintensitäten. Der Teil der Strahlung, der bei der Durchstrahlung absorbiert wird, wird nicht direkt bestimmt, ist aber durch Subtraktion leicht zu finden, und es erzeugt sich so auch der Begriff des Absorptionsvermögens. Ist nämlich in einer bestimmten Entfernung vom strahlenden Punkte die Intensität der Strahlung gleich J, und es sinkt durch Zwischenschaltung einer absorbierenden Schicht die Intensität an der nämlichen Stelle auf i, so ist $\frac{i}{J}$ die Durchlässigkeit eben dieser zwischengeschalteten Schicht von bestimmter Dicke und aus dem gegebenen Material und zwar für die

[1]) Fortschritte, Röntgenstrahlen VIII, 1.

verwendete Strahlenqualität. Für diese nämliche Schicht und die nämliche Strahlenqualität ist in gleicher Weise $\frac{J-i}{J}$ oder $1 - \frac{i}{J}$ das Absorptionsvermögen. Durchlässigkeit und Absorptionsvermögen sind komplementäre Grössen, die sich zur Einheit ergänzen.

Bereits v. Röntgen hat die Durchlässigkeit der Stoffe auf verschiedene Arten bestimmt und ausgedrückt. Es ist einerseits möglich, die Durchlässigkeit als eine abstrakte Zahl zu erhalten, und das ist ohne Zweifel am ehesten anzustreben. Der Weg zu diesem Ziele ist aber auch der mühsamste, und er wird deshalb nur zur Schaffung einer Grundlage beschritten werden. Andrerseits kann auch die Durchlässigkeit eines Körpers mit derjenigen eines zweiten Körpers verglichen, mit derselben gemessen werden; es resultieren so Relativzahlen, ähnlich den spezifischen Gewichten, während die abstrakten Masszahlen ihr Analogon in den Brechungsexponenten finden. Sobald übrigens für einen Körper die absolute Durchlässigkeit bekannt ist, können die Durchlässigkeiten der andern Körper ebenfalls in absolute Zahlen umgerechnet werden.

Es konnte natürlich nicht genügen, die absolute oder relative Durchlässigkeit eines Körpers aus gegebenem Stoffe und von gegebener Dicke zu kennen; es musste weiter der Zusammenhang zwischen Dicke und Durchlässigkeit aufgesucht werden. Diese Aufgabe ist in gewissem Sinne und mit sehr bemerkenswertem Resultat durch v. Röntgen behandelt worden. Es entstand so der Begriff der äquivalenten Dicke, der besonders von Benoist gepflegt worden ist. Diese Art der Behandlung, die den Vorteil einer einfachern Versuchsanordnung gewährt, entspricht einer Umkehrung der frühern Fragestellung, und liefert direkt vergleichbare Zahlen. Dass so nur relative Zahlen gewonnen werden konnten, ist selbstverständlich. Die Relation zwischen Schichtdicke und Durchlässigkeit kann aber auf diese Weise nicht gefunden werden; dazu gehören Durchlässigkeitsbestimmungen am nämlichen Stoff bei verschiedenen Dicken. In dieser Weise ist schon v. Röntgen vorgegangen, später auch Perthes. Bisher sind, so viel ich sehe, die Ergebnisse dieser Untersuchungsart einfach registriert worden, und zwar als absolute Durchlässigkeiten.

Die rechnerische Bearbeitung zeigt nun, dass die Abhängigkeit der Durchlässigkeit von der Dicke nicht ganz einfacher Natur ist, und sie führt auf eine weitere Grösse, welche ihrem Wesen nach Absorptionsindex oder -exponent heissen kann. Die Einführung dieses Index scheint die Rechnung etwas mühsam zu machen; das ist aber doch nicht der Fall, und irgend ins Gewicht fallen könnte eine umständliche Rechnung nicht, wenn dabei die Darstellung richtig ist und umfassender wird. Der Absorptionsindex wird diesen Forderungen entsprechen, wenn die Voraussetzung zutrifft, dass in dem durchstrahlten Körper jeder Teil der Strahlung nur quantitativ, nicht aber qualitativ sich ändere. Die Richtigkeit dieser Prämisse ist nicht erwiesen, wird aber hier in Analogie zur Absorption der strahlenden Energie vorausgesetzt.

Bei der Aufsuchung der Absorptionsindices erheben sich die gleichen Schwierigkeiten, wie bei allen Untersuchungen an Röntgenstrahlen: die Sekundärstrahlen und das gleichzeitige Auftreten primärer Strahlen von verschiedener Härte. Dadurch werden Störungen bedingt, die sich nicht vollständig beseitigen, aber doch so klein halten lassen, dass die gefundenen Werte praktisch verwendbar sind. Durch die Sekundärstrahlen, welche in der durchstrahlten Schicht entstehen, wird die Grösse i, die Intensität der austretenden Strahlung zu gross, und dadurch fällt die Durchlässigkeit der Schicht zu hoch, ihr Absorptionsvermögen zu niedrig aus. Die Mischung aus härtern und weichern Strahlen, wie sie von der Röhre emittiert wird, erleidet auf ihrem Weg durch eine absorbierende Schicht eine Änderung auch ihrer Zusammensetzung; es tritt eine relative Zunahme der harten Strahlen ein, weil die weicheren stärker absorbiert werden. Das austretende Strahlengemisch ist deshalb von dem eintretenden nicht nur nach Intensität, sondern auch nach Zusammensetzung verschieden, und streng genommen können sie miteinander nicht gemessen werden. Es wird aus diesem Grunde der Quotient $\frac{i}{J}$ ungenau sein. So lange es nicht gelungen ist, die zusammengesetzte Strahlung in ihre Teile zu zerlegen, muss man sich mit dieser Ungenaugigkeit zufrieden geben.

