Gliederung des Massraumes durch seine Flächen.

Von

Fr. Graberg.

Uebereinstimmung von Denken und Tun ist Wahrheit — Grundbedingung hiefür: Herrschaft des Geistes über die Tätigkeit der Organe.

In seiner Geschichte der geometrischen Methoden sagt Chasles*): »Archimedes und Apollonius kann man als die Schöpfer und Begründer der beiden grossen Fragen betrachten, welche die Geometer aller Epochen beschäftigt haben. Das erste dieser Probleme ist die Quadratur der krummlinigen Figuren, welches Veranlassung zur Entstehung der Infinitesimalrechnung war. Das zweite ist die Theorie der Kegelschnitte, durch welche zunächst die geometrische Analyse der Alten und hernach die Methoden der Perspective und der Transversalen erfunden wurden.«

Die Quadratur der Flächen beruht auf der Abzählung von Quadrateinheiten, in welche man diese Flächen durch Liniennetze zerlegt denkt, ist in Folge dessen ein arithmetisches Problem.

Die Kegelschnitte dagegen entstehen aus der Verbindung zweier unbegrenzten, stetigen Flächen, werden durch Tastbewegung der Hand mittelst des Fahrstiftes in steten Zügen hergestellt, durch zusammenhängende Tastbewegung des Blickes wahr-

*) Chasles, Geschichte der Geometrie, hauptsächlich m. Bezug a. d. neueren Methoden. Uebersetzt v. Sohnke. p. 19.

genommen, demgemäss auch als zusammenhängende räumliche Gestalt gedacht.

Tastbewegungen der Hand und des Blickes sind die gemeinsame ursprüngliche Erfahrungsgrundlage der Begriffe: Zeit und Raum. Sondert man nämlich in den complexen Bewegungsvorstellungen, welche aus den Tastbewegungen hervorgehen, die wechselnden Momente (Stellungen und Richtungen) von den daurenden Bahnen (Linien und Flächen), so erwachsen aus jenen durch Zählung die Zeitabschnitte, aus diesen gehen durch Verbindung die Raumgestalten hervor. Die wechselnden Momente folgen einander im Zeitverlaufe, die daurenden Bahnen verbinden sich zum stetigen Raum.

Die streng räumliche Auffassung der Tastbewegungen setzt somit Abstraction von dem zeitlichen Wechsel der Stellungen und Richtungen voraus, wie er durch Zahlausdrücke dargestellt wird. Diese räumliche Auffassung beruht wesentlich auf der zusammenhängenden Ausführung der Tastbewegungen, dem stetigen Verlauf der Bewegungsvorstellungen.

Daher kann das messen in diesem Sinn kein abzählen von Einheiten sein, sondern es muss vielmehr in einem abwägen von Verhältnissen zwischen Bewegungen bestehen, wie man beim ziehen der Bogen von freier Hand nach dem Augenmass inne wird. In der Tat werden Linien und Flächen durch Tastbewegungen von Hand und Blick gemessen, indem diese Organe vermöge der die Bewegung begleitenden Muskelempfindungen die Abweichungen der Richtungen von einander und die Ausdehnungen wahrnehmen. Führt nämlich die Hand einen Linienzug aus, so richtet sich der Blick auf die Spitze des Fahrstiftes, d. h. nach den Lichtstrahlen, welche von dieser Spitze in die Netzhautgrube des Auges zurückgeworfen werden. Während nun die ziehende Hand vorzüglich die Ausdehnung der Linie spürt, unterscheidet das rollende Auge die Richtungen im Sehfelde. Die Hand verfehlt meistens die Richtung, das Auge dagegen schätzt die Längen nicht scharf genug. Durch übereinstimmende Bewegung von Hand und Blick bekundet sich das Augenmass, das insofern richtiger Tastmass zu nennen wäre. Jedoch vermittelt das Augenmass zugleich zwischen den wirklichen Tastbewegungen und Bewegungsvorstellungen durch das abwägende Ermessen der Verhältnisse zwischen Teilwegen und Gesamtbahnen, wobei bald die einen, bald die andern als Erinnerungsbilder mitwirken, je nachdem man entweder Gesamtbahnen gliedert oder, Teilwege verbindend, gestaltet. Hauptsächlich associirt sich das Augenmass mit Bewegungsvorstellungen dann, wenn man in der Ebene Linien zieht, welche man sich im Relief steigend oder fallend vorstellt.

Der Massstab stellt eine Gesamtrichtung dar, nach welcher Schiebungen gemessen werden, die Teilwege derselben gliedern den Massstab.

Die Massfläche stellt eine Gesamtheit von Masslinien dar, nach welchen sich Schiebungen und Drehungen gliedernder Linien regeln.

Der Massraum umfasst die Gesamtheit der Massflächen und Masslinien, nach welchen sich Schiebungen und Drehungen gliedernder Flächen und Linien regeln.

Der stetige Fluss der Bewegungsvorstellungen wird gefördert, wenn die Erklärungen derselben sich kurzer, der Vorstellungsweise des Zeichners genau entsprechender Benennungen bedienen. Da diese Benennungen von dem gewöhnlichen, auf Beihülfe der Arithmetik fussenden Sprachgebrauch abweichen, scheint es angezeigt, dieselben vorerst an Hand einfacher Gestalten bei den Lesern einzuführen.

Das Zeichenfeld stellt eine wagrechte Massebene dar, den Plan. Die senkrechte Mittelinie des Zeichenfeldes bezeichnet die Stellung einer zum Plan senkrechten Lotebene [α]. Der Punkt .A. der Mittelinie deutet als Planpunkt eine von demselben aufsteigende Reliefaxe |a| jener Lotebene an, deren Grundriss |a| in der Mittelinie liegt. Ebenso bezeichnet eine wagrechte Gerade |b| die Stellung einer zur ersten rechtwinkligen Lotebene [β]. Der Fusspunkt .a. der Mittelinie auf |b| deutet den Bindepunkt .a. der Reliefaxe mit [β] an.

Das Strahlbüschel um den Planpunkt .A. als Scheitel bezeichnet im Plan ein Ebenenbüschel um die Reliefaxe |a| und ist mit |b| durch eine Punktreihe verbunden, deren Schiebstrecken die Drehwinkel der Spurstrahlen |a_i| des Büschels .A., sowie diejenigen der Spielebenen [α_i] des Büschels |a| messen. Gleichzeitig bezeichnen jene Schiebstrecken die Bindestrahlen der Spielebenen [α_i] mit der Lotebene [β] durch .a..

Der Fusspunkt .a. des zu |b| senkrechten Grundrisses |a| gliedert die Schiebstrecken auf dem Massstabe |b| in symmetrische Pare; gleichzeitig gliedern auch der Grundriss |a| die Spurstrahlen, sowie die Lotebene [α] die Spielebenen des Büschels um |a| in symmetrische Pare. Daher deutet jede Schiebstrecke, jeder Spurstrahl, jede Spielebene ein zur Lotebene [α] symmetrisch liegendes Element gleicher Art an.

In dem zu |b| parallelen Zielstrahle des Büschels

A. fallen zwei symmetrische Strahlen desselben in entgegengesetztem Sinne zusammen. Parallele Gerade werden demnach in doppelter Weise aufgefasst. Als Glieder einer Ebene durchläuft man jede von ihnen in einerlei Sinn, sind sie durch einen Punkt, ihr Ziel, verbunden. Als Glieder eines Strahlbüschels gehört der Zielstrahl zu einem Parbund und deutet ein Punktepar des Massstabes an.

Vom Planpunkt $.B.$ auf $|b|$ erhebe sich jetzt in der Lotebene $[\beta]$ die Reliefaxe $|b|$ und der Bindestrahl $|\mathfrak{a}_1\mathfrak{b}_1|$ treffe den Plan in $.C_1.$ Dann bezeichnen die Planspuren $|AB_1, BC_1|$ die Ebenen $[\alpha_1, \beta_1]$ der beiden Büschel um $|a_1\, b|$, welche der Reliefstrahl $|\mathfrak{a}_1\, \mathfrak{b}_1|$ verbindet. Das Strahlbüschel $.\mathfrak{a}_1.$ misst in $[\beta_1]$ die Schiebstrecken von $|b|$ auf $|BC|$; ebenso misst das Strahlbüschel $.\mathfrak{b}_1.$ die $|a|$ nach $|AC|$.

Der gewöhnliche Ausdruck: »projiciren« wird vermieden, weil er an die Vorstellung vom Auge ausgehender Sehstrahlen anknüpft, die der Wirklichkeit widerspricht, da die Lichtstrahlen im Gegenteil nach dem Auge zurückgeworfen werden.

Zudem bezeichnet: projiciren nur einen äusseren Vorgang, während: messen, gleich dem urteilen, eine logische Verrichtung, eine Analyse bedeutet, welcher das verbinden, gleich dem schliessen, als Synthese zur Seite steht. Durch bezeichnen wird, wie durch benennen, das Einzelne wahrnehmbar, wogegen andeutend Vorstellungen erweckt, Begriffe bestimmt werden. Das gliedern ist eine Classification der Verbände. Wenn man nämlich die Flächen nach geordneten Reihen mit bekannten Massflächen verbindet, so gliedert man nicht nur den Massraum, sondern man classificirt dessen Flächen nach ihren Bindecurven mit den Massflächen, indem man vorzüglich Grenzcurven sucht, welche, gleich der Parabel, einen Uebergang zwischen Gruppen gleichartiger Formen darstellen.

Wählt man solche Grenzlinien zur Grundlage, um darnach die zwischenliegenden Spielformen zu bestimmen, so leistet man durch dieses gestalten den Beweis, dass jene Grundlagen tatsächlich massgebend sind. Die Curve, die man nach dem Augenmass den durch die Grundlagen gestellten Bedingungen gemäss zieht, beweist, dass man deren Massverhältnisse nicht nur in Worten und Zahlausdrücken, sondern in der Tat erfasst hat.

