

## Notizen.

---

**Eine Studie über  $\pi$ .** Auch für den Schnellrechner Dase war es keine kleine Aufgabe, die Zahl  $\pi$  bis auf 200 Decimalen zu berechnen, und so glaube ich seinem Andenken schuldig zu sein, öffentlich bekannt zu geben, dass sein Elaborat wenigstens Ein Mal in seinem vollen Umfange benutzt worden ist, — und zwar um die, wie ich glaube, nicht ganz interesselose Frage zu untersuchen, ob sich eine in solcher Weise nach einem bestimmten Gesetze ermittelte Ziffernfolge wesentlich von einer ausschliesslich dem Gesetze der grossen Zahlen unterworfenen Folge unterscheide. Zu diesem Zwecke stellte ich im Eingange der beigegebenen Tafel den 200 Decimalen von  $\pi$  eine Folge  $n$  von 200 Ziffern gegenüber, welche ich in der Weise bildete, dass ich in einen Beutel die ersten zehn der schon für die in Nr. 57 meiner „Mittheilungen“ veröffentlichten Versuchsreihe benutzten Nummern legte, sie gut mischte, eine Nummer zog und notirte (dabei 10 für 0 nehmend), — dann die gezogene Nummer wieder in den Beutel warf, neuerdings mischte, eine zweite Nummer zog und notirte, — etc., bis auch diese Ziffernfolge  $n$  auf 200 angewachsen war. Es wurde sodann in beiden Reihen abgezählt, wie oft jede Ziffer erschien ( $p$ ), — ferner für jede Ziffer die ihr zukommende Folge der Ordnungsnummern  $m$  herausgeschrieben (so z. B. für 1 aus den Decimalen von  $\pi$  die Folge: 1, 3, 37, 40, 49, 68, etc.), und daraus ihre mittlere Ordnungsnummer berechnet ( $q = \Sigma m : p$ ), — ferner für jede Ziffer ihr Werth mit ihrer Anzahl multiplicirt ( $r = z \cdot p$ ), — ferner (wobei als 0te Ordnungsnummer für jede Ziffer noch 0 beigefügt wurde) die Differenz  $d$  zwischen jeden zwei aufeinanderfolgenden Ordnungsnummern genommen (so z. B. aus der oben beispielsweise für 1 erhaltenen Zahlenreihe die Differenzreihe 1, 2, 34, 3, 9, 19, etc. gebildet), um aus dem Mittel dieser Differenzen ( $s = \Sigma d : p$ ) zu erfahren, in welchem Interval

<i>m</i>	Decimalen von $\pi$					Ziffernfolge <i>n</i>				
1-25	14159	26535	89793	23846	26433	52065	51408	74866	08382	86415
26-50	83279	50288	41971	69399	37510	93198	04926	51371	46346	23783
51-75	58209	74944	59230	78164	06286	00492	52099	28589	00674	62440
76-100	20899	86280	34825	34211	70679	85764	34593	80231	11858	35169
101-125	82148	08651	32823	06647	09384	53744	82442	76218	47867	33919
126-150	46095	50582	23172	53594	08128	50745	20626	03904	41503	26292
151-175	48111	74502	84102	70193	85211	74120	23215	89434	72901	88910
176-200	05559	64462	29489	54930	38196	45030	30279	12706	70609	01911

<i>z</i>	<i>p'</i>	<i>q'</i>	<i>r'</i>	<i>s'</i>		<i>p''</i>	<i>q''</i>	<i>r''</i>	<i>s''</i>	
0	19	112,9	0	10,3	$\pm 1,6$	26	115,5	0	7,5	$\pm 1,6$
1	20	111,3	20	9,9	2,3	20	116,2	20	10,5	2,4
2	24	99,6	48	7,8	1,0	23	107,8	46	8,1	1,3
3	19	86,1	57	10,3	2,0	19	99,1	57	9,5	1,7
4	22	106,3	88	8,7	1,5	24	91,7	96	7,3	1,2
5	20	107,2	100	9,6	1,9	17	81,2	85	10,4	1,8
6	16	95,1	96	12,5	4,5	18	84,6	108	10,7	2,4
7	12	85,5	84	13,8	2,1	15	113,6	105	12,7	2,2
8	25	100,0	200	7,9	1,0	19	77,8	152	9,1	2,2
9	23	94,7	207	8,7	1,5	19	111,9	171	10,4	1,8