An beiden Schwierigkeiten ändert die Einführung eines Absorptionsindex gar nichts, derselbe wird vielmehr von denselben gerade so afficiert wie die Durchlässigkeit; er wird aber trotzdem sich nützlich erweisen, weil er die Möglichkeit gibt, die Relationen der in Betracht kommenden Faktoren zu einer umfassenderen Darstellung zu bringen.

Bei der medizinischen Verwendung der Röntgenstrahlen scheint es nicht von merklicher Bedeutung zu sein, dass die Strahlen stets gemischt sind. Es herrschen jeweilen Strahlen annähernd gleicher Penetrationskraft so stark vor, dass man das Gemenge unter Umständen als etwas Homogenes betrachten darf. In der Röntgenpraxis ist es also statthaft, auf die strenge Genauigkeit zu verzichten und sich mit Annäherungen zu behelfen. Aber gerade hier besteht ein starkes Bedürfnis, die Durchlässigkeit der Untersuchungsobjekte für die verschiedenen Strahlenhärten und ihre Relation zur Dicke zu kennen. Eben diese Relation lässt sich nur unter Zuhilfenahme des Absorptionsindex ausdrücken. Und unter Beobachtung der nötigen Cautelen ist es auch möglich, praktisch brauchbare Indices aufzustellen.

Vor längerer Zeit habe ich mich daran gemacht, die Absorptionsverhältnisse zu studieren. Die Grundformel, die im folgenden abgeleitet wird, ist, wie ich sehe,[1]) schon längst für die integrale Absorption gemischten Lichtes benützt worden. Ungünstige äussere Verhältnisse haben mich verhindert, eine Reihe von Stoffen auf ihren Absorptionsindex hin zu bearbeiten; immerhin habe ich einige Bestimmungen ausgeführt, aus denen sich wenigstens die Brauchbarkeit der Methoden und die Verwendbarkeit der gewonnenen Resultate zu ergeben scheint. Ich hoffe, dass von anderer Seite diese Untersuchung mit bessern Mitteln aufgenommen werde.

I.

Emittiert die Röntgenröhre ihre Strahlen in den leeren Raum, so ist die Intensität der Strahlung an einem Punkte abhängig von der Entfernung dieses Punktes von der Strahlenquelle. Die Intensität, d. h. die Strahlenmenge, die in der Zeiteinheit auf ein zur Strahlenrichtung senkrechtes Flächenstück vom Inhalt 1 fällt, ist umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes dieses Flächenstückes vom strahlenden Punkt.

Bedeutet r den Abstand von der Strahlenquelle,
J die Intensität im Abstand r,
J_0 die Intensität im Abstand 1,

so ist
$$J = \frac{J_0}{r^2} = J_0 r^{-2}. \tag{1}$$

Aus der Gleichung ist unmittelbar ersichtlich, dass die Intensität J erst bei unendlich grossem Wert von r gleich Null wird. Setzt man für r zunehmende Zahlenwerte ein, so nimmt J oder auch das Verhältnis $\frac{J}{J_0}$ ab, aber diese Abnahme ist nicht proportional der Zunahme von r. Folgende Tabelle veranschaulicht dieses Verhalten.

r	J	Differenz
0,25	16	12,0
0,5	4	2,22
0,75	1,78	0,78
1	1	0,75
2	0,25	
3	0,11	0,14

[1]) Schmidt, physische und math. Geographie. Göttingen 1829.

r	J	Differenz
4	0,063	0,047
5	0,04	0,023
6	0,028	0,014
7	0,02	0,008
8	0,016	0,004
9	0,012	0,004
10	0,01	0,002

Nahe der Strahlenquelle nimmt also die Intensität rascher ab als in grösserer Entfernung.

II.

Beim Durchgang durch ein Medium vermindert sich die Intensität der Strahlen durch Absorption. Um den Einfluss der Absorption gesondert untersuchen zu können, wird vorerst angenommen, es handle sich um parallele Strahlen, d. h. es trete keine Intensitätsverminderung durch Ausbreitung ein. Es sei nun die Intensität der in das Medium eintretenden Strahlen $= J$, in der Tiefe x bestehe die Intensität i. Durchdringen nun in der Tiefe x die Strahlen eine Schicht von der unendlich kleinen Dicke dx, so nimmt die Intensität i ab um den unendlich kleinen Betrag di. Da dx unendlich klein ist, so ist ihm di proportional; sie sind aber entgegengesetzte Grössen, weil dx eine Vergrösserung der Tiefe, di eine Verminderung (der Intensität) bedeutet. Ferner ist di der Grösse i proportional, weil die Intensität sich je um einen bestimmten Bruchteil vermindert. Endlich ist di proportional einem Faktor α, welcher durch die Eigenschaften des Mediums und durch die Qualität der Strahlen bestimmt ist. Es besteht also die Beziehung

(2) $$di = -\alpha\, i\, dx \qquad \text{oder}$$

(3) $$\frac{di}{i} = -\alpha\, dx.$$

Die Grösse α ist der Absorptionsindex, und die Formel sagt aus, dass α das Mass für die relative Intensitätsabnahme $\frac{di}{i}$ ist, welche parallele Strahlen beim Passieren der unendlich dünnen Schicht erleiden.