Bezeichnen und andeuten, messen und verbinden, gliedern und gestalten sind die Vorgänge, durch welche sich das denken in Linien und Flächen, den Gesetzen der Logik gemäss, vollzieht; demnach muss auch die Erklärung der Masszeichen sich an diese Vorgänge halten. Je folgerichtiger das geschieht, umso steter wird die Aufmerksamkeit des Lesers an den Linien, den räumlichen Vorstellungen festgehalten, umso vollkommner erfasst der Leser den räumlichen Zusammenhang der Gestalten. Desswegen gehen wir von dem üblichen Sprachgebrauch ab, soweit er räumliches und arithmetisches Denken vermengt, um schliesslich in der Regel dem letztern den Vorrang zu lassen. Ohne Zweifel sollen räumliches und arithmetisches Denken einander ergänzen, doch wird solche Ergänzung umso fruchtbarer sein, je vollkommner die Begriffe des einen und des andern für sich ausgebildet sind, je steter das Augenmass Flächen gestaltet, je schlagfertiger das rechnen Mengen erfasst.

Nun dient der Plan selbst als Massfläche, es bleibt desshalb nur eine solche für das Relief festzustellen. Mit diesen Massflächen verbinden wir zunächst Reihen von Kegelflächen, zeigen hierauf, welche Veränderung die Verbindung erfährt, wenn sich jene gliedernden Knotenflächen in allgemeine Regelflächen und in Schalflächen erweitern.

Tafel I. *Massregale.*

Bei Herstellung der Axenbünde*) wurde eine Regelfläche des Parbundes (II. Ordnung) als Stammregal (Hyperboloid) mit den gliedernden Ast- und Zweigregalen verbunden. Eine solche Regelfläche des Parbundes legen wir nun auch als Massregal der Gliederung des Massraumes durch seine Flächen zu Grunde.

Bei Herstellung des Parbundes ergab sich die Plancurve des Regales (Hyperboloides) aus dessen Erzeugung durch einen an drei Leitaxen gleitenden Regelstrahl. Hier bietet sich Gelegenheit die Umrisscurve ohne Mithülfe von Zahlausdrücken als Erzeugniss jener Strahlenbewegung und zugleich als Polarcurve zu erkennen.

Von den 3 gegebenen windschiefen Leitaxen sei $|a|$ eine Planaxe; die beiden übrigen werden dann Reliefaxen $|a_1, a_2|$ sein. Die Grundrisse $|a_1, a_2|$ derselben mögen zueinander rechtwinklig, nämlich $|a_1|$ senkrecht, angenommen werden; dann deutet der Planstrahl $|A_1 A_2|$ durch die Planpunkte, der beiden Reliefaxen in Bezug auf $|a_1|$ ein Büschel von Regelflächen um $|a\, a_1|$ entspricht.

Die Bindepunkte $|a_1 . B_1 | a | B_2 . a_2|$ deuten die Regelstrahlen $|b_1, b_2|$ in den Lotebenen $[\alpha_1, \alpha_2]$ an.

---

*) S. Vierteljahrschrift 35. Jahrg. (1890) pag. 52.

Der Bindestrahl $[a_1 b_2 | c\mathfrak{c}_1 \mathfrak{c}_2 | b_1 a_2]$ bezeichnet durch: $|a_1 . \mathfrak{c}_1 . b_1, b_2 . \mathfrak{c}_2 . a|$ die Relieflage von $|a_2|$ in Bezug auf $|a_1|$, indem das Strahlbüschel um $|A_2 B_1 . C . A_1 B_2|$ in $[a_1 b_2]$ die Schiebstrecken von $. \mathfrak{c}_1 .$ durch $. \mathfrak{c}_2 .$ der $|b_2|$ zumisst.

Die Messung der Leitaxen $|a_1, a_2|$ durch den Verband der Lotebenen $[a_i b_i]$ lässt sich nun in Verbandketten übersichtlich zusammenfassen, wobei das Masszeichen die Bedeutung der einzelnen Schriftzeichen erklärt und den Zusammenhang der verschiedenen Blickbewegungen vergegenwärtigt. Die Elemente der Verbandketten werden symmetrisch geordnet, indem man die Bindeglieder zwischen die verbundenen stellt, wie man von 2 entgegengesetzten Seiten her auf eine bestimmte Stelle zuschreiten kann.

Fasst man nämlich die Strahlbüschel um $.\mathfrak{c}_1.$ in $[a_2 = \gamma_a ; b_2 = \gamma_b]$ ins Auge, so lassen sich aus dem Masszeichen folgende Verbandketten lesen:

$[\gamma_a | \mathfrak{a}_{2i} \mathfrak{c}_1 \gamma_{ai} [\mathfrak{a}_{2i} a_1] B_i | a |$: Regelstrahl $B_i \mathfrak{a}_{2i} = b_i$

$[\gamma_b | \mathfrak{b}_{2i} \mathfrak{c}_1 \gamma_{bi} [\mathfrak{b}_{2i} b_1] A_i | b |$: Leitaxe $A_i \mathfrak{b}_{2i} = a_i$

Die Ebenen $[\gamma_{1i}]$ um das Lot $|\mathfrak{c}_1|$ messen $[\gamma_a, \gamma_b]$ nach den Reihen $|B_1 A_2 . C . A_1 B_2|$, folglich sind die Ebenenpare $[a_1 \mathfrak{a}_{2i}, b_1 \mathfrak{b}_{2i}]$ durch die Strahlen eines Büschels $. \mathfrak{c}_1 | C \gamma_i \mathfrak{c}_b \mathfrak{c}_a|$ in $[\gamma_c]$ verbunden.

Die Strahlen $|\mathfrak{c}_1 \gamma_i|$ bezeichnen die Bindepunkte $|a_i . \mathfrak{c}_i . b_i|$ die Berührpunkte des Umrisses.

Der Umriss des Regales ergibt sich demnach als ebene Bindecurve eines Polarkegels, dessen Scheitel der Zenit ist.

Die Zielebene $[\gamma_{1z} \| \alpha_2]$ bezeichnet in $[\gamma_c]$ den Bindestrahl $|\mathfrak{c}_1 \gamma_z \mathfrak{c}_{2z} = c_z|$, indem $|a_{2z} . \mathfrak{c}_{2z} . b_{2z}|$ der Berührpunkt in der zu $[a_2 b_2 \| b_{2z} a_{2z}]$ ist.

Der Bindepunkt $a_i . \mathfrak{p}_i . \gamma_{cz}]$ deutet gleichzeitig $[b_i . \mathfrak{p}'_i . \gamma_{cz}]$

desselben Lotes an und aus dem Masszeichen ersieht man den Parverband:

$$[\mathfrak{p}_i b_1 | \mathfrak{c}_i p_i [\gamma_{cz}] p_i' \mathfrak{c}_i | a_1 \mathfrak{p}_i'] ; [\mathfrak{p}_i a_1 | \mathfrak{c}_1 p_i [\gamma_{cz}] p_i' \mathfrak{c}_j | b_1 \mathfrak{p}_i]$$

$$[a_1 \mathfrak{p}_i . B_j . a| , [b_1 \mathfrak{p}_i' . A_j . b| \text{ Planpunkte v.} |b_j , a_j|$$

$$[B_1 A_i . \gamma_i | c \gamma_z | \gamma_i . A_1 B_i] ; [A_1 B_j . \gamma_j | C \gamma_z | \gamma_j . B_1 A_j]$$

$$|\gamma_i \mathfrak{c}_1 . \mathfrak{c}_i . a_i b_i] , |\gamma_j \mathfrak{c}_1 . \mathfrak{c}_j . a_j b_j] ; [a_i b_j | \mathfrak{c}_i \mathfrak{c}_j [\gamma_c] \mathfrak{c}_i \mathfrak{c}_j | a_j b_i]$$

Der Bindepunkt : $|\mathfrak{c}_1 \mathfrak{c}_{2z} . \mathfrak{p}_k . \mathfrak{c}_i \mathfrak{c}_j|$ zeigt:

$$[a_i b_j | \mathfrak{a}_{1j} \mathfrak{b}_{zi} \mathfrak{p}_k | b_z a_1] ; [b_i a_j | \mathfrak{b}_{1i} \mathfrak{a}_{zj} \mathfrak{p}_k | a_z = b_1]$$

Der Bindepunkt $|a_1 . T . a_z|$ ergänzt die harmonische Punktreihe $|\mathfrak{c}_z T \mathfrak{b}_{zi} \mathfrak{a}_{zi} | \mathfrak{p}_i = \mathfrak{p}_k | \mathfrak{p}_i \mathfrak{c}_j \mathfrak{a}_{1j} \mathfrak{a}_{zi}|$

Da nun $|\mathfrak{p}_i \mathfrak{p}_k \mathfrak{c}_z , \mathfrak{a}_{1j} \mathfrak{p}_k b_{z1}|$ so folgt $|\mathfrak{c}_j \mathfrak{p}_k T|$

Die Polarsehne $|\mathfrak{c}_i \mathfrak{c}_j|$ zu $.\mathfrak{p}_i.$ geht also durch den Pol $.T.$ der Polarsecante $|\mathfrak{p}_i \mathfrak{c}_1 \mathfrak{c}_2|$.

Dieses bekannte Masszeichen des Polarverbandes beruht somit auf dem Relief des Parbundes von Leitaxen und Regelstrahlen, ist durch den Zusammenhang dieser Gestalt selbst (ohne Mithülfe von Zahlausdrücken) begründet.

