Aus der von der Desoxalsäure stammenden Trauben- oder vielleicht auch Weinsäure können durch weitere Reduction Apfelsäure und endlich Bernsteinsäure entstehen, kurz, wir finden einen continuirlichen Kreislauf im Leben der Pflanze.

Schliesslich sei es mir gestattet, meinem hochverehrten Lehrer, Hrn. Professor Dr. Städeler, für den freundlichen Rath, mit welchem er mir jederzeit bei Ausführung dieser Arbeit zur Seite stand, meinen bleibenden Dank auszusprechen.

Der Minentrichter

von

Prof. K. Culmann.

Bisher hat man in verschiedenen Lehrbüchern lesen können, der bei dem Sprengen entstehende Minentrichter sei ein Rotationsparaboloid, dessen Brennpunkt von der Mine selbst eingenommen werde. Bei allen Trichtern, die ich je habe beobachten können, war es mir stets unmöglich, auch nur die geringste Aehnlichkeit mit einem Rotationsparaboloid zu entdecken. Wenn er ein solches wäre, dürfte nie mehr ein Theil des alten Bohrloches im Gestein sichtbar bleiben und doch ist das immer der Fall. Die Mine müsste eine concave Fläche darbieten, und doch glaubte ich deutlich bemerken zu können, dass die Curve convex sei. Aus diesen Gründen soll hier der Versuch gemacht werden, die Form des Minentrichters theoretisch zu bestimmen.

Es ist klar, dass der Minentrichter nur ein Rotationskörper sein kann, dessen Axe senkrecht auf der nächsten Wand, die wir hier eben annehmen, steht. Der Bezeichnung der Tafel entsprechend, sei R die Kraft, welche parallel zur Rotationsaxe von den Explosionsgasen ausgeübt wird, und die wir uns auf die Basis des Besatzes ausgeübt denken, wobei auch noch vorausgesetzt wird, dass die Rotationsaxe mit der des Bohrloches zusammenfalle. dR sei dann der Theil von R, welcher auf die vom Element ds beschriebene Regelzone trifft. Wir zerlegen jetzt dR in eine Kraft $dR \,.\, \frac{dx}{ds}$ senkrecht auf ds, die dazu dient, den Cohäsionswiderstand $2\pi x \,.\, ds \,.\, \varrho$ zu überwinden, wo ϱ den Widerstandscoefficienten des Materials bezeichnet. Die andere Seitenkraft dient dazu, den Mineninhalt zu zertrümmern und fortzuschleudern.

Wir haben also: $dR \cdot \frac{dx}{ds} = 2\pi\varrho x ds$

und $$R = 2\pi\varrho \int_a^b x \frac{ds^2}{dx} = 2\pi\varrho \int_a^b x(1+\tau^2)dx,$$

wenn man den ersten Differentialquotienten $\frac{dy}{dx}$, die Tangente des Winkels, welchen ds mit x bildet, mit τ bezeichnet.

Die Form des Minentrichters wird nun diejenige sein, welche am wenigsten Kraft R zum Ablösen erfordert, d. h. die Gleichung der Rotationscurve wird so sein müssen, dass R ein Minimum wird. Wir müssen also R variiren, und die Variation gleich 0 setzen, um die Bedingungsgleichung für ein Minimum von R zu erhalten.

Da die Gleichung nur zwei Unbekannte x und y enthält, so genügt es, nur eine derselben als veränderlich anzunehmen, wir wählen hiefür y, dann ist $\delta\tau = \frac{d\delta y}{dx}$, weil x unveränderlich ist, und wir erhalten:

$$\frac{\delta R}{4\pi\varrho} = \int_a^b x\tau \cdot d\delta y = (x\tau \cdot \delta y)_a^b - \int_a^b d(x\tau) \cdot \delta y = 0.$$

Der Theil vor dem Integralzeichen kann nur dadurch 0 werden, dass die Grenzen a und b fest angenommen werden. Eigentlich ist nur a, der Radius des Bohrloches gegeben, wenn wir auch b, den Radius des Minentrichters fest annehmen, giebt uns die Bedingungsgleichung:

$$d(x\tau) = 0, \text{ oder } x\tau = c,$$

wo c eine Integrationsconstante ist, weiter nichts, als den Verlauf der erzeugenden Curve, zwischen den Punkten $x,y = a,0$ und $= b,h$.

Ihre Gleichung ergiebt sich aus $x \cdot \frac{dy}{dx} = c$,

$$y = c \operatorname{lgn} \frac{x}{a}.$$

Die zweite Integrationsconstante muss gleich $- c \operatorname{lgn} a$ sein, damit für $x = a$, $y = 0$ werde. Die erste Constante c ergiebt sich durch Substitution der zusammengehörigen Werthe von x, $y = b$, h; nämlich:

$$c = h : \operatorname{lgn} \frac{b}{a}.$$

Substituirt man in den Ausdruck von R, den für τ gefundenen Werth $\frac{c}{x}$, so erhält man die zur Sprengung des von der Curve

$$\frac{y}{h} = \frac{\operatorname{lgn} \frac{x}{a}}{\operatorname{lgn} \frac{b}{a}},$$

erzeugten Minentrichters nothwendige Kraft:

$$R = 2\pi\varrho\int_a^b\left(x+\frac{c^2}{x}\right)dx = \varrho\pi\left(b^2 - a^2 + \frac{2h^2}{\operatorname{lgn}\frac{b}{a}}\right).$$

Dass dieses gefundene R ein Minimum und nicht etwa ein Maximum sei, geht daraus hervor, dass für die Grenzformen der Ebene und des Cylinders, R unendlich gross wird.