Durch Integration kommt aus Gleichung (3)

$$\lg i = -\alpha x + C,$$

und weil für $x = O$, d. h. an der Oberfläche des Mediums $i = J$, so ist $C = \lg J$. Es ist also

(4) $$\lg i = \lg J - \alpha x \qquad \text{oder auch}$$

(5) $$i = J \cdot e^{-\alpha x}.$$

Da x die Dicke der durchstrahlten Schicht bedeutet, wird es künftig durch den Buchstaben δ ersetzt werden; e ist die Basis der natürlichen Logarithmen.

Aus der Gleichung (5) ist ersichtlich, dass die Strahlungsintensität i im Sinne einer geometrischen Progression abnimmt, wenn die Dicke δ nach einer arithmetischen Progression wächst. Ganz verschwindet durch die Absorption die Strahlung nicht, bis die Dicke δ unendlich gross ist.

Wird nach Gleichung (5) eine Tabelle angefertigt, so sieht man, dass in den oberflächlichen Schichten die Intensität rascher abnimmt als in den tiefern. Um auch den Einfluss von α zu zeigen, sind dafür zwei Werte, nämlich 0,115 und 0,023 eingesetzt. Bei grösserem α nimmt die Intensität rascher ab.

δ	i		δ	i	
in mm	$\alpha =$ 0,115	$\alpha =$ 0,023	in mm	$\alpha =$ 0,115	$\alpha =$ 0,023
0	1,000	1,000	10	0,316	0,794
1	0,891	0,977	20	0,100	0,631
2	0,794	0,955	30	0,032	0,501
3	0,708	0,933	40	0,010	0,398
4	0,631	0,912	50	0,003	0,316
5	0,562	0,891	60	0,001	0,251
6	0,501	0,871	70	—	0,200
7	0,447	0,851	80	—	0,159
8	0,398	0,832	90	—	0,126
9	0,355	0,813	100	—	0,100

Bei gegebener Dicke der Schicht, Absorptionsvermögen des Stoffes und Härte der Strahlen hat das Produkt $\alpha\delta$ einen bestimmten Wert. Es ist aber δ eine Masszahl, also abhängig von der gewählten Masseinheit. Wird z. B. die Dicke von 5 cm in Millimeter ausgedrückt, so ist $\delta = 50$; wird als Einheit der Centimeter genommen, so ist $\delta = 5$. Für Centimeter ist deshalb der Index zehnmal so gross als für Millimeter; allgemein ist der Absorptionsindex der Grösse der Masseinheit direkt proportional. Darin besteht eine grosse Bequemlichkeit für die Rechnung.

Schon daraus ergibt sich ohne weiteres, dass der Index keineswegs ein echter Bruch sein muss.

III.

Gehen parallele Strahlen von der Intensität J nacheinander durch mehrere Medien von den Dicken $\delta_{,}$, $\delta_{,,}$, $\delta_{,,,}$ u. s. w. und von den Indices $\alpha_{,}$, $\alpha_{,,}$, $\alpha_{,,,}$, u. s. w., so ist die Intensität der austretenden Strahlen

$$i = J \cdot e^{-\alpha_{,}\,\delta_{,} - \alpha_{,,}\,\delta_{,,} - \alpha_{,,,}\,\delta_{,,,} \cdots},$$

denn beim Austritt aus dem ersten Medium ist die Intensität

$$i_{,} = J \cdot e^{-\alpha_{,}\,\delta_{,}}.$$

Für den Eintritt in die zweite Schicht ist diese Intensität an die Stelle von J zu setzen, und es kommt für die Strahlen, welche die zweite Schicht verlassen

$$i_{,,} = J \cdot e^{-\alpha_{,}\,\delta_{,} - \alpha_{,,}\,\delta_{,,}} \quad \text{u. s. w.} \tag{5a}$$

Die Reihenfolge der Schichten ist gänzlich ohne Einfluss.

IV.

Tatsächlich sind die Röntgenstrahlen nicht parallel, sondern sie divergieren von einem Punkte der Antikathode aus. Gehen sie durch ein Medium hindurch, so vermindert sich ihre Intensität ebenso wohl vermöge der Ausbreitung als durch die Absorption. Der Zusammenhang beider Schwächungen kann folgendermassen gezeigt werden:

Ist im Abstand $= 1$ vom Focus die Strahlungsintensität $= J_0$, so ist vermöge der Ausbreitung allein nach Gleichung (1) im Abstand $= r$ die Intensität $J = J_0\, r^{-2}$. Wird eine absorbierende Schicht so eingeschaltet, dass die Strahlen im Abstande $= r$ aus derselben austreten, so entsteht eine zweite Verminderung der Intensität. Genau die nämliche Verminderung könnte aber auch hervorgebracht werden durch eine unendlich dünne Schicht mit entsprechend grossem Absorptionsindex. Bedingung ist nur, dass die Exponenten beider Schichten gleich gross sind; ob ein Medium mit genügend grossem Index überhaupt existiert, ist vollkommen gleichgültig. Die Strahlung, welche in diese unendlich dünne Schicht eindringt, hat, wie gesagt, die Intensität $J = J_0\, r^{-2}$. Die aus der Schicht austretenden Strahlen sind nach Gleichung (5) von der Intensität

$$i = J \cdot e^{-\alpha\delta} \quad \text{oder auch}$$

$$i = J_0\, r^{-2}\, e^{-\alpha\delta} \tag{6}$$

Das ist die Grundgleichung für gleichzeitige Absorption und Ausbreitung, mit andern Worten, für Strahlen, die von einem Punkte ausgehen.