Zeilregal. Wählt man die (unendlich ferne) Zeile des Planes zu seiner Axe, so geht das Ebenenbüschel um diese in eine Reihe zum Plan paralleler Schichten über. Die Regelstrahlen werden Schichtstrahlen, deren Schiebungen und Drehungen in der Schicht in wirklicher Grösse erscheinen.

Diese Schichtstrahlen umhüllen bekanntlich eine Parabel. Desshalb nennt man die bezügliche Regelfläche ein Paraboloid. Da man jedoch mit Rücksicht auf die parabolischen Schalflächen die Regelfläche genau als hyperbolisches Paraboloid benennen muss, so ziehen wir den kürzeren Ausdruck: Zeilregal vor, der die Erzeugungsweise der Regelfläche kennzeichnet und dieselbe gleichzeitig von der parabolischen Schalfläche unterscheidet.

Die Polarsehne $|c_1 c_2|$ dient in der Umrissparabel des Zeilregales als Durchmesser, insbesondere als Hauptaxe, wenn sie rechtwinklig zu $|a_1|$ angenommen ist. Solche Annahme gewährt den Vorteil, dass die Spurenpare der Berührebenen durch die Stammaxe $|a_1|$ sich in Bezug auf deren Lotebene nach normalsymmetrischen Paren gliedern; mithin findet diese Gliederung auch bei den zu jenen Spuren parallelen Schichtstrahlen statt.

Wenn wir nun das Zeilregal zur Massfläche wählen, mit welcher die Gliedflächen verbunden werden, messen wir die letztern mit einer zum Plan parallelen Strahlenschar, deren Drehungen aus den Planspuren der Berührebenen um die Stammaxe $|a_1|$ zu erkennen ist, während die Schichtstrahlen selbst alle Schiebstrecken in wirklicher Grösse zeigen. Die Gliedflächen ordnen wir einem zur Lotebene durch $|a_1|$ normalsymmetrischen Ebenenbüschel ein und die Bindecurven vergleichen wir mit einem zur wagrechten Hauptaxe normalsymmetrischen Bogen, dessen Hauptscheitel auf der Stammaxe liegt, während seine Zweige sich bis in's Unendliche erstrecken und seine zur Hauptaxe parallele Zieltangente, analog dem Zielstrahl eines Büschels, eine lineare Grenze in doppeltem Sinn darstellt, wie man aus dem Masszeichen des Regales an $[a_2 b_2]$ erkennen kann. Man vergleicht also die Curven verschiedener Ordnungen mit einem Bogen von einfachster Gestalt, wenn auch nicht von gleichmässiger Krümmung. Indessen ist es leicht, vom Zeilregal auf ein Massregal mit Kreisumriss überzu gehen, da die Verbindung von Mass- und Gliedflächen wesentlich nach demselben Verfahren hergestellt wird. Diess anzudeuten benennen wir geeigneten Ortes auch das Zeilregal als Massregal.

Der Umriss scheidet den Mantel des Massregales in ein Oberfeld und ein Unterfeld; das letztere begrenzt der Planstrahl gegen den Plan.

Hat die Gliedfläche mit dem Massregal eine Leitaxe oder einen Regelstrahl gemein, so berührt sie dasselbe. Findet solche Berührung nicht statt, so können Gliedfläche und Massregal entweder ganz oder teilweise miteinander verbunden sein. Im ersten Fall schliesst die Bindecurve den Umriss des Massregales ein; im zweiten Fall schliesst sich die Gliedfläche dem Massregal von aussen an, weil die Bindecurve jenen Umriss nicht berührt. Berührung, Einschluss und Anschluss sind die 3 Verbindungsweisen von Massregal und Gliedfläche.

Zur Grundlage des Masszeichens dient ein rechtwinkliges Dreieck $A_1 A_2 C$. In demselben bedeuten:

$|A_1 C = a_1|$ den Grundriss der Stammaxe $|a_1|$;
$|A_1 A_2 = b|$ den Planstrahl;
$|A_2 C = c|$ die Hauptaxe des Umrisses;
A_1, A_2. die Planpunkte der Stammaxe $|a_1|$ und der Leitaxe $|a_2|$
$.C.$ den Scheitel des Umrisses auf $|a_1|$.

Der Grundriss der Leitaxe $|a_2|$ liegt symmetrisch zu $|b|$ in Bezug auf $|c|$ und bezeichnet auf $|b_1|$ den Bindepunkt $|a_2 . \mathfrak{a}_2' . b_1|$. $|b_1|$ bezeichnet nämlich den Schichtstrahl der Lotebene $[\alpha_1]$ durch $|a_1|$, welcher mit dieser Stammaxe durch $.C.$ verbunden ist. Verschiebt man $|a_2|$ parallel an $|b_1|$ nach $.C.$, so beschreibt der Planpunkt $.A_2.$ die Spur $|\alpha_{2i}\|b_1|$ und gelangt nach $.A_2'.$, so dass $|a_2 C = A_2 A_2' = C A_1|$, mithin $|A_1 A_2'\|c|$ wird. Solche Verschiebung lässt sich mit jeder Leitaxe $|a|$ des Zeilregals vornehmen, jedes mal hält der Planpunkt $.A'.$ auf $|A_1 A_2'|$ ein, so-bald $|a . \mathfrak{b}_{1a} . b_1|$ in $.C.$ anlangt. $|A_1 A'_2 = \alpha'|$ ist die Planspur der Richtebene $[\alpha']$ zu $.C.$ Die Strahlen des Büschels um $.C.$ in dieser Richtebene sind den Leitaxen des Zeilregals parallel, sofern sie mit diesen in derselben Schiebebene liegen.

Das Strahlbüschel der Schiebebene $[a\sigma]$ um $.C.$ misst die Strecken der Leitaxe $|a|$ ihrer Planspur $|\sigma|$ zu und bezeichnet auf dieser die Richtpunkte für die Planspuren $|\alpha_{1i}|$ des Ebenenbüschels um die Stammaxe $|a_1|$, mit welchen die Schichtstrahlen $|b_i|$ durch die Teilpunkte $.\mathfrak{a}_i.$ auf $|a|$ parallel sind. Ist der Teilpunkt $.\mathfrak{a}_{1i}.$ auf der Stammaxe gegeben, so bezeichnet die $|a'_i \| a|$ auf $|\alpha'|$ den Richtpunkt für die Planspur der Berührebene $[b_{1i} a]$ und damit die Richtung des Schichtstrahles $|a_{1i}|$.

Die Zielspur $|\alpha_{1z}|$ zu $|a|$ durch $.A_1.$ bezeichnet die Berührebene $[a_1 b_a]$ durch den Schichtstrahl $|b_a|$ der Lotebene $[\alpha]$; der Bindepunkt $|\alpha_{1z} . \gamma_a . \sigma|$ deutet daher die Berührsehne $|\gamma_a C\mathfrak{c}_a|$ an, da $|a . \mathfrak{c}_a . b_a|$. Durch $.\gamma_a.$ geht die Planspur $|\gamma|$ der Umrissebene parallel zur Hauptaxe, da deren Zielpunkt bei dem Parabelumriss auf der Planspur der Umrissebene liegt.

Das Ebenenbüschel um $|\sigma|$ beschreibt in der Richtebene $[\alpha]$ ein Strahlbüschel um $.A'.$ und bezeichnet durch jeden dieser Spurstrahlen $|s'_n|$ auf $|a_1|$ einen Punkt $.\mathfrak{a}_{1n}.$ der Bindecurve $(\pi_n)^2$ von $[\sigma_n]$ mit dem Zeilregal $\|a_{12z}\|^2$. Zudem ist $|\sigma . A . b|$ ein Planpunkt dieser $(\pi_n)^2$; ein zweiter Planpunkt derselben ist das Ziel von $|\sigma|$ auf der Planzeile. Das Strahlbüschel $[c\alpha']$ misst $|s'_n|$ nach $|\alpha'|$ und bezeichnet auf dieser die Schiebespuren $|\sigma_i|$, auf jener die Bindestrahlen $[\sigma|s_i|\sigma_i]$, welche $|a_i . \pi_{ni} . s_i|$ ergeben.

Dem Zielstrahle $|cs'_{nz}|$ entspricht eine Leitaxe $|a_{iz}|$

welche einen zweiten Zielpunkt $.\pi_{nz}.$ enthält, nebst dem oben erwähnten $|\sigma_z|$.

Der Zielstrahl $|Cs_{nb}||b|$ deutet die Leitaxe in der Lotebene $[\beta]$ über dem Planstrahl $|b|$ an, desshalb bezeichnet der Bindestrahl $|s_{nb}\pi_{nb}||b_1|$ den zweiten Punkt, den $(\pi_n)^2$ nebst $.A.$ mit $|b|$ gemein hat.

Der Zielstrahl $|A_1\gamma_i||a_i|$ ist die Planspur der Berührebene $[a_1 b_i]$. Der Bindestrahl $[a_1 b_i|\gamma_i \mathfrak{a}_{1n}|\sigma_i]$ bezeichnet desshalb $|\gamma_i \mathfrak{a}_{1n}.\pi_{bi}.b_i|$ als zweiten Bindepunkt von $[\alpha_i]$ mit $(\pi_n)^2$ nebst $.\pi_i.$

Zur Gliederung des Ebenenbüschels $|\sigma|$ nach den Bindecurven dient einerseits das Par Berührebenen zum Massregal durch jene Axe, anderseits das Polarbüschel um $.\gamma_a.$ zum Umriss.

Die eine der Berührebenen durch $|\sigma|$ ist der Plan, die andere $[ab_1]$.