Mitt.	20,0	99,9	90,0	9,6 $\pm$ 0,6		20,0	99,9	84,0	9,4 $\pm$ 0,6	
Unsic.	$\pm 1,2$	$\pm 3,1$				$\pm 1,1$	$\pm 4,8$			

<i>t</i>	<i>d'</i>	<i>d''</i>	<i>e'</i>	<i>e''</i>	<i>t</i>	<i>d'</i>	<i>d''</i>	<i>e'</i>	<i>e''</i>	<i>t</i>	<i>d'</i>	<i>d''</i>	<i>e'</i>	<i>e''</i>
1	18	15	—	—	19	6	5	15	11	37	0	0	3	6
2	15	20	—	—	20	4	3	12	10	38	0	0	2	5
3	15	22	—	—	21	5	2	10	9	39	0	0	2	4
4	14	17	—	—	22	2	1	7	9	40	0	1	2	4
5	14	6	—	—	23	1	3	6	8	41	0	0	2	3
6	11	10	—	—	24	1	0	6	8	42	0	0	2	3
7	12	11	—	—	25	1	2	7	8	43	0	2	2	3
8	11	7	—	—	26	1	1	7	7	44	0	0	2	1
9	10	11	—	—	27	0	0	7	7	45	0	0	2	1
10	15	6	2	1	28	3	1	7	7	46	0	0	2	1
11	5	16	1	1	29	1	0	5	5	47	0	0	2	1
12	4	8	2	1	30	1	0	5	6	48	0	0	1	1
13	6	7	5	2	31	0	1	4	6	49	0	0	1	1
14	3	4	6	3	32	1	0	4	6	50	0	1	1	1
15	4	4	7	5	33	0	0	4	6	51	0	—	1	—
16	5	4	8	6	34	1	0	4	6	52	0	—	1	—
17	6	4	11	7	35	0	0	3	6	53	0	—	1	—
18	3	5	12	8	36	0	0	3	6	54	1	—	1	—

dieselbe Ziffer durchschnittlich wiederkehrte, — auch je der mittlere Werth der  $p$ ,  $q$ ,  $r$  und  $s$  berechnet, und bei jedem Mittel (jedoch mit Ausnahme von dem der  $r$ ) noch überdiess seine Unsicherheit. Es entstand so der mittlere Theil der beigegeführten Tafel, und diesem wurde noch ein dritter Theil beigegefügt, welcher für beide Reihen zeigt, wie oft im Ganzen (bei allen Ziffern zusammengenommen) jede Differenz  $d$  erschien, und welche Erschöpfungszahlen  $e$  (in dem früher bei den Würfelversuchen erläuterten Sinne) bei ihnen vorkamen. So z. B. entnimmt man diesem dritten Theile die correspondirenden Werthe

$$t = 16 \quad d' = 5 \quad d'' = 4 \quad e' = 8 \quad e'' = 6$$

also kam bei der ersten Reihe die Differenz 16 zwischen zwei Ordnungszahlen 5 mal, bei der zweiten dagegen nur 4 mal vor, und es müssen bei der ersten Reihe an 8 Stellen 16 sich folgende Ziffern genommen werden, um jede Ziffer zu haben, bei der zweiten nur an 6 Stellen. — Vergleicht man nun einerseits je die für die beiden Reihen erhaltenen Werthe und Unsicherheiten der  $p$ ,  $q$ ,  $r$ ,  $s$ ,  $d$  und  $e$ , — und bedenkt andererseits, dass bei einer gesetzlosen, oder vielmehr nur dem Gesetze der grossen Zahlen unterworfenen Reihe (aber auch eigentlich da, weil die Zahl 200 doch noch nicht als eine grosse Zahl betrachtet werden darf, nur in dem Falle, wo man den Versuch wiederholen, z. B. mindestens 100 solche Ziffernfolgen  $n$  aufschreiben, jede berechnen, und aus den Rechnungsergebnissen das Mittel ziehen würde) die Werthe