Bequemer für den Gebrauch kann die Gleichung auch geschrieben werden

$$\lg i = \lg J_0 - 2 \lg r - \alpha\,\delta \quad \text{oder} \tag{7}$$

$$\log i = \log J_0 - 2 \log r - 0{,}43429 \cdot \alpha\,\delta. \tag{8}$$

Durch diese Gleichung wird nicht die Intensität der aus einem absorbierenden Medium austretenden Strahlen mit der Intensität der eintretenden verglichen; sondern es gibt die Gleichung an, wie viel Mal in gegebenem Abstand vom Focus die Intensität der Strahlen, welche eine absorbierende Schicht passiert haben, kleiner ist, als sie ohne solche absorptive Wirkung wäre. Der Abstand der absorbierenden Schicht vom Focus ist selbstverständlich kleiner als r, im übrigen aber ohne Einfluss. Sind statt einer Schicht ihrer mehrere mit verschiedenen Dicken und Indices zu durchstrahlen, so ist der Exponent von e zu erweitern wie in Gleichung (5^a).

V.

Der Absorptionsindex α drückt keineswegs nur eine Eigenschaft des Mediums aus, sondern vielmehr das Verhalten zweier Dinge gegen einander. Der Index wird nicht weniger von der Penetrationskraft der Strahlen bestimmt, als von der Dichte des Stoffes. Der Index eines Stoffes gilt deshalb nur für eine bestimmte Strahlenqualität, und diese ist jeweilen anzugeben. Es sind so nicht nur die Indices der Stoffe für eine Strahlenart, sondern auch diejenigen eines jeden Stoffes für verschiedene Strahlenarten experimentell zu bestimmen.

Für harte Strahlen und leichte Medien ist α klein, für schwere Medien und weiche Strahlen ist α gross. In welcher Weise Strahlenqualität und Dichte des Mediums zusammenwirken oder sich kompensieren, wäre noch zu erforschen.

Wenn der Exponent $-\alpha\delta$ eine gegebene Grösse ist, so sind die beiden Faktoren α und δ einander umgekehrt proportional; je grösser also α, desto kleiner ist δ und umgekehrt. Sind die relativen Absorptionen zweier Schichten aus verschiedenen Stoffen einander gleich, so ist auch

$$e^{-\alpha_{,}\,\delta_{,}} = e^{-\alpha_{,,}\,\delta_{,,}} \qquad \text{woraus}$$

$$\alpha_{,}\,\delta_{,} = \alpha_{,,}\,\delta_{,,} \tag{9}$$

d. h. für Schichten aus verschiedenen Stoffen, aber mit gleicher Absorption sind die Produkte aus Index und Dicke einander gleich, oder es verhalten sich die Indices zweier solcher Schichten zu einander umgekehrt wie deren Dicken.

Daraus ergibt sich von selbst der Begriff der äquivalenten Dicken der Stoffe. Mit diesem Begriffe hat bereits v. Röntgen gearbeitet. Das Äquivalent der Durchlässigkeit, das Benoist[1]) aufgestellt hat, könnte mit einigem Rechte ebenfalls äquivalente Dicke genannt

[1]) Comptes rendus T. 132, 1.

werden; Benoist drückt aber sein Äquivalent in Dezigrammen aus, und demgemäss ist es als äquivalente Masse aufzufassen. Es unterscheidet sich aber von der obigen äquivalenten Dicke ganz wesentlich: die Äquivalente der Durchlässigkeit nach Benoist sind ihren Zahlenwerten nach von einander verschieden, die Produkte aus Dicke und Absorptionsindex aber sind für gleiche relative Absorption immer gleich gross. Und doch ist das Äquivalent von Benoist ebenfalls ein Produkt aus Dicke mit einem Faktor, der Dichte des Stoffes. Da aber die Dichte dem Absorptionsvermögen keineswegs proportional ist, so kann die äquivalente Masse mit dem Exponenten $-\alpha\delta$ nicht verglichen werden. Wenn die Ausführungen von Benoist richtig sind, so würde man den Index α erhalten, wenigstens für die Elemente, wenn die Dichte mit einer, übrigens unbekannten Funktion des Atomgewichtes multipliziert wird. Ferner sind die Äquivalente der Durchlässigkeit ihrem Wesen nach relative Grössen und geben keinen Aufschluss über die Strahlungsabnahme innerhalb eines Körpers. Der Absorptionsindex dagegen ist eine absolute Grösse, die äquivalente Dicke gestattet ein einfaches Arbeiten und wohl auch die Lösung weiterer Fragen.

VI.

Die Gleichung (6), welche das Absorptionsgesetz der Röntgenstrahlen ausdrücken soll, ist abgeleitet worden unter der Voraussetzung, dass beim Durchtritt durch ein Medium die Strahlen nur an Intensität verlieren, ihre Qualität aber nicht ändern. Diese Annahme scheint durch meine, allerdings nicht zahlreichen Untersuchungen bestätigt zu werden. Der genauen experimentellen Prüfungen stehen zwei Umstände hinderlich im Wege.

Das Absorptionsgesetz gilt nur für eine homogene Strahlung, d. h. für Strahlen gleichen Durchdringungsvermögens. Es sendet aber die Röntgenröhre immer ein Gemisch von verschieden harten Strahlen aus, deren vollständige Trennung bisher nicht gelungen ist. Schon v. Röntgen hat beobachtet, dass die X-Strahlen nach dem Austritt aus einem absorbierenden Medium härter sind als beim Eintritt in dasselbe. Er hat daraus geschlossen, dass die Strahlung eine zusammengesetzte sei, unter der Annahme, eine einfache Strahlung ändere bei Absorptionsvorgängen ihre Härte nicht. Es ist ja leicht verständlich, dass von einem Gemisch aus weichen und harten Strahlen ein absorbierender Körper mehr weiche Strahlen zurückhält, und dass so eine Anreicherung an harten Strahlen entsteht. Das ist denn auch der Vorgang, welcher dazu benützt werden kann, eine Strahlung homogener zu machen, freilich unter Verlust an Gesamtintensität. An Hand der obigen Gleichung ist diese Anreicherung an harten Strahlen ersichtlich.