Der Bindestrahl $[\sigma \mathfrak{a}_{1n}|\gamma_a c_n|\gamma]$ ist bezeichnet durch $|\sigma.\gamma_a.\gamma|$; $|A'\mathfrak{a}_{1n}.c_n.c|$. Die Bindepunkte $.\mathfrak{c}_{\sigma 12}.$ von $|\gamma_a c_n|$ mit dem Umriss des Massregales sind zugleich Bindepunkte von $(\pi_{\sigma n})^2$ mit dem letztern. Die Berührebenen des Massregals zu den Punkten seines Umrisses sind Lotebenen, desshalb fällt auch der Grundriss der Tangente zu $(\pi_{\sigma n})^2$ für $.\mathfrak{c}_{\sigma 1,2}.$ mit der Berührspur an den Umriss zusammen, $(\pi_{\sigma n})^2$ berührt den Umriss in $.\mathfrak{c}_{\sigma 1,2}.$

Geht $|s_n'|$ durch $.C.$ so wird $|\gamma_a C|$ zur Polarsehne des Poles $|a.b_{1a}.\mathfrak{b}_1|$ in der Berührebene $[ab_1]$, die Gegenpolare des Lotes durch $.\mathfrak{b}_{ia}.$

Die Umrisstangenten aus $.\gamma_a.$ bezeichnen auf der Hauptaxe $|c|$ die Grenzpunkte $.c.$ Die $[\sigma c_t]$ verbinden mit dem Regal noch dessen Umriss berührende Curven $(\pi_{\sigma t})^2$. Solche Ebenen gliedern das Büschel um $|\sigma|$ in Einschluss- und Anschlussebenen, von denen die

Bindecurven der erstern den Regalumriss berühren, diejenigen der letztern dagegen nicht. Bei dem Zeilregal ist der Plan sowohl Berühr- als Grenzebene des Büschels um $|\sigma|$.

Die Bindecurven des Ebenenbüschels unterscheiden sich, wie aus dem Masszeichen zu ersehen, durch ihre Zugrichtung, welche im wesentlichen der Zielstrahl $|Cs'_{nz}|$ andeutet. Zwischen dem Plan und der $[\sigma C]$ wenden die Bogen von $(\pi_{\sigma n})^2$ dem Umriss ihre convexe Seite zu, über dieser Ebene dagegen die concave. Dem entsprechend wenden sich auch die Tangenten an die Punkte jener Curvenzüge. Diese Tangenten sind die Bindestrahlen von $[\sigma s'_n]$ mit den Berührebenen des Massregals in den betreffenden Bindepunkten und werden demnach bestimmt wie folgt. $[C\pi_{ni}A_1]$ bezeichnet durch ihre Planspur die Richtung des Schichtstrahles $|b_{ni}|$, parallel zu diesem geht die Planspur der Berührebene $[a_i b_{ni}]$ durch A_i. und bezeichnet auf $|\sigma|$ den Planpunkt $.t_{ni}.$ der Tangente zum Bindepunkt $.\pi_{ni}.$ Der Bindestrahl $[ab|A_1 a|\alpha']$ bezeichnet auf $|s'_{nz}|$ den Richtpunkt der Tangente zu $.A.$

Uebrigens genügen dem Augenmass wenige Punkte der Bindecurve, da dasselbe Bogen wie die Teilpunkte einschalten lernt. Aus den beiden eingetragenen Curven unseres Masszeichens ersieht man die Gestalt des Massregals. Aus $(\pi_{ni})^2$ erkennt man die Verbindung des Ober- und Unterfeldes; aus $(\pi_i)^2$ dagegen die Erhebung des Unterfeldes vom Planpunkt $.A.$ aus und mittelbar auch die getrennten Züge der Anschlusscurven.

Ist als Axe des zu gliedernden Ebenenbüschels eine Reliefgerade $|AA_c|$ durch ihren Planpunkt auf $|b|$ und den Schichtpunkt $.A_c.$ in der Schicht der Hauptaxe gegeben, so bezeichnet in dieser Schicht $[c]$ ein Zielstrahl zur Planspur

$|\alpha_n|$ jeder Ebene auf $|b_1|$ deren Bindepunkt $.\mathfrak{b}_n.$ mit der letztern, den Scheitel des Büschels von Bindestrahlen derselben mit den Ebenen $[b_1 a_i]$. Die Planspuren dieser Spielebenen um $|b_1|$ messen den Planstrahl $|b|$ und die Spur $|\alpha'|$ nach deren Drehungen und deuten auf $[\alpha']$ die Richtungen der in jenen Spielebenen liegenden Leitaxen des Massregales an, welche Punkte der gesuchten Bindecurve zeigen. Zugleich bezeichnet der Zielstrahl durch $.A_c.$ auf $|c|$ den $.c_n.$ in welchem $|\mathfrak{a}_{1n}\,\alpha'_n,\ c_n\gamma_n|$ zusammentreffen, wo $|\alpha'.\alpha'_n|\alpha_n|\gamma_n.\gamma|$ bedeutet. Ist $|a.\mathfrak{b}_a.b_1|$ so zeigt $|A_c\mathfrak{b}_a|$ die Richtung des Schichtstrahles durch $|a_1.\mathfrak{a}_{1n}.c_n\alpha'_n|$ und damit die Berührebene des Büschels $|AA_c|$ an das Massregal an. Auf $|a_1|$ liegt wiederum $|a_1.\mathfrak{a}_{1n}.c_n\alpha'_n|$, während $|c_n\gamma_n|$ auf der Axe $|AA_c|$ den Pol $.A_p.$ zur Umrisscurve anzeigt. Liegt $.A_p.$ innerhalb der letztern, so enthält das Ebenenbüschel nur Einschlusscurven. Doch misst $|CA_p|$ in der Umrissebene die Strahlendrehung des Büschels $[A\,a_1]$, das die Axen $|AA_c|$ in dieser Spielebene um die Stammaxe durchlaufen. $|CA_p|$ hat $|b.c_b.\gamma|$ zum Planpunkt und ist Polarsehne zu $.A_1.$ in $[a_1 b]$, gliedert desshalb jedes Axenbüschel um einen Planpunkt $.A.$ auf $|b|$. Liegt nämlich $.A_p.$ zwischen $.C_1\mathfrak{c}_b.$ so zeigen alle Ebenenbüschel, deren Axen in $[a_1 b]$ liegen, nur Einschlusscurven; liegt dagegen $.A_p.$ ausser $|C\mathfrak{c}_b|$, so kommen in den Ebenenbüscheln auch Anschlusscurven vor. Die Anschlussebenen eines solchen Büschels werden von den Einschlussebenen durch 2 Grenzebenen geschieden, deren Bindecurven den Umriss nur in einem Punkte doppelt berühren, während diess bei den Einschlusscurven in 2 Punkten einfach der Fall ist.

Wie nach Massgabe der Umrissebene kann man die Ebenen eines Büschels in Bezug auf das Massregal nach ihrem Verband mit der Zielebene gliedern: in solche mit 2 Zielstrahlen (Asymptoten) und hyperbolischen Curven; in solche ohne Zielstrahleu mit elliptischen Curven und in ein Par parabolische Ebenen mit einem Doppelzielstrahle.

Tafel II. *Berührgliederung.*

Eine Reihe von Kreiskegeln, welche die Leitaxe $|a|$ mit dem Massregal gemein hat, ist mit diesem durch eine Berührebene verbunden, deren Planspur die Tangente zu $.A.$ des gemeinsamen Plankreises $(\pi)^2$ ist. Der Bindepunkt $|a.\mathfrak{a}_o.b_o|$, dem Schichtstrahl dieser Berührebene, ist den Bindecurven der ganzen Kegelreihe $|a(\pi)^2$ gemein.

Die Kreisbüschel durch $.A.$ werden von der Normalen zu $|a|$ nach symmetrischen Paren gegliedert, demgemäss gliedert auch der zu $|a|$ rechtwinklige Schichtstrahl die Bindepunkte $.\mathfrak{a}_o.$ auf $|a|$ symmetrisch. Indem wir also den Grundriss $|a|$ zum Durchmesser des Plankreises wählen, deuten wir mit dem Bindepunkt $.\mathfrak{a}_o.$ des zu $|a|$ rechtwinkligen Schichtstrahles zugleich alle übrigen Nullpunkte $.\mathfrak{a}_{oi}.$ dieser Leitaxe an.

Durchläuft $|a|$ die Schar der Leitaxen, so verschieben sich bei dem Zeilregal die Grundrisse von $.\mathfrak{a}_o.$ auf einer Senkrechten zur Hauptaxe $|c|$ und deuten die Anschlusshyperbel der Lotebene an, in welcher sich $.\mathfrak{a}_o.$ bewegt.

Damit die Bindecurven möglichst inmitten des Zeichenfeldes verlaufen, nehmen wir den Mittelpunkt des Plankreises $(\pi)^2$ in Richtung von $|a|$ nahe der Hauptaxe $|c|$ an.

Da $(\pi)^2$ durch $.A.$ geht, so ist damit der Halbmesser des Plankreises und in $|b.\pi_b.\pi^2)$ ein Planpunkt der Bindecurve von Kegel und Massregal gegeben.

Ist auch die Planaxe des letztern mit dem Lichtkreis $(\pi)^2$ verbunden, so hat jene Curve 3 Planpunkte.

Die Planspur $|\sigma|$ von $[a b_1]$ bezeichnet den Planpunkt $.\pi_{b1}.$ des Kegelstrahles $|\mathfrak{a}_i \pi_{b1} = \mathrm{k}_{b1}|$, welcher den Schichtstrahl $|b_1|$ in $.\zeta_{b1}.$ trifft. Anderseits bezeichnet $|C\mathfrak{a}_i|$ auf $|\sigma|$ den Richtpunkt $.\sigma_t.$ der Planspur $|A_1 \sigma_t|$ zur Berührebene $[a_1 \mathfrak{a}_i]$ und deutet damit zugleich die Richtung des Schichtstrahles $|b_i|$ durch $.\mathfrak{a}_i.$ an. Mit diesem ist daher die Planspur $|A b_{iz}|$ von $[a b_i]$ parallel und solche bezeichnet auf $(\pi)^2$ den Planpunht $.\pi_t.$ des Kegelstrahles $|k_t|$, welcher die Berührebene $[a b_i]$ mit dem Kegel $.\mathfrak{a}_i\ (\pi)^2$ verbindet, der Tangente zu $.\mathfrak{a}_i.$ der Bindecurve von Gliedkegel und Massregal.