$$p = 20 \quad q = 100,5 \quad r = 90 \quad s = 10$$

vorkommen, die  $d$  und  $e$  aber je regelmässig verlaufende Reihen bilden müssten, — so erhält man das bestimmte und interessante Resultat: Die Decimalen von  $\pi$  bilden eine Reihe, welche sich in allen untersuchten Beziehungen ganz wie eine sog. gesetzlose Reihe von gleicher Ausdehnung verhält, — sich in allen Ergebnissen, für die es die einfachern Verhältnisse bei bloss 200 schon erlauben (so bei  $p$ ,  $q$  und  $r$ ), eben so gut wie sie, ja zum Theil noch besser an die richtigen Werthe annähert, — und bei denjenigen, wo die 200 noch gar zu klein sind (wie bei den  $s$  und den beiden

Reihen der  $d$  und  $e$ ), noch ebenso mangelhaft bleibt. — Zum Schlusse mag noch hervorgehoben werden, dass die beiden neuen Erschöpfungscurven ganz ähnlich verlaufen, wie die bei den Würfelversuchen erhaltenen: Der Scheitel fällt bei der ersten Curve etwa auf 19,0 bei der zweiten auf 19,5 während  $\Sigma e = 100$  bei der ersten Curve bei 23 bei der zweiten bei 26 und der mittlere Werth  $\Sigma e. t : 200$  bei der ersten Curve auf 25,5 bei der zweiten auf 27,2 fällt; es machen sich also auch da wieder ähnliche Stauungen geltend. [R. Wolf.]

---

**Notiz über das Vorkommen von Diamanten in Patagones** (Süd-Amerika). Einförmigkeit der geologischen Formation auf eine ungeheure Ausdehnung ist ein Charakterzug von Süd-Amerika, oder wenigstens vom östlichen Theile dieses Continents, d. h. demjenigen, der östlich von den Cordilleren liegt. Der Gneiss-Granit des Brasilianischen Küstengebirges hört erst auf am nördlichen Ufer des Rio de la Plata bei Montevideo und auf der Insel Martin Garcia. — Gneiss-Granit und metamorphische Gesteine bilden die beiden parallelen Gebirgszüge von Tandil und der Ventana in der Provinz Buenos-Aires. Aber auch zwischen dem La Plata und den zwei erwähnten Gebirgszügen fehlen dieselben Gesteine nicht: sie sind gefunden worden unter den Sedimentär-Formationen in Buenos-Aires selbst beim Graben eines Artesischen Brunnens. Im nördlichen Patagonien gibt es verschiedene kleine, bisher wenig bekannte Gebirgszüge, die, soweit sie uns bekannt geworden, aus eruptiven Gesteinen bestehen, so kommt Porphyr vor in der Sierra de San Antonio, Grünsteine und Trapp gegen Cherbat hin. Erst weiter südlich gegen die Magellans-Strasse hin treten wieder krystallinische und metamorphische Gesteine auf, und es ist auffallend, dass die zufälligen Bestandtheile oder Mineral-Einschlüsse dieser krystallinischen und metamorphischen Gesteine in Südamerika fast überall dieselben sind. Durch Missionäre, welche sich bei den Feuerländern an der Magellans-Strasse aufgehalten, erhielten wir unter An-