In seiner III. Mitteilung, 5. sagt v. Röntgen[1]):

„Wenn zwei Platten aus verschiedenen Körpern gleich durchlässig sind, so braucht diese Gleichheit nicht mehr zu bestehen, wenn die Dicke dieser Platten in demselben Verhältnis und sonst nichts geändert wird“. Auch diese Tatsache hat ihren Grund darin, dass die Strahlung eine zusammengesetzte ist. Hätte man es mit homogenen Strahlen zu tun, für welche die beiden Körper die Absorptionsindices α und β hätten, während die Plattendicken $\delta_{,}$ und $\delta_{,,}$ sind, so ist nach Gleichung (6)

$$J \cdot e^{-\alpha \delta_{,}} = J \cdot e^{-\beta \delta_{,,}}.$$

Werden nun beide Dicken mit dem beliebigen Faktor n multipliziert, so kommt die weitere Gleichung

$$J \cdot e^{-\alpha n \delta_{,}} = J \cdot e^{-\beta n \delta_{,,}}.$$

Für homogene Strahlen bliebe demnach die Gleichheit der Durchlässigkeit erhalten, auch wenn die Plattendicken in demselben Verhältnis geändert werden.

Mit einem Strahlengemenge wird das Resultat ein anderes. Die Komponenten mögen die Intensitäten a, b, c usw. haben, und die Indices des einen Körpers für die Komponenten seien $\alpha_{,}$, $\alpha_{,,}$, $\alpha_{,,,}$ usw., die des andern Körpers $\beta_{,}$, $\beta_{,,}$, $\beta_{,,,}$ etc. Dann ist bei gleicher Durchlässigkeit der Platten

$$a \cdot e^{-\alpha_{,} \delta_{,}} + b \cdot e^{-\alpha_{,,} \delta_{,}} + c \cdot e^{-\alpha_{,,,} \delta_{,}} + \cdots = a \cdot e^{-\beta_{,} \delta_{,,}} + b \cdot e^{-\beta_{,,} \delta_{,,}} + c \cdot e^{-\beta_{,,,} \delta_{,,}} + \cdots$$

Werden nun die Plattendicken mit n multipliziert, so kommt die Ungleichheit

$$a \cdot e^{-\alpha_{,} n \delta_{,}} + b \cdot e^{-\alpha_{,,} n \delta_{,}} + c \cdot e^{-\alpha_{,,,} n \delta_{,}} + \cdots \neq a \cdot e^{-\beta_{,} n \delta_{,,}} + b \cdot e^{-\beta_{,,} n \delta_{,,}} + c \cdot e^{-\beta_{,,,} n \delta_{,,}} + \cdots$$

Für die Richtigkeit dieser Erklärung spricht die Beobachtung, dass die Ungleichheit der Durchlässigkeit stark vermindert wird, wenn durch Einschaltung eines absorbierenden Schirmes die Strahlung homogener gemacht worden ist.

VII.

Die Absorption vollzieht sich nicht in der Weise, dass ein Teil der Röntgenstrahlung das Medium unverändert passiert, der übrige Teil sich in eine andere Energieform, z. B. in Wärme umwandelt.

---

[1]) Sitzungsber. der k. preussischen Akad. der Wissenschaften 1897.

Vielmehr erregen die Strahlen, die von der Antikathode ausgehen, in dem Medium auch Strahlen, die von dessen Molekeln ausgehen. Diese sekundären Strahlen sind zu dem absorbierten Teil zu rechnen, insofern auf ihre Kosten die primären Strahlen an Intensität verloren haben; andrerseits erhöhen sie die nachweisbare Gesamtintensität der aus dem Medium austretenden Strahlen. Für alle Untersuchungen muss wegen dieser Unsicherheit danach getrachtet werden, die Sekundärstrahlen möglichst zu unterdrücken. Das kann geschehen durch Arbeiten mit dünnen Schichten und durch Abblenden aller unbenützten Röhrenwand und der ganzen Umgebung des Objektes. Eine gewisse Ungenauigkeit ist durch die Sekundärstrahlen immer bedingt, das hat man sich gegenwärtig zu halten.

VIII.

Im folgenden habe ich mich ausschliesslich der radiographischen Methode bedient, weil eine andere mir nicht zu Gebote stand. Grundlage ist, dass, wenn zwei Stellen einer photographischen Platte nach Bestrahlung mit der nämlichen Strahlenart und -intensität gleiche Schwärzungen annehmen, die einwirkenden Strahlenmengen gleich gross gewesen sind. Unter Strahlenmenge ist verstanden die Intensität, multipliziert mit der Zeit t.