In diesem Werth von R ist b willkürlich angenommen worden, und es muss auch so bestimmt werden, dass R ein Minimum werde: wir differenziren also in Bezug auf b und erhalten:

$$\frac{d}{db}\cdot\frac{R}{2\varrho\pi} = b - \frac{h^2}{b\operatorname{lgn}^2\frac{b}{a}} = 0,$$

b bestimmt sich also aus der Gleichung: $h = b \operatorname{lgn}\frac{b}{a}$.

Vergleicht man diesen Werth mit dem obengefundenen von c, so folgt $c = b$.

Die schliessliche Gleichung der Rotationscurve ist:

$$y = b\operatorname{lgn}\frac{x}{a}.$$

Die zum Sprengen nothwendige Kraft ist gleich:

$$R = \varrho\pi(b^2 - a^2 + 2bh);$$

und der Inhalt dieses Minentrichters ergiebt sich aus:

$$\mathfrak{J} = \int_0^h \pi x^2 dy = \pi b\int_a^b x\,dx = \frac{1}{2}\pi b(b^2 - a^2).$$

Berücksichtigt man, dass $\pi(b^2 - a^2)$ die Oberfläche des Trichters nach Abzug des Bohrloches ist, und dass $2\pi bh$, die Oberfläche eines Cylindermantels, der dieselbe Fläche zur Basis und die Tiefe des Bohrloches zur Höhe hat, so kann man die bis jetzt erhaltenen Resultate auch also aussprechen.

Aus der Tiefe h und dem Radius a des Bohrloches bestimmt sich der Radius b der obern Begrenzungsfläche des Minentrichters durch die Gleichung

$$h = b \lg n \frac{b}{a} .$$

Der Inhalt des Minentrichters ist gleich dem des Cylinders, dessen Radius $= b$ und dessen Höhe $= \frac{1}{2} b$ ist. Die zum Sprengen dieser Mine nothwendige Pulvermasse ist R proportional; denn der Druck der Pulvergase pro Flächeneinheit des Basatzes ist der Höhe der Pulverladung (oder Nitroglycerinladung), demnach der ganze Druck dem Inhalt der Mine proportional. Die nothwendige Ladung ist daher der Oberfläche eines Cylinders proportional, der zur einmal gerechneten Basis die des Minentrichters und zur Höhe die Tiefe des Bohrloches hat.

Wenn man von den Kosten des Räumens, Ladens u. s. w. abstrahirt, so hängen die Sprengkosten hauptsächlich von den Kosten des Bohrens und von denen des Sprengmaterials, des Pulvers oder Nitroglycerins ab. Die Kosten des Bohrens darf man wohl dem Inhalt $a^2 h\pi$ des Bohrloches und die des Pulvers der auszuübenden Kraft R proportional setzen. Die Kosten des Bohrens sind daher pro Cubikeinheit dem Ausdruck:

$$\mathfrak{J}' = \frac{a^2 h}{b\,(b^2 - a^2)} ,$$

die des Sprengmaterials dem Ausdruck:

$$R' = \frac{b^2 - a^2 + 2\,bh}{b(b^2 - a^2)} = \frac{1}{b} + \frac{2h}{b^2 - a^2}$$

proportional, wobei die constanten Faktoren 2 und ϱ weggelassen wurden. Die Bohr- und Materialkosten werden also Minima sein, wenn diese Ausdrücke von $\mathfrak{J}'$ und R' es sind. Sie enthalten zwei unabhängige Variabeln h und a, die Tiefe und den Radius des Bohrloches, während der Radius b des Trichters durch die Gleichung $h = b \lg n \frac{b}{a}$ gegeben ist, aus der weiter:

$$dh = \lg n \frac{b}{a} \cdot db + db; \quad \frac{db}{dh} = \frac{1}{\lg n \frac{b}{a} + 1} = \frac{b}{b+h}$$

und

$$0 = (\lg n \frac{b}{a} + 1)\, db - \frac{b\, da}{a}; \quad \frac{db}{da} = \frac{b}{a(\lg n \cdot \frac{b}{a} + 1)} = \frac{b^2}{a(b+h)}$$

folgt.