derm Magnet-Eisen, Roth- und Braun-Eisenstein, Turmalin, Eisenglanz etc. Später erhielten wir dieselben Mineralien und ausserdem Rutil und gediegen Gold von einem Patagonischen Küstenfahrer, Herrn Luis Piedrabuena, und noch später erhielten wir von demselben Herrn zwei kleine Diamanten. — Da wir einige Jahre vorher das Vorkommen der Diamanten in der brasilianischen Provinz Minas Geraes studirt, eine kleine Abhandlung darüber geschrieben, die in der Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft zu Berlin im Jahre 1859 erschienen, und die dort gefundenen Belegstücke, von denen später noch die Rede sein wird, an Herrn Prof. A. Escher von der Linth nach Zürich geschickt hatten, so entschlossen wir uns, auch jene zwei Diamanten aus Patagonien nebst den sie begleitenden Mineralien an denselben Gelehrten zu schicken, und um so mehr, als uns grosse Aehnlichkeit zwischen den die Diamanten begleitenden Mineralien an beiden Fundorten aufgefallen war. Wir selbst kannten Herrn Piedrabuena als glaubwürdigen Mann; wer aber an seiner Glaubwürdigkeit zweifeln sollte, findet die Wahrscheinlichkeit oder Sicherheit des Vorkommens von Diamanten in Patagonien deutlich ausgesprochen in einem Briefe des Jesuiten Ymousff, datirt von Villarica d. 14. Mai 1716; diesen Brief hat Luis de la Cruz gefunden in Valdivia 1810, und d'Orbigny im Besitz der Papiere von de la Cruz hat diesen Brief wörtlich veröffentlicht in seinem grossen Werk III. Bd., zweiter Theil, pag. 105. In demselben nennt er neben andern Mineralien aus der Nähe von Villarica an der Cordillera (welche Stadt schon 1716 von den Indianern zerstört war und nicht verwechselt werden darf mit Villarica oder Ouropreto, der Hauptstadt der brasilianischen Provinz Minas Geraes) auch Diamanten, indem er wörtlich sagt: „A 6 lieues de Villarica il y a des montagnes nommées Vheipiré, ou l'on voit un grand nombre d'anciens travaux, qui ont été pratiqués pour en extraire les diamants, qui y abondent.“ Die zwei erwähnten Diamanten des Herrn Piedrabuena erhielt Herr Escher v. d. Linth wirklich und zeigte uns den Empfang derselben noch an; bald nachher aber starb er. Auf unsere schriftlichen Nachfragen, was aus den Diamanten geworden sei, erhielten wir keine Antwort aus Zürich.

Im Sommer des laufenden Jahres endlich wurde es uns wieder einmal möglich, die Heimath zu besuchen, und bei der Gelegenheit unterliessen wir es nicht, von neuem jenen zwei Diamanten nachzuforschen; aber unsere Bemühungen blieben erfolglos; weder die mit dem Privat-Nachlass des Hrn. Escher Betrauten, noch diejenigen Herren Professoren, welche die von Hrn. Escher ans Eidg. Polytechnikum übergegangenen Sammlungen unter ihrer Aufsicht und Verwahrung haben!, wussten um jene Diamanten. Es scheint, dass sie auf irgend eine Weise verloren gegangen sind. Auch konnten wir nicht in Erfahrung bringen, dass Herr Escher etwa irgend eine Mittheilung über das Vorkommen der Diamanten in Patagones an die Naturforschende Gesellschaft oder an ein einzelnes Mitglied derselben in Zürich gemacht hätte.

Zwei Diamanten auf Mutter-Gestein\*) mit den sie begleitenden Mineralien, die wir 1858 aus Minaes Geraes gebracht und nach Zürich geschickt hatten, liegen heute bei Herrn Professor Albert Heim zu Handen der Eidg. Sammlungen, und wir bedauern nur, diesen zwei Diamanten nicht auch jene zwei aus Patagones mit den sie begleitenden Mineralien hinzufügen zu können.

Dr. J. Chr. Heusser. G. Claraz.

---

\*) Anmerkung 1. Das Muttergestein des einen dieser Diamanten ist allerdings winzig klein, der Diamant von demselben abgefallen, aber der Eindruck im Muttergestein ganz deutlich und zum Diamanten passend. Das Muttergestein ist ein weiches talkiges Gestein; das Stück war bedeutend grösser, ist aber in der Hand des berühmten Mineralogen Prof. Dr. Gust. Rose in Berlin verunglückt, wie er noch eigenhändig uns nach Brasilien geschrieben hatte, und daher der grössere Theil des Muttergesteins vollständig zerfallen.

\*) Anmerkung 2. Der grössere derselben hat ein Gewicht von 0,5157 gr. Er ist farblos mit einem schwachen Stich ins Grünliche, und bildet ein vollständiges Rhombendodecaeder mit etwas gebogenen Flächen. Der andere ist kleiner, zeigt Combination von Rhombendodecaeder mit Octaeder, und sitzt auf dem Muttergestein, einem Quarzitsandstein (Itakolumit) fest.

[Albert Heim.]