Bei allen vorzunehmenden Prüfungen haben die Röntgenstrahlen, nachdem sie die Röhre verlassen, erst die atmosphärische Luft zu durchsetzen, ehe sie zum Objekt oder zur photographischen Platte gelangen. Es ist deshalb nötig, den Einfluss oder den Absorptionsindex der Luft festzustellen. Nach Gleichung (6) sollte das durch zwei Bestrahlungen einer Photoplatte zu erreichen sein. Wird die eine Plattenhälfte im Abstande $r_{,}$ während $t_{,}$ Sekunden der Strahlung von bestimmter Intensität und Härte ausgesetzt, und ist R der Radius der Röntgenröhre, so entsteht eine Schwärzung entsprechend dem Ausdruck

$$J_0\, r_{,}^{-2}\, t_{,} \cdot e^{-\alpha(r_{,}-R)}.$$

Auf der andern Plattenhälfte ist die gleiche Schwärzung hervorzurufen durch eine Exposition über die Zeit $t_{,,}$ beim Abstand $r_{,,}$ und sonst ungeänderten Bedingungen. Die Schwärzung entspricht nun dem Ausdruck

$$J_0\, r_{,,}^{-2}\, t_{,,} \cdot e^{-\alpha(r_{,,}-R)},$$

welcher mit dem ersten gleichwertig ist. Wird zu den Logarithmen übergegangen, so kommt

$$\log t_{,} - 2\log r_{,} - 0{,}4343\,(r_{,} - R)\,\alpha = \\ = \log t_{,,} - 2\log r_{,,} - 0{,}4343\,(r_{,,} - R)\,\alpha.$$

Nach Vornahme der nötigen Kürzungen wird auf α reduziert, und es ist schliesslich

$$\alpha = \frac{2 \log \frac{r_{,}}{r_{,,}} + \log \frac{t_{,,}}{t_{,}}}{0{,}4343\,(r_{,,} - r_{,})}.$$

Aus einer Reihe von Versuchen bei einer Stromstärke von fünf Ampères und einem Röhrenwiderstand, der einer Funkenstrecke von 8 cm gleich war, ergaben sich gleiche Schwärzungen bei

$$r_{,} = 705 \text{ mm} \qquad t_{,} = 30 \text{ sec}$$
$$r_{,,} = 1515 \text{ mm} \qquad t_{,,} = 150 \text{ sec.}$$

Es waren also $r_{,,} - r_{,} = 810$ mm $\quad \frac{r_{,}}{r_{,,}} = 0{,}465$

$$\frac{t_{,,}}{t_{,}} = 5.$$

Werden diese Werte eingesetzt, so ist

$$\alpha_8 = \frac{9{,}3356 + 0{,}6990}{0{,}4343 \cdot 810} = \underline{0{,}000098.}$$

Dieser Absorptionsindex der Luft gilt für eine Strahlenhärte, die einer Funkenstrecke von 8 cm entspricht, und wenn der Millimeter die Masseinheit ist. Wenn also Röntgenstrahlen von der genannten Härte in der Luft sich fortpflanzen, so ist im Abstand r vom Focus ihre Intensität

$$i = J_0\, r^{-2} \cdot e^{-0{,}000098\,(r - R)}.$$

Die Abnahme der Intensität erfolgt schneller in der Luft als im leeren Raum, weil $e^{-0{,}000098\,(r-R)}$ jederzeit ein echter Bruch ist; dieser Bruch wird kleiner mit wachsendem r.

Darnach ist bei einem Röhrendurchmesser von 20 cm und dem

Focalabstand	die Intensität im Vacuum	in der Luft
10 cm	1000	1000
20 „	250	247,5
30 „	111	109
40 „	62,5	60,7
50 „	40	38,5
60 „	27,8	26,5
70 „	20,5	19,25
80 „	15,6	14,6
90 „	12,4	11,5
100 „	10	9,15

IX.

Zur Bestimmung der absoluten Indices fester oder flüssiger Stoffe kann die nämliche Gleichung (6) dienen; es werden bei gleichem Abstand der photographischen Platte zwei verschieden dicke Schichten des zu prüfenden Stoffes bis zur gleichen Schwärzung durchstrahlt. Die Luftschicht, welche zwischen dem Focus und dem Objekt sich befindet, ist zwar bei beiden Bestrahlungen nicht genau gleich dick; ist aber der Dickenunterschied nicht grösser als wenige Zentimeter, so kann der Einfluss der Luft vernachlässigt werden.

Aus der Doppelaufnahme ergibt sich

$$t_{,} \cdot e^{-\alpha\delta_{,}} = t_{,,} \cdot e^{-\alpha\delta_{,,}} \qquad \text{oder}$$

$$\lg t_{,} - \alpha\delta_{,} = \lg t_{,,} - \alpha\delta_{,,} \qquad \text{woraus}$$

$$\frac{\log \frac{t_{,,}}{t_{,}}}{0{,}4343\,(\delta_{,,} - \delta_{,})} = \alpha.$$

Für Glas (von photographischen Platten) war

$$d_{,} = 6{,}5 \text{ mm} \qquad t_{,} = 60 \text{ sec}$$
$$d_{,,} = 9{,}75 \text{ mm} \qquad t_{,,} = 120 \text{ sec}$$

der Röhrenwiderstand = 8 cm Funkenstrecke.