Differenzirt man nun obige Ausdrücke in Bezug auf h, so erhält man:

$$\frac{d\mathfrak{I}'}{a^2 dh} = -\frac{h(3b^2 - a^2)}{b^2(b^2 - a^2)^2} \cdot \frac{db}{dh} + \frac{1}{b(b^2 - a^2)} =$$

$$= \frac{b^2 - a^2 - 2bh}{(b^2 - a^2)^2 (b+h)}.$$

Ferner:

$$\frac{dR'}{dh} = \left(-\frac{1}{b^2} - \frac{4bh}{(b^2 - a^2)^2}\right)\frac{db}{dh} + \frac{2}{b^2 - a^2} =$$

$$= \frac{(a^2 + b^2)(b^2 - a^2 - 2bh)}{b(b+h)(b^2 - a^2)^2}.$$

$\frac{b}{a}$ ist immer grösser als 2,718... die Basis der natürlichen Logarithmen; mithin ist $\lg n \frac{b}{a} > 1$ und $h > b$; hieraus folgt, dass $b^2 - a^2 - 2bh$ immer negativ sei. Also sind auch $\frac{d\mathfrak{I}'}{dh}$ und $\frac{dR'}{dh}$ negativ, d. h. die Kosten des Bohrens und die Kosten für das Sprengmaterial, nehmen mit wachsender Tiefe des Bohrloches ab.

Wir untersuchen auf dieselbe Weise den Einfluss der Weite des Bohrloches auf die Kosten, indem wir in Bezug auf a differenziren:

$$\frac{d\mathfrak{J}'}{h\,da}=\frac{-(3b^2-a^2)a^2}{b^2(b^2-a^2)^2}\cdot\frac{db}{da}+\frac{2a}{b(b^2-a^2)}+\frac{2a^3}{b(b^2-a^2)^2}=$$

$$=\frac{a(-b^2+a^2+2bh)}{(b+h)(b^2-a^2)^2}.$$

Diese Grösse ist immer positiv, d. h. unter der Voraussetzung, dass die Bohrkosten dem Inhalte des Bohrloches proportional seien, nehmen mit der Weite des Loches die Kosten zu.

Die Differenziation von R' in Bezug auf a giebt:

$$\frac{dR'}{da}=\left(-\frac{1}{b^2}-\frac{4bh}{(b^2-a^2)^2}\right)\frac{db}{da}+\frac{4ah}{(b^2-a^2)^2}=$$

$$=\frac{-(b^2-a^2)^2-4h[b^3-a^2(b+h)]}{a(b+h)(b^2-a^2)^2}.$$

$\pi(b^3-a^2b)$ ist der doppelte Inhalt der ganzen Mine, $a^2h\pi$ ist der Inhalt des Bohrloches, also ist $b^3-a^2(b+h)$ positiv, mithin auch $\frac{dR'}{da}$ immer negativ, d. h. die Kosten des Sprengmaterials nehmen mit wachsender Weite des Bohrloches ab.

Hieraus folgt, dass die Kosten für das Sprengen einer Cubikeinheit unbedingt mit der Tiefe des Bohrloches abnehmen; es ist also in jeder Beziehung zweckmässig, möglichst tief zu bohren.

Erweitert man das Bohrloch, so nehmen die Kosten für das Bohren pro Cubikeinheit zu, dagegen die Kosten für Pulver oder Sprengmaterial ab. Wären nun die Verhältnisse zwischen $\mathfrak{J}'$ und R', und zwischen den wirklichen Bohr- und Materialkosten genauer bekannt, so würde es möglich sein, durch weiteres Differenziren die zweckmässigste Weite des Bohrloches zu bestimmen. Leider fehlen aber in dieser Richtung alle Anhaltspunkte; namentlich hat noch kein Schriftsteller es für nöthig erachtet, über das ϱ des gesprengten Felsens irgend etwas mitzutheilen, und doch sind die Kosten für das Sprengmaterial ϱ direct proportional. Wir können daher von jetzt ab auf theoretischem Wege nicht mehr weiter dringen.

Oben haben wir vorausgesetzt, die Bohrlöcher seien cylindrisch; denken wir uns aber, man habe unten einen Sack gebildet, dann werden die Bohrkosten vom Durchmesser des Loches, die für das Material dagegen vom Durchmesser des Sackes abhängen; in diesem Fall also könnte man das Bohrloch möglichst eng, den Sack möglichst weit machen und würde so den grösstmöglichsten Effekt erzielen. Der Grund der grossen Erfolge, die durch Aushölen eines Sackes durch Salzsäure in Frankreich erzielt wurden, liegt zweifellos in dem Einklang der hergestellten Form des Bohrloches mit den Forderungen der Theorie.

Ist es nicht möglich einen Sack zu bilden, dann glauben wir die Ergebnisse des Coefficienten $\frac{d\mathfrak{Z}'}{da}$ voranstellen zu müssen, weil die Arbeitskosten bei dem Sprengen unverhältnissmässig grösser als wie die Kosten für das Material sind. Wir würden also zum Schlussresultat gelangen, möglichst tiefe und enge Bohrlöcher geben am besten aus.

Dass auch Praktiker von demselben Gefühl beherrscht sind, geht daraus hervor, dass in der kleinen Schrift Nobel's, Patent-Sprengöl, die Möglichkeit, nur enge Bohrlöcher zu brauchen, als grosser Vorzug hinsichtlich der

Arbeitsersparniss aufgezählt wird. Freilich hat man dort