Ist die Planspur $|A_1 \sigma_t|$ von $[a_1 b_i]$ in $.\pi_{a(1,2)}.$ mit $(\pi)^2$ verbunden, so bezeichnen $|k_{a1,2}|$ auf $|a_1|$ zwei $.\zeta_{a(1,2)}$, welche mit $.\zeta_{b1}.$ in derselben Lotebene liegen.

Jeder Schichtstrahl $|b_j|$ bestimmt mit $|a|$ eine Berührebene $[a b_j]$. Deren Planspur geht durch $.A.$, ist mit $|b_j|$ parallel und bezeichnet auf $(\pi)^2$ den Planpunkt eines Kegelstrahles $|k_j|$ zu $|k_j . \zeta_j . b_j|$, welcher $.\zeta_{a(1,2)}.$ zu einem Trippel Bindepunkte der $[a_1 \mathfrak{a}_i]$ von Gliedkegel und Massregal ergänzt.

Die Bindecurve eines Gliedkegels II. Ordnung, der das Massregal berührt, hat mit jeder Berührebene desselben 3 Punkte gemein, ist eine Reliefcurve III. Ordnung, eine Terzcurve (der Kürze wegen statt Trippelcurve.)

Die $[a c_z]$ ist der Richtebene $[\alpha']$ parallel. Die Planspur $|A c_z|$ bezeichnet daher auf $(\pi)^2$ den Planpunkt $.\pi_z.$ eines Zielstrahles $|k_z|$ der Kegelfläche $.\mathfrak{a}_i\ (\pi)^2$, welcher mit einer Leitaxe des Massregales parallel ist. Hat das letztere eine sichtbare Planaxe, so geht die Richtebene $[\alpha']$ in einen Richtkegel über, welcher, parallel nach $.\mathfrak{a}_i.$ verschoben, zur Plancurve eine durch $.A.$ gehende Polarcurve hat. Solche kann auf dem Plankreis noch 3 Punkte bezeichnen und dadurch 3 Zielstrahlen andeuten.

Jede Lotebene durch $.\mathfrak{a}_i.$ enthält zwei Kegelstrahlen $|k_j|_{i,2}$. Daher misst das Ebenenbüschel $|a[k_j]_{1,2}$ die Stammaxe $|a_1|$ durch Punktepare $.\mathfrak{a}_{1j}.{}_{(1,2)}.$ Jeder dieser Punkte bezeichnet einen mit der Planspur von $|a[k_j]_{1,2}$ parallelen Schichtstrahl.

Die Schichtstrahlen eines Punktepares $.\mathfrak{a}_{1j}.{}_{(1,2)}$ decken einander in $.d_i.$, welcher 2 Punkte des Zeilregals in demselben Lot andeutet.

Für jedes Lotebenenbüschel $|\mathfrak{a}_i[k_j]$ bezeichnet $.\mathfrak{a}_o.$ ein Decklot, denn lotrecht über $.\mathfrak{a}_o.$ liegt auf dem Schichtstrahle $|b_a|$ der $|b_a.\mathfrak{b}_o.a_1|$, während die Berührebene an den Kegel durch $|a|$ und die Lotebene durch diese Axe als geparte Ebenen gelten. Die Lotebene $[\mathfrak{a}_i\pi_z]$ deutet das einzige Zeildecklot an, das in der Fläche der Decklote vorkommt. Die Decklote liegen demnach bei dem Zeilregal in einer Deckebene, deren Planspur durch den Grundriss von $.\mathfrak{a}_o.$ parallel der Planspur $|A\pi_{zi}|$ geht, wo $[\pi_z a_i.\pi_{zi}.\pi^2)$.

Die Anschlusscurve dieser Deckebene an das Zeilregal hat ausser $.\mathfrak{a}_o.$ noch ein Punktepar mit der Terzcurve $(\zeta_i)^3$ gemein, das bezeichnet wird durch die beiden Strahlen, welche den Kegel $.\mathfrak{a}_o(\zeta_i)^3$ mit der Deckebene verbinden.

Liegt der Scheitel $.\mathfrak{a}_i.$ lotrecht über dem Mittelpunkte des Plankreises, so wird die Senkrechte zur Hauptaxe der Umrissparabel durch $.\mathfrak{a}_o$, deren Leitlinie, zur Planspur der Deckebene.

Liegt $.\mathfrak{a}_i.$ lotrecht über $|a.\pi_a.\pi^2)$, so ist die Lotebene durch $|a|$ zugleich Deckebene, weil dann der auf $|b_a|$ über $.\pi_a.$ liegende $.\mathfrak{b}_i.$ das Par $.\mathfrak{a}_{i,o}.$ zum Trippel ergänzt.

Der Hülfskegel $.\mathfrak{a}_o(\zeta_i)^3$ hat einen lotrechten Strahl, wenn $.\mathfrak{a}_i.$ der Bindepunkt von $|a|$ mit $|\pi_a \mathfrak{b}_o|$ ist, wo $.b_o.$, wie oben, den lotrecht über $.\mathfrak{a}_o.$ auf $|b_a|$ liegenden Punkt bedeutet. Für diesen Kegel ist $|\mathfrak{a}_o\mathfrak{b}_o|$ das den Kegelstrahlen $|a,\pi_a\mathfrak{a}_i|$ entsprechende Decklot; der Deckpunkt der Terzcurve fällt in den Grundriss $.a_o.$

In jeder Deckebene liegen 3 Strahlen des Bindekegels $.\mathfrak{a}_o(\zeta_i^3)$, nämlich das Strahlenpar durch die einander deckenden Punkte und der Lotstrahl $|\mathfrak{a}_o\mathfrak{b}_o|$. Diese 3 Strahlen haben 4 Punkte mit dem Massregal gemein, von welchen je 2 demselben Lot angehören. Die Bindecurve der Deckpunktenpare ist mithin eine Reliefcurve IV. Ordnung.

Auf dem Ober- und Unterfelde des Massregales liegt je ein Zug dieser Deckcurve (δ^4); aber beide Züge haben den Grundriss gemein.

Solange der Grundriss zum Scheitel des Gliedkegels innerhalb des Plankreises bleibt, gehören die beiden sich deckenden Punkte der Bindecurve stets verschiedenen Mantelteilen des Gliedkegels an. Bei $.\pi_a.$ ist der Scheitel des Gliedkegels selbst deckender Punkt. Tritt $.\mathfrak{a}_i.$ über diese Grenze, so gelangen die deckenden Punkte beide auf den oberen Mantelteil des Gliedkegels und giebt es insbesondere 2 Schichtstrahlen, welche den Gliedkegel berühren.

Findet solche Berührung in einem Punkte des Umrisses $.\mathfrak{c}_t.$ statt, so ist dieser zugleich Deckpunkt, die Deckebene geht durch dessen Lot und die Deckcurve berührt in $.\mathfrak{c}_t.$ den Lotcylinder durch den Umriss.

Unser Masszeichen lässt 2 solcher Berührpunkte $.\mathfrak{c}_t.$ erkennen. Dieselben werden, den obigen Bedingungen gemäss mit Hülfe je eines Curvenpares im Plane bestimmt. Die eine dieser Curven enthält die Planpunkte der Kegelstrahlen von $.\mathfrak{a}_o(\zeta_i^3)$ durch den Bindepunkt $.\zeta_{it}.$ eines den Gliedkegel $.\mathfrak{a}_i.(\pi^2)$ berührenden Schichtstrahles; die andere Curve folgt den Planpunkten der Bindestrahlen $[a\,\zeta_{it}\,|\,\mathfrak{d}_i\,|\,\delta_t]$, wo $[\delta_i]$ die $.\mathfrak{a}_i.$ entsprechende Deckebene bedeutet.

Der Bindepunkt dieser beiden Curven bezeichnet die Richtung von $|\mathfrak{d}_{it}|$, welche auf dem Umriss $.\mathfrak{c}_t..$ anzeigt. Beiderlei Hülfscurven messen die Planspuren der Berührebenen $[a\zeta_{it}]$; diejenige Planspur, welche durch den Bindepunkt der Hülfscurven geht, zeigt also die Richtung der Umrisstangente in $.\mathfrak{c}_t.$ an.

Zeigt die Planspur der Deckebene auf dem Grundriss der Deckcurve (δ^4) einen Deckpunkt, so stellt die Terzcurve eine Schleife dar, andernfalls erscheint dieselbe als Schweif.

Geht der Plankreis durch den Grundriss $.a_o.$, so berührt die Lotebene $[a]$ den Deckcylinder. Darnach gliedern sich die Plankreise auf dem Durchmesser $|a|$, indem die $.\pi_a.$ zu $.a_o.$ symmetrische Reihen durchlaufen.

Dient statt des Zeilregals ein Regal mit sichtbarer Planaxe oder mit Plancurve als Massfläche, so werden die Zeilen der Deckebenen, statt durch die Zeiltangente des Umrisses, bestimmt durch Pare paralleler Umrisstangenten, indem jedem Gliedkegel der Zielkegel seines Scheitels ein solches Par zuweist. Daher besitzen die Terzcurven beiderlei Büschel denselben Planpunkt.

Stellt man sich nun die berührenden Kegelflächen an sämtlichen Leitaxen des Massregales vor, so wird der Massraum durch dieselben gegliedert, weil die Reihen der Kegelflächen nach ihren Bindecurven mit dem Massregal gegliedert sind.

