

letzten Windung. Da ich noch eine kleine Art derselben Gruppe und vom gleichen Fundorte vorliegen habe, bei welcher der letzte Umgang sammt Mündung gewisse Eigenthümlichkeiten aufweist, welche aber zu schlecht erhalten ist, um jetzt schon beschrieben zu werden, so zweifle ich nicht daran, dass gegenwärtige Form eine gute Art darstellt, um so weniger, als ich sechs Exemplare davon kenne.

## Einige Resultate über die Osculationskreise bei Kegelschnitten.

Von  
Dr. A. Weiler.

In dem Punkte  $P$  des Kegelschnittes  $k^2$ , in welchem der Osculationskreis  $p^2$  construirt werden soll, seien die Tangente  $t$  und die Normale  $n$  bekannt. Es wird alsdann  $k^2$  durch drei weitere Punkte oder durch drei, bezüglich zwei, weitere Tangenten bestimmt sein.

1. Man verzeichne einen Kreis  $k'^2$ , welcher  $k^2$  in  $P$  berührt. Ferner verbinde man  $P$  mit den drei Punkten  $A, B, C$  von  $k^2$  und schneide  $k'^2$  mit diesen Linien  $PA, PB, PC$  in  $A', B', C'$ . Lässt man nun den drei Punkten  $A, B, C$  die drei Punkte  $A', B', C'$  entsprechen, so entsteht eine centrische Collineation vom Centrum  $P$  und einer Collineationsaxe  $s$ . (Bezüglich dieser Collineation sind  $k^2$  und  $k'^2$  entsprechende Gebilde.) Die durch  $P$  zu  $s$  gezogene Parallele  $s_0$  schneide  $k'^2$  in  $P'_0$ . Diesem Punkte  $P'_0$  entspricht in der Collineation der Punkt  $P_0$ .

von  $k^2$ . Es ist  $P$  der vierte Schnittpunkt von  $p^2$  mit  $k^2$ , also ist  $p^2$  durch die Elemente  $P, t, P_*$  eindeutig bestimmt.

2. Der Osculationskreis  $p^2$  hat mit  $k^2$  einen unendlich kleinen Bogen  $PQ$  gemein. Mit Bezug auf  $p^2$ , also auch bezüglich  $k^2$ , wird somit  $n$  von der auf der unendlich kleinen Sehne  $PQ$  in  $Q$  errichteten Senkrechten im Endpunkte  $L$  des in  $n$  fallenden Durchmessers  $PL$  des Krümmungskreises geschnitten. Ebenso schneidet die Mittelsenkrechte der Strecke  $PQ$  die Normale  $n$  im Krümmungszentrum  $K$ . Legt man endlich in  $Q$  die Tangente an den Bogen  $PQ$  und fällt man aus ihrem Schnittpunkt  $Q$  mit  $t$  auf die Sehne  $PQ$  eine Senkrechte  $q^*$ , so wird auch diese  $n$  in  $K$  schneiden. — Hieraus folgt:

a) Verbindet man  $P$  mit allen Punkten  $A, B, \dots$  von  $k^2$  und errichtet man in ebendiesen Punkten auf  $PA, PB, \dots$  die Senkrechten, so umhüllen dieselben eine Curve dritter Classe  $c^3$ , welche  $n$  in  $L$  berührt. Projicirt man nach Schröter\*)  $A, B, \dots$  aus dem auf  $k^2$  beliebig gewählten Centrum  $O$  auf die Tangente  $t$  nach  $A'', B'', \dots$  und fällt man aus  $A'', B'', \dots$  auf  $PA, PB, \dots$  die Senkrechten  $a, b, \dots$ , so umhüllen diese eine Parabel, welche  $n$  in  $L$  berührt. Schneiden hier  $a, b, \dots$  die Normale  $n$  in  $A''', B''', \dots$  so gehören  $A'', B'', P, \dots$  auf  $t$  und  $A''', B''', L, \dots$  auf  $n$  ähnlichen Reihen an (es sind  $t$  und  $n$  zwei Tangenten jener Halbsparabel). — Die Anwendung auf die Construction von  $p^2$ , wenn  $k^2$  durch die Elemente  $P, t, (a), O, A, B$  gegeben ist, ergibt sich unmittelbar, sowohl hier wie in den später zu behandelnden Fällen.