Diese Werte eingesetzt, gibt

$$\alpha_8 = \frac{0{,}30103}{0{,}4343 \cdot 3{,}25} = \underline{0{,}213}.$$

In einem andern Versuch waren

$$d_{,} = 3{,}25 \text{ mm} \qquad t_{,} = 30 \text{ sec}$$
$$d_{,,} = 8{,}125 \text{ mm} \qquad t_{,,} = 85 \text{ sec}.$$

Daraus gleicherweise

$$\alpha_8 = \underline{0{,}213}$$

Für Wasser war bei Röhrenwiderstand = 4,5 cm Funkenstrecke

$$d_{,} = 20 \text{ mm} \qquad t_{,} = 132 \text{ sec}$$
$$d_{,,} = 10 \text{ mm} \qquad t_{,,} = 60 \text{ sec}$$

daraus $\alpha_{4,5} = \underline{0{,}077}.$

Bei längern Versuchsreihen mit dem nämlichen Stoff und gleicher Röhrenhärte zeigt sich, dass die Differenz der Schichtdicken oder auch diese selbst ohne Einfluss auf den Index sind, so lange die Schichten nicht sehr dick oder sehr dünn genommen werden. Bei sehr dicken Schichten wird der Index etwas kleiner, wahrscheinlich durch reichlichere Sekundärstrahlen. Sind hingegen die Schichten sehr dünn, oder gar die eine $= O$, so fällt der Index grösser aus. Die Ursache wird in den weichen Strahlen zu suchen sein, welche die dünnen Schichten noch durchdringen, von dickern aber fast vollständig zurückgehalten werden. Wenigstens hört diese Erscheinung auf, wenn ein Schirm zwischen Röhre und Objekt eingeschaltet ist.

Meine bisherigen Untersuchungen lassen mich vermuten, dass die oben abgeleitete Grundgleichung zutreffend ist, und dass mit ihrer Hilfe trotz der Sekundärstrahlen und dem Auftreten weicherer

Strahlen brauchbare Indices geliefert werden. Die Gleichung sowohl als die Absorptionsindices scheinen mir eine Erleichterung für das Verständnis und auch für die praktische Anwendung zu sein. Vielfache Nachprüfung ist allerdings geboten.

X.

Die Bestimmung eines absoluten Index ist immer eine mühsame Arbeit. Wenn aber einmal einige absolute Indices festgestellt sind, ermöglicht die Gleichung

$$\alpha_{,}\, \delta_{,} = \alpha_{,,}\, \delta_{,,}$$

eine grosse Vereinfachung des Verfahrens. Es resultieren dann allerdings nur relative Werte, ihre Umrechnung in absolute Indices ist aber höchst einfach.

Besitzt man von einem Stoffe mit bekanntem Index einen Keil mit bekanntem Zuschärfungswinkel, so kann derselbe als Messinstrument dienen, und es ist dann je nur eine Aufnahme nötig. Durch die Bestrahlung entsteht nämlich unter dem Keil ein Feld, dessen Schwärzung von der Schneide gegen das Haupt hin allmählich abnimmt. Bei entsprechenden Dimensionen des Keils und genügender Exposition gelingt es leicht, eine Abstufung vom dunkeln Schwarz bis zur Durchsichtigkeit zu gewinnen. Legt man neben den Keil während der Bestrahlung den zu prüfenden Körper, der entweder planparallel begrenzt oder ebenfalls keilförmig ist, so erhält man ein zweites Feld, das an einer oder mehreren Stellen gleiche Schwärze hat, wie sie auch im ersten Feld vorkommt. Das Auffinden und Vergleichen der gleichen Tiefen ist nun sehr viel leichter, wenn die fraglichen Stellen nebeneinander liegen. Das ist immer der Fall, wenn der zu prüfende Körper eine planparallele Platte ist, oder, wenn bei Keilform desselben je die Schneide des einen Keils neben dem Haupt des andern liegt.

Für die beiden Stellen gleicher Schwärzung ist dann die Dicke zu bestimmen. Die Dicken der beiden Stoffe verhalten sich umgekehrt wie die Absorptionsindices. Ist also der Index des einen Stoffes gegeben, so resultiert sofort auch derjenige des andern; sonst aber erhält man nur das Verhältnis der beiden Indices.

Aus der Beobachtung v. Röntgens, dass bei Änderung der absoluten Dicken auch die äquivalenten Dicken sich ändern, ergibt sich die Notwendigkeit, bei dieser wie bei der vorigen Bestimmungsmethode die Strahlen durch einen vorgeschalteten Schirm möglichst homogen zu machen.

XI.

Ebenso, wie die Indices verschiedener Stoffe für eine Strahlenqualität, ist nun weiter der Index eines Stoffes für die verschiedenen Härten der Strahlen zu untersuchen. Ich selbst habe dazu keine Zeit gefunden, hoffe aber, dass ein anderer diese Aufgabe übernehme. Es wäre praktisch recht wichtig, über die Beziehung des Index zur Härte wenigstens eine empirische Formel zu haben.

Bei dieser Gelegenheit könnte auch die Zuverlässigkeit der parallel geschalteten Funkenstrecke, der Härteskalen und der durchleuchteten Hand einer Untersuchung unterzogen werden.

XII.

Aus der Gleichung

$$t = \frac{i \cdot r^2}{J_0} e^{\alpha\delta}$$

geht hervor, dass die Expositionszeit t direkt proportional ist der Intensität der aus dem Medium austretenden Strahlen, dem Quadrate des Fokalabstandes und der Potenz $e^{\alpha\delta}$, umgekehrt proportional der Strahlenintensität im Abstand 1 vom Focus. Einer Besprechung bedarf nur die Abhängigkeit der Zeit t vom Index α und von der Dicke δ.

Es ist ohne weiteres ersichtlich, dass zwischen α und δ einerseits, und t andrerseits eine Proportionalität nicht bestehen wird. Nach der Formel wächst vielmehr t im Sinne einer geometrischen Progression, wenn α oder δ in einer arithmetischen Progression zunimmt. Bestätigt das Experiment dieses Gesetz, so darf auch die Grundgleichung mit grosser Wahrscheinlichkeit als richtig angesehen werden. Für zunehmendes α habe ich keine Bestimmungen gemacht, für wachsendes δ bei Glas ($\alpha_8 = 0{,}213$) ergab Rechnung und Experiment folgende Werte:[1])

δ	t nach Formel		t gefunden
1 .1,625 mm	$15\,(e^{0,364})^1$	21,21 sec	20 sec
2 .1,625 „	$15\,(e^{0,364})^2$	30, „	30 „
3 .1,625 „	$15\,(e^{0,364})^3$	42,42 „	42 „
4 .1,625 „	$15\,(e^{0,346})^4$	60, „	60 „
5 .1,625 „	$15\,(e^{0,346})^5$	84,84 „	85 „
6 .1,625 „	$15\,(e^{0,346})^6$	120, „	120 „
7 .1,625 „	$15\,(e^{0,346})^7$	169,65 „	170 „

Die Übereinstimmung darf als eine ideale bezeichnet werden, nur so lange δ kleiner als 2 mm, fällt t kleiner aus, als die Formel ver-

[1]) Es ist ganz zufällig $e^{-0,213 \cdot 1,625} = e^{-0,346}$ fast genau $= 2^{\frac{1}{2}}$.

langt. Diese kleine Abweichung wird weichern Strahlen zuzuschreiben sein, welche von so dünnen Schichten noch merklich durchgelassen werden.

Nebenbei bemerkt, ist die obige Versuchsreihe für den Praktiker sehr instruktiv. Eine Glasplatte von 1,625 mm Dicke macht, als zweite aufgelegt, eine Expositionsverlängerung von 10 Sekunden, als dritte aufgelegt, eine solche von 12 Sekunden. Weiter steigert sich die Expositionszeit um 18, 25, 35, 50 Sekunden, wenn die gleiche Glasplatte zu drei, vier, fünf, sechs hinzugefügt wird. Je dicker also das Objekt bereits ist, einen um so grössern, verzögernden Einfluss übt die gleiche Dickenvermehrung aus. Der Radiograph hat deshalb viel eher Veranlassung, über die Tiefe dicker Körperteile sich zu vergewissern als über diejenige dünner.

XIII.

Die photographische Platte kann auch dazu dienen, die Strahlungsintensitäten bei verschiedenen Belastungen einer Röhre miteinander zu vergleichen. Für gleiche Schwärzung und im übrigen gleiche Verhältnisse ist

$$J_{,} t_{,} = J_{,,} t_{,,} ,$$

d. h. die Intensitäten verhalten sich umgekehrt wie die Expositionszeiten. v. Röntgen sagt, die Intensität der Röntgenstrahlung sei proportional der Stärke des primären Stromes; für die in praxi verwendeten Stromstärken und für den Quecksilberunterbrecher kann ich das bestätigen. Die Spannung im primären Stromkreis scheint beim Quecksilberunterbrecher ohne Einfluss zu sein.

Für die zahlreichen Bestimmungen der Intensität oder Strahlenquantität, wie sie in der Radiotherapie nötig sind, eignet sich diese Methode gleicher Schwärzungen einer Doppelaufnahme gar nicht. Jede Bestimmung braucht eine Reihe solcher Doppelaufnahmen, die dann noch zu entwickeln und fixieren sind.

XIV.

Da hier die photographische Schicht als Reagens benützt worden ist, so kann es interessieren, zu wissen, wie gross die Strahlenmenge ist, die bei einer Plattensorte, oder auch bei einer bestimmten Strahlenqualität eben noch keine Schwärzung hervorzubringen vermag. Wird ein keilförmiger Körper auf eine photographische Platte gelegt und durchstrahlt, so müsste sich ein Feld ergeben, das an der Keilschneide am dunkelsten wäre und von hier nach der dicken Partie hin an Helligkeit zunähme, ohne dass aber die vollständige Klarheit einer nicht exponierten Platte erreicht würde. Das ergibt sich aus der Gleichung

$$i\,t = J_0\,t \cdot r^{-2} \cdot e^{-\alpha\delta},$$

in welcher ja $e^{-\alpha\delta}$ niemals gleich Null werden kann.

Die Probe zeigt aber, dass bei nicht zu langer Exposition das Feld in einem gewissen Abstand von der Keilschneide völlig klar bleibt. Daraus muss geschlossen werden, dass eine Strahlenmenge, die unter einem bestimmten Betrag bleibt, nicht imstande ist, eine Schwärzung zu erzeugen. Nennt man diesen Strahlungsbetrag, der nach Plattensorte und Strahlenhärte variiert, L, so ist

$$L = J_0\,t \cdot r^{-2}\,e^{-\alpha\delta},$$

worin δ die Dicke des Keils über dem Beginn der Schwärzung bedeutet; α ist entweder bekannt oder wird durch Verwendung stets des gleichen Keils eliminierbar gemacht. Wenn J_0 durch eine Masszahl ausgedrückt werden kann, wird L ebenfalls eine Masszahl sein. Sonst aber kann nur die Latenz einer Platte mit derjenigen einer andern verglichen werden.

Man erkennt sofort, dass L gross ausfällt, wenn J_0 oder t gross oder wenn α oder δ klein sind. Kleines δ aber bedeutet ein Zusammendrängen der dunkelsten und hellsten Feldpartien, eine steile Graduation. Kleines α entspricht einem durchlässigen Medium oder harten Strahlen. Die praktische Konsequenz ist, dass mit Platten hoher Latenz kontrastreiche Bilder auch von Gebilden aus stark durchlässigen Stoffen und unter Verwendung harter Strahlen zu erzielen sind.