Durch solche Gliederung sind dem Augenmass bestimmte Anhaltspunkte geboten, geregelte Bahnen gewiesen, um zunächst den Verlauf der Bindecurve eines Gliedkegels zu erkennen, darnach dessen Gestalt und Lage in dem Massraum zu beurteilen, welcher durch die Reliefaxen des Massregales angedeutet ist.

Wir setzen nun die Gliederung des Massraumes fort, indem wir den Scheitel des Gliedkegels auf einem Schichtstrahle des Massregales verschieben (Tafel II, 4). Man lernt dadurch zwischen bekannte Grenzcurven verwandte Curven einschalten, wie man mit dem Augenmasse zwischen zwei Tangenten und der Sehne eines Bogens diesen selbst einschaltet.

Der Symmetrie wegen nehmen wir den Mittelpunkt des Plankreises $(\pi)^2$ in Richtung der Hauptaxe $|c|$ an. Die Bindepunkte $|b \,.\, A_{3,4} \,.\, \pi^2)$ bezeichnen 2 Leitaxen des Massregales, welche der Schichtstrahl $|b_i|$ verbindet, indem er auf jenen $.\,\mathfrak{a}_{i(3,4)}.$ bezeichnet. Durch $.\,A_4\,\mathfrak{a}_{i3}\,\mathfrak{a}_{o3};$ $A_3\,\mathfrak{a}_{i4}\,\mathfrak{a}_{o4}.$ gehen die Terzcurven $(\zeta)^3_{3,4}$.

Dieselben haben auf jedem Mantelfeld des Massregales einen Punkt gemein.

Da nämlich die Kegel $.\,\mathfrak{a}_{i3}(\pi^2)\,\mathfrak{a}_{i4}.$ denselben Plankreis besitzen, so sind dieselben noch durch eine Plancurve (π'^2) verbunden, deren Ebene auf dem Massregal eine zweite Polarcurve (π^2_m) bezeichnet. Die Curven (π'^2, π^2_m) treffen einander in 4 auf dem Massregal und beiden Kegelflächen liegenden Punkten. Anderseits ergänzen die Leitaxen $|a_{3,4}|$ die Terzcurven $(\zeta_{3,4})$ je zu einer Curve IV. Ordnung und solche müssen mit $[\pi']$ dieselben 4 Punkte gemein haben, wie (π'^2, π_m^2), da sie je einen Kegel mit dem Massregal verbinden. Nun zeigt $[a_4 b_i]$ den $.\mathfrak{a}_4.$ mittelst des Strahles $|k_{34}|$ durch $.\mathfrak{a}_{i3}.$ als Bindepunkt von $(\pi_i^2 \pi_m^2)$ und zugleich als solchen von $(\zeta_3)^3$ mit $|a_4|$; dessgleichen verbindet $.\mathfrak{a}_3.$ die Leitaxe $|a_3|$ mit (π_2', π) sowohl, als mit $(\zeta_4)^3$. Von den 4 Bindepunkten des Curvenpares (π'^2, π_m^2) liegen sonach zwei auf $|a_{3,4}|$, die beiden übrigen verbinden die Terzcurven $(\zeta_{3,4})^3$; jede von diesen hat aber gleichwohl mit $[\pi']$ 3 Punkte gemein.

Die Planspur von $[\mathfrak{a}_{i3} \zeta_{3,4} \mathfrak{a}_{i4}]$ wird durch die Planpunkte π_3, π_4 der in $.\zeta_{34}.$ zusammentreffenden Kegelstrahlen angezeigt, ist parallel zu $|b_i|$ und bezeichnet auf $|b|$ den Planpunkt $.A_5.$ der Leitaxe $|a_5|$ durch $.\zeta_{34}..$ $[a_5 b_i]$ berührt das Massregal in $.\mathfrak{a}_{i5}.$, daher sind $|\mathfrak{a}_5 \pi_3, \mathfrak{a}_5 \pi_4|$ zwei Tangenten zum Doppelpunkt $.\mathfrak{a}_{i5}.$ der Bindecurve (ω), welche den Kegel $.\mathfrak{a}_{i5}(\pi^2)$ mit dem Massregal verbindet.

Die Planspur $|\sigma_5|$ der Berührebene $[a_5 b_1]$ zeigt durch die Kegelstrahlen $|k\sigma|_{1,2}$ auf $|b_1|$ zwei Punkte von (ω). Die Planspur von $[a_1 b_i]$ deutet auf $|a_1|$ zwei weitere Punkte von (ω) an, welche diejenigen von $|b_1|$ zu einem Quadrupel Punkte der Berührebene $[a_1 b_1]$ ergänzen. Auf analoge Weise wie bei der Terzcurve lässt sich nun zeigen, dass von der Bindecurve des Kegels $.\mathfrak{a}_{i5}(\pi^2)$ mit dem Massregal in jeder Berührebene des letztern vier Punkte liegen, dass diese eine Reliefcurve IV. Ordnung, eine Quartcurve ist.

Dieser Nachweis wird bestätigt durch das Vorkommen von 2 (resp. 4) Zielstrahlen in dem Gliedkegel, welche, wie früher, bei dem Zeilregal gezeigt werden durch die zur Richtebene parallele Zielebene, beim Massregal im allgemeinen durch einen Zielkegel mit dem Scheitel $.\mathfrak{a}_{i5}.$

Der Bindepunkt $[a_3 b_i . \pi_{3i} . \pi^2)$ zeigt durch $|k_{3i}|$ auf $|a_3|$ den zweiten Punkt auf $|a_3|$, welcher in $[a_3 b_i]$ den Planpunkt $.A_3.$ und den Doppelpunkt $.\mathfrak{a}_{i5}.$ zum Quadrupel ergänzt. Eine gleiche Ergänzung findet in $[a_4 b_i]$ bezüglich $.A_4, \mathfrak{a}_{i5}.$ statt.

Die zu $|b_i|$ parallelen Tangenten an (π^2) zeigen auf $|b|$ die Planpunkte von Leitaxen, welche die Bindecurve (ω^4) berühren.

Ist $.\mathfrak{a}_{it}.$, der Bindepunkt einer solchen Leitaxe $|a_t|$ mit $|b_i|$, der Scheitel des Gliedkegels, so wird der Kegelstrahl zum Berührpunlit $.\pi_t.$ der Planspur von $[a_t b_i]$ eine Inflexionstangente von (ω^4).

Der Planpunkt $.A_t.$ von $|a_t|$ liegt dann ausser dem Plankreis; desswegen befinden sich $.A_{3,4}.$ stets auf derselben Seite der Richtebenenspur von $[\mathfrak{a}_{it} a_{1z} c_z]$.

Der Inflexionspunkt $.\mathfrak{a}_{it}.$ entsendet daher von seiner Doppeltangente aus 2 stetige Züge nach $.A_3$ und $A_4.$, welche je einem der beiden Zielpunkte von (ω^4) zustreben, die durch die Richtungen der Zielstrahlen angedeutet sind.

Der andere an die Richtebene $[\mathfrak{a}_{it} a_{1z} c_z]$ grenzende Mantelteil des Gliedkegels ist mit dem obern Mantelfelde des Massregales verbunden. Auch in diesem Mantelteil bezeichnet eine Berührebene durch $|b_i|$ einen Doppelstrahl des Kegels, dessen Bindepunkt mit dem Oberfelde (ω_4). Derselbe ist Curvenscheitel, von welchem aus der Bogen nach den zu den untern symmetrischen Zielpunkten von (ω^4) auf dem obern Kegelmantel hinzieht.

Ein solcher Bogen bildet sich für beide Mantelteile zu Seiten der Zielebene durch den Kegelscheitel aus, wenn sich dieser von dem Inflexionspunkt und zugleich von dem Regalmantel entfernt, indem alsdann der Scheitel des Gliedkegels als isolirter Punkt der Bindecurve auftritt.

Die Reihe der Gliedkegel $(\pi^2|b_i|$ wird also gegliedert durch das Par Berührkegel mit Terzbindecurven und das Par Inflexionskegel.

Durchläuft der Schichtstrahl das Massregal, so sind die Bahnen für die Scheitel der Berührkegel durch die beiden Leitaxen $|a_{3,4}|$ gegeben. Die Scheitel der Inflexionskegel dagegen durchlaufen eine Reliefcurve IV. Ordnung.

Dieselbe hat nämlich den Planstrahl $|b|$ zur Doppelasymptote, weil derselbe durch 2 mit ihm parallele Tangenten an den Plankreis als Asymptote bezeichnet wird. Ausserdem bezeichnen die beiden zur Hauptaxe, folglich zur Zieltangente des Umrisses parallelen Tangenten an (π^2) auf $|b|$ die Planpunkte eines Leitaxenpares, dessen Zielpunkte Inflexionspunkte der Zieltangente sind.

Von jedem $.A.$ ausser der Sehne $|A_3A_4|$ gehen 2 Tangenten an den Plankreis, daher bezeichnen 2 mit diesen parallele Schichtstrahlen Inflexionspunkte auf der Leitaxe $|a|$. Mit dem Schichtstrahl $|b_a|$ der Lotebene $[\alpha]$ sind 2 Tangenten an (π^2) parallel und bezeichnen auf $|b|$ die zwei Axen, deren einer Inflexionspunkt auf $|b_a|$ liegt. Folglich enthält jede Lotebene $[ab_a]$ 4 Punkte der Inflexionscurve.

Die Tangenten an $.A_{3,4}.$ vertreten je ein Tangentenpar, daher bezeichnen auch die mit denselben parallelen

Schichtstrahlen auf $|a_{3,4}|$ je einen zweifachen Punkt, den Nullpunkt. In diesen Nullpunkten wird also die Inflexionscurve von den Leitaxen $|a_{3,4}|$ berührt.

Das Kreisbüschel durch $.A_{3,4}.$ gliedert der Diametralkreis über dieser Strecke nach symmetrischen Paren zu $|b|$. Für solchen Diametralkreis sind die Tangenten in $.A_{3,4}.$ unter sich parallel und rechtwinklig zu $|b|$. Der zu $|b|$ rechtwinklige Schichtstrahl trägt daher die Nullpunkte jedes Axenpares, dessen Planpunkte durch einen Diametralkreis über $|b|$ verbunden sind.

Der Kegel, welcher den Scheitel $.\mathfrak{a}_i.$, mit dem Umriss des Massregales verbindet, bezeichnet im Plan eine Polarcurve, die den Grundriss der Leitaxe $|a_i|$ in deren Planpunkt $.A_i.$ berührt. Hat solche Polarcurve mit dem Plankreis (π^2) ein (bezw. 2) Punktepar gemein, so schliesst der Gliedkegel das Massregal ein; andernfalls findet nur ein Anschluss des ersteren an das letztere statt.

Da die Richtung der Hauptaxe bei dem Umriss und bei der Planspur seines Bindekegels mit $.\mathfrak{a}_i.$ übereinstimmt, ist diess auch bei den zu dieser Hauptaxe rechtwinkligen Scheiteltangenten der Fall. Desshalb bezeichnen die zur letzteren parallelen Kreistangenten auf der Planspur der Umrissebene die Pole, deren Tangenten an den Umriss mit jenen Kreistangenten Pare von Grenzebenen ein- und anschliessender Kegelreihen durch deren Bindepunkte mit $|b_i|$ bestimmen.

So schliesst sich die Gliederung des Massraumes durch ebenenweise und punktweise berührende Kegelflächen der Gliederung des Ebenenbüschels um $|\sigma|$ an.

Tafel III. *Ueberblick.*

Soll durch bestimmte Punkte nach dem Augenmass eine Curve gezogen werden, so beginnt man bei den gestreckten Teilen derselben und schaltet zwischen diesen die Biegungen unter möglichster Wahrung der Stetigkeit ein. Dabei zieht man neben dem Wechsel der Richtungen auch die von der Curve begrenzten Flächenteile mit in Betracht. Desswegen ist die ganze Curve wiederholt zu überfahren, sei es mit dem Stift, sei es mit dem Blicke, weil nur der anhaltende Zug auch den steten Biegungswechsel und mit diesem die Wahrnehmung der stetigen Fläche verbürgt. Indem nun die gestreckten Teile der Curve leichter und früher erfasst werden als die Krümmungen, gelangt man dazu die letztern nach Massgabe der erstern einzuschalten.

Der Unterricht im Freihandzeichnen trachtet in der Tat, unterstützt von dem Modelliren, darnach, dass die Schüler mit den Linien die Teilung und Gestalt der Flächen erfassen.

Auch beim perspectivischen Zeichnen fasst man nebst den Richtungen der Linien am Körper und seinem Bild zugleich die Lage der Flächen ins Auge. Wer das vernachlässigt, erlangt kein gründliches Verständniss der Zeichnung. Denn alle Punkt- und Richtungsbestimmungen sind eigentlich nur Hülfsmittel zur Flächengestaltung.

Damit also das System von Lehrsätzen, das wir Geometrie nennen, als übersichtlich gegliederte Norm dem stetigen Gestalten diene, muss das analytisch-synthetische, das messende und verbindende Zeichnen sich an die Gesamtauffassung der Linien und Flächen halten und von solchen Massformen aus die an diese sich schliessenden Gliedformen methodisch ermitteln, wie der Bildner die Gliederungen nach der Hauptform bemisst.

So dienen die Terzcurven der ebenenweise berührenden Kegel als Massformen bei Einschaltung der Quartcurven von punktweise berührenden Kegeln. Nun legen wir die Quartcurven der punktweise berührenden Kegel aus den Bindepunkten eines Lotes mit dem Massregal der allgemeinen Ein- und Anschlussgliederung des Massraumes durch Kegelflächen zu Grunde.

Auf dem Lot $|p|$ durch den Mittelpunkt des Plankreises (π^2), welcher in Richtung der Hauptaxe $|c|$ angenommen ist, liegen 2 Bindepunkte $.\mathfrak{p}_{u,o}.$ mit dem Unter- und dem Oberfelde des Massregales (Tafel III, 5.). Die Erhebung dieser Scheitel über den Plan zeigen die Schichtstrahlen $|b_{u,o}|$ auf der Stammaxe $|a_1|$ an.

Parallel mit $|b_{u,o}|$ gehen durch $.A_1.$ die Planspuren der Berührebenen $|a_1[b_{u,o}]$ und bezeichnen auf dem Zielstrahle zu $|a_1|$ durch $.\mathfrak{p}_{u,o}.$ einen Punkt der Zielebene $[\alpha'_{u,o}]$ zur Richtebene $[\alpha']$; durch denselben geht die Planspur der unteren und der oberen Zielebene parallel zu $|\alpha'|$. Die erstere Planspur bezeichnet auf (π^2) zwei Zielstrahlen des Gliedkegels $.\mathfrak{p}_u(\pi^2)$, während die Planspur der oberen Zielebene neben dem Plankreise vorbeigeht. Folglich kommen im oberen Gliedkegel $.\mathfrak{p}_o(\pi^2)$ keine zu Leitaxen des Massregales parallelen Strahlen vor.

Durch $.\mathfrak{p}_u.$ geht die Leitaxe $|a_u|$; sie liegt in der Lotebene von $|b_o|$ und hat ihren Planpunkt $.A_u.$ innerhalb des Plankreises. Desshalb bezeichnet die Planspur von $[a_u b_u]$ auf (π^2) 2 Berührstrahlen des Doppelpunktes $.\mathfrak{p}_u.$

Dagegen liegt der Planpunkt $.A_o.$ der Leitaxe durch $.\mathfrak{p}_o.$ ausser (π^2), die Planspur von $[a_o b_o]$ geht neben dem Plankreis vorbei, mithin ist $.\mathfrak{p}_o.$ ein isolirter Punkt.

Von $.A_o.$ geht ein Tangentenpar an den Plankreis. Die zu den beiden Tangenten parallelen Schichtstrahlen berühren die Ringcurve (ω_o^4).

Der Doppelschweif (ω_u^4) ist eine Einschlusscurve, weil der Bindekegel des Umrisses mit $.\mathfrak{p}_u.$ den $.A_u.$ seiner Planspur innerhalb (π^2) zeigt, während die Ringcurve (ω_e^4) und der isolirte Punkt $.\mathfrak{p}_o.$ nur einen Anschluss des Gliedkegels an das Massregal vermitteln.

Die Planspuren des Ebenenpares um die Stammaxe $|a_1|$ durch die Endpunkte des zu $|a_1|$ parallelen Durchmessers von (π^2) deuten auf dem Lot $|p|$ ein Punktepar $.\mathfrak{p}_{i,e}.$ an, dessen Zielebenen in Bezug auf $[\alpha']$ den Gliedkegel $.\mathfrak{p}_{i,e}(\pi^2)$ berühren. Solche Gliedkegel besitzen je einen Doppelzielstrahl und die Bindecurven derselben mit dem Massregal erhalten parabolische Gestalt. Diese Quartparabeln bestehen aus 2 Zügen, von denen der eine auf dem Unterfeld, der andere auf dem Oberfeld des Massregales liegt.

Die Zielstrahlen zu jenen die Parabelkegel bedingenden Planspuren durch $.\mathfrak{p}_{i,e}.$ zeigen auf $|a_1|$ an, dass $.\mathfrak{p}_i.$ zwischen $.\mathfrak{p}_{u,o}.$ fällt, $.\mathfrak{p}_e.$ dagegen ausserhalb dieser Strecke liegt.

Durch das Punktepar $.\mathfrak{p}_{i,e}.$ ist die Kegelreihe $|p(\pi^2)$ nach Kegeln mit Ringen und solchen mit Schweifen als Bindecurven gegliedert, indem Ringe entstehen, wenn die Planspuren der Zielebenen $[\alpha_n']$ durch die Scheitel $.\mathfrak{p}_n.$ neben dem Plankreis vorbeigehen, Schweife dagegen, wenn diese Planspuren auf dem Gliedkegel ein Par Zielstrahlen zu einem Leitaxenpar des Massregales anzeigen.

Berührt (π^2) die Planspur der Richtebene $[\alpha']$, so liegt $.\mathfrak{p}_i.$ in der Höhe von $.C.$, mithin auf der Hauptaxe der Parabel, welche die Lotebene durch $|c|$ mit dem

Massregal verbindet (Tafel III, 6). Daher fallen die Bindepunkte der Kegelstrahlen in dieser Lotebene mit der Bindeparabel parweise in dasselbe Lot und bilden ein Par Deckpunkte des oberen und unteren Curvenzuges in Richtung der Hauptaxe $|c|$. Dieselben können mit Hülfe eines Kegels erkannt werden, welcher durch jene Bindparabel gelegt wird.

Verschiebt man den Gliedkegel $.\mathfrak{p}_c(\pi^2_{\alpha'})$ längs der Hauptaxe $|c|$ gegen $.C.$ hin, so streckt sich der dem Umriss näher liegende Zug der Quartparabel mehr und mehr, während der jenseits des Scheitels $.\mathfrak{p}_c.$ befindliche Zug seine Biegung in geringerem Masse verkürzt. Erreicht $.\mathfrak{p}_c.$ den Hauptscheitel $.C.$, so berührt $(\pi^2_{\alpha'})$ die $|\alpha'|$ in $.A_1.$, die Quartparabel zerfällt in $|a_1, b_1|$ und eine Terzcurve. Geht $.\mathfrak{p}_c.$ in vorerwähntem Sinn über den Umrisspunkt $.C.$ hinaus, so werden die Kegelstrahlen der Lotebene durch $|c|$ Sekanten der Massparabel in dieser Hauptebene, desshalb erscheint $.\mathfrak{p}_c.$ jetzt als äusserer Teilpunkt der Strecke zwischen den beiden Deckpunkten in $|c|$.

Die Kegelstrahlen, welche diese Deckpunkte auf dem unteren und oberen Zuge der Massparabel bezeichnen, messen dieselbe durch parallele Sehnen. Gehen die Kegelstrahlen in ein Tangentenpar an die Massparabel über, so berühren sich die Züge von $(\omega^4_{\alpha'})$ auf dem Ober- und dem Unterfelde des Massregals in einem Doppeldeckpunkt $.\mathfrak{d}^*.$ auf der Hauptaxe, um von da, bei fernerem Heraustreten des Gliedkegels aus dem Massregal, auseinander zu gehen.

Die Reihe der Quartparabeln ist ein Masszeichen für die Gestaltung der Quartcurven überhaupt, insonders der Ringformen, indem diese gleichartige Verwandlungen erfahren wie die Quartparabeln.

Im Allgemeinen wird die Bindecurve eines Gliedkegels mit dem Massregale mit Hülfe eines Bindekegels bestimmt, welcher mit dem Gliedkegel den Scheitel und mit dem Massregal entweder die Schar der Schichtstrahlen oder die der Leitaxen gemein hat. Die Planspuren zu den Berührebenen dieses Bindekegels umhüllen eine Polarcurve, die Planbindecurve. Ist die Fusspunktencurve aus dem Mittelpunkte des Plankreises zu den Tangenten der Planbindecurve mit jenem durch Punktepare verbunden, so deuten die entsprechenden den Plankreis berührenden Planspuren den Gliedkegel berührende Schichtstrahlen oder solche Leitaxen des Massregales an; deren Grundriss berührt zugleich den Grundriss der Bindecurve.

Ist eine Kegelfläche einer Schalfläche einbeschrieben, indem sie mit derselben den Plankreis und einen Punkt gemein hat, so erscheinen die Strahlen der Kegelfläche als Sehnen der Bindecurven eines Ebenenbüschels mit der Schalfläche; wobei man zweckmässig die Axe des Ebenenbüschels durch die Kegelspitze zieht und so annimmt, dass dieselbe mit dem Massregal durch ein Punktepar verbunden ist. Die Bindecurve einer solchen passend gewählten Kegelfläche mit dem Massregal weist bereits auf die allgemeine Gestalt der gesuchten hin; diesen Anhalt des Augenmasses zu ergänzen, genügen die Bindepunkte weniger Schichtstrahlen mit der Gliedfläche. Bei den Regelflächen wird man einen zweckmässig, z. B. durch einen Bindepunkt einer Gliedaxe mit der Massfläche gelegten Zielkegel zu jener Gliedfläche anwenden. Immer dienen die mit der Massfläche innigst verbundenen Glieder als Massflächen für die ferner liegenden Gliedflächen. Die genauere Ausführung der letzt berührten Verbindungen unterbleibt für diessmal, teils um ermüdende Wiederholungen zu vermeiden, hauptsächlich aber, weil es dem Verfasser vorerst daran lag, die Grundzüge seiner Anschauungsweise festzustellen.

Diese fasst er in folgende Sätze zusammen:

Wählt man das Zeilregal zur Massfläche des Reliefs, so kann jede Gliedfläche gemessen werden durch die Schar der zum Plan parallelen Schichtstrahlen oder durch die Schar Leitaxen, an welchen sich die Schichtstrahlen verschieben.

Dieses Masszeichen deutet zugleich die Verbindungsweise der Gliedflächen mit dem allgemeinen Regal an.

Wenn man Flächen messend verbindet, ergeben sich deren Massverhältnisse, welche durch die Bindecurven bezeichnet sind.

Die Gliederung des Massraumes durch seine Flächen nach deren Bindecurven mit einer Massfläche gewährt desshalb einen **Ueberblick über die Gestaltung der Flächen nach Massverhältnissen.**

Schluss.

Alle vorstehend beschriebenen Zeichenverfahren sind zwar an speziellen Beispielen veranschaulicht; wenn man aber die Wandlungen kennt, welche die Gestalten bei Bewegung ihrer Elemente erfahren, so haben jene Masszeichen und deren Erklärung allgemeine Bedeutung. Doch genügt es nicht, zu wissen, dass diese und jene Zeichenregel allgemein Anwendung findet; vielmehr wird die allgemeine Bedeutung eines Masszeichens nur von dem gewürdigt, dessen Augenmass geübt ist, nach dem Ueberblick über Gestalt und Anordnung der gegebenen

Flächen und mit zweckmässiger Bestimmung sicher leitender Elemente die Curven richtig zu ziehen. In dem Grade wie das Augenmass Curven und Flächen erfasst, nehmen die Combinationen und Associationen der Vorstellungen an Sicherheit und innerer Freiheit zu; nähert sich das geometrische Wissen der bildnerischen Kunstfertigkeit. Zur Einübung des Augenmasses sind aber lange Namen und Umschreibungen, zahlreiche, gewundene Lehrsätze bei Erklärung der Masszeichen hinderlich. Wie der Blick von Linie zu Linie ununterbrochen weitergeht, soll die Erklärung ohne Aufenthalt von Merkmal zu Merkmal fortschreiten. Nicht die Lehrsätze, sondern die Masszeichen und deren Wandlungen enthalten den Erwerb an räumlicher Erkenntniss, an geregelten Vorstellungen von Linien- und Flächenverbänden, welcher die unmittelbare Grundlage der Anwendung und weiterer Betrachtung bildet; wie die Belegstücke der natur- und kunstgeschichtlichen Sammlungen den eigentlichen Schatz der Natur- und Kunsterkenntniss bergen. Darum gilt im Zeichenunterricht seit lange der Grundsatz: Je kürzer das Wort, desto wirksamer das Zeichen.

Durch stetes Messen und Zeichnen haben obige Betrachtungen nebeneinander das Augenmass und die Raumvorstellung betätigt.

Linie fügt sich an Linie, Richtungen verschmelzen zu stetigen Curven, die Curven wandeln sich in stetigen Flächen, die Flächen gliedern den stetigen Raum. Solch regelmässig gegliederter Raum dient als Massraum, wie die regelmässig geteilte Gerade als Massstab. Nicht im Zählen gleicher Längen besteht das Messen, sondern im bestimmten Erfassen der einzelnen Richtungen und Ausdehnungen, der Drehungen, Biegungen und Wölbungen.

Ebenso ist das Zeichnen nicht nur ein Sichtbarmachen einzelner Linien oder Formen, sondern zugleich ein Andeuten allgemeiner Linienverbindungen.

Massgebend ist dabei die Ebene für Schiebung von Strecken und Bogen; der Kegel für Drehung von Strahlen um einen Punkt; das Regal für Drehung von Ebenenparen um ein windschiefes Axenpar, damit für gleichzeitige Strahlenschiebung und Strahlendrehung; endlich die Schale für gleichzeitige Bogenschiebung und Bogendrehung. Ueberhaupt bedingen die Verbindungen der Linien und Flächen die räumlichen Massverhältnisse. Wenn man aus den Massverhältnissen des einzelnen Linienzuges dessen Bedeutung für das räumliche Gestalten erkennt[1], dann dient solcher Linienzug als Masszeichen und erlangt begriffliche Geltung, wie Ziffern und Buchstaben.

Wie der geübte Bildner jeden Zug oder Druck seiner Hand nach der Wirkung bemisst, die derselbe in der Gesamterscheinung der Gestalt üben soll, so bemisst der Zeichner jeden Strich nach seiner Bedeutung zunächst für die vorliegende Abbildung, dann aber auch für verwandte Gestalten, endlich als Zeichen im Gestaltungsvorgang überhaupt. Analog schreibt man Zahlen zunächst um bestimmte Mengen von Dingen zu bezeichnen, dann um allgemeine Werte anzugeben, endlich um Functionen anzudeuten. Unentbehrlich für den Verkehr und die Geistesentwickelung sind wahrnehmbare Züge, so beim Gestalten wie beim Rechnen, wesentlich aber jedesmal Umfang und Gehalt der Vorstellungen, welche sich an solche Züge knüpfen. Der Umfang räumlicher Vorstellungen hängt von dem Ueberblick über die Wandlungen der Gestalten ab; der Gehalt dieser Vorstellungen richtet sich nach der Sicherheit des Augenmasses, nach der Beherrschung der Massverhältnisse. Wenn Hand und Blick Schiebungen, Drehungen, Biegungen der Linien sicher bemessen, wenn bei Vorstellung der Flächen Planspuren, Umrisse und die Netze der Reliefinien einander richtig ergänzen, wenn der Ueberblick über die Gliederung des Massraumes durch seine Flächen die allgemeine Ordnung des Gestaltens gegenwärtig hält, dann und solang die Vorstellung in gestaltender Tätigkeit ausharrt, begreift man das Räumliche als **stetigen** Zusammenhang seiner Elemente.

Hottingen-Zürich, Januar 1891.

Diagnoses specierum novarum

ex agris mollassicis seu neogenis, in Museo Turicensi conservatarum*),

auctore

C. Mayer-Eymar, Prof.

Mars 1891.

Significant: (1) rarissimum; (2) rarum; (3) non rarum; (4) frequens et (5) abundans.

E serie Pleurotomae (Drilliae) sigmoideae.

Pleurotoma (Drillia) Buffoni, May.-Eym.

Pl. (Dr.) testa subfusiformi, crassula, lævi, nitente; spira longiuscula, acuta; anfractibus circiter 10, con-

*) Descriptiones in lingua gallica et figuras vide in „Journal de Conchyliologie, Paris" 1891.