\*) Crelle's Journal. Bd. 54, S. 31.

b) Führt man die analoge Betrachtung für die Mittelsenkrechten der Sehnen  $PA, PB, \dots$  von  $k^2$  durch, so findet man eine Schaar von Parabeln, welche sämtlich  $n$  in  $K$  berühren. Eine unter ihnen ist die «Steiner'sche Parabel», welche  $t, n$  und die Axen von  $k^2$  zu Tangenten hat.

c) Die Tangenten an  $k^2$ , in den Punkten  $A, B, \dots$  mögen  $t$  in  $A^*, B^*, \dots$  schneiden. Aus diesen Punkten falle man auf  $PA, PB, \dots$  die Senkrechten  $a^*, b^*, \dots$  so umhüllen diese letzteren eine (einzeln auftretende) Hilfsparabel, welche  $t$ , ferner  $n$  in  $K$ , berührt. — Ist speciell  $P$  ein Scheitel von  $k^2$ , so schneiden  $a^*, b^*, \dots$  die Normale  $n$  sämtlich in  $K$ .

3. Die Tangenten  $a, b, \dots$  von  $k^2$  mögen die feste Tangente  $t$  in  $A'', B'', \dots$  schneiden. In diesen Punkten errichte man auf  $a, b, \dots$  die Senkrechten  $a^*, b^*, \dots$ . Letztere Strahlen umhüllen eine (neue) Curve dritter Classe  $c^3$ , welche  $t$  zur Doppeltangente hat und  $n$  in der Mitte  $\frac{K}{2}$  zwischen  $P$  und dem Centrum  $K$  von  $p^2$  berührt. (Diese Eigenschaft kommt auch  $p^2$  zu.) Auch hier lassen sich unendlich viele Hilfsparabeln  $o^2$  angeben, welche mit  $c^3$  die Normale  $n$  in demselben Punkte  $\frac{K}{2}$  berühren.

Es werde nämlich irgend eine feste Tangente  $o$  von  $k^2$  von  $a, b, \dots$  in  $A, B, \dots$  geschnitten; aus  $A'', B'', \dots$  falle man auf  $PA, PB, \dots$  (anstatt auf  $a, b, \dots$  selbst) die Senkrechten  $a_1, b_1, \dots$  (welche  $n$  in  $A''', B''', \dots$  schneiden mögen), so wird die Hilfsparabel  $o^2$  von den Strahlen  $a_1, b_1, \dots$  umhüllt. Hierbei hat  $o^2$  stets  $t$  und  $n$  zu Tangenten und es gehören  $A'', B'', P, \dots$  auf  $t$  und  $A''', B''', \frac{K}{2}, \dots$  auf  $n$  ähnlichen Reihen an.

Ist hier  $k^2$  eine Parabel, so lassen sich, wie vorhin, unendlich viele Hülfsparabeln  $a^2$  angeben, welche  $n$  in  $\frac{K}{2}$  berühren. Aber die Curve  $c^2$ , die Enveloppe der Strahlen  $a^2, b^2, \dots$  reducirt sich auf eine Parabel. Man wird sie mit  $a_x^2$  bezeichnen, weil sie zu der unendlich fernen Tangente  $a_x$  von  $k^2$  gehört. (Es ist diesfalls  $k^2$  durch  $t, P, (a)$  und die zwei Tangenten  $a, b$  bestimmt; darauf sind  $t, a, a^2, b^2$  vier Tangenten einer Parabel, welche  $a$  in  $\frac{K}{2}$  berührt.)

4. Von den  $k^2$  bestimmenden Elementen können welche unendlich benachbart sein. Auch in diesen Fällen lässt sich  $p^2$  durch die vorstehenden Betrachtungen leicht construiren.

## Eine kurze Periode in den meteorologischen Erscheinungen.

Von

Prof. H. Fritz.

Ueberblickt man die graphische Darstellung der auf den Internationalen Beobachtungsstationen des Polargebietes von 1882 auf 1883 erhaltenen mittleren täglichen Temperaturen der Luft, so gewahrt man in dem, namentlich im Winter, sehr ausgeprägten Wechsel derselben eine gewisse Regelmässigkeit, die kaum als rein zufällige angesehen werden kann. Es zeigen sich beispielsweise in den Beobachtungen von Jan Mayen (+ 70° 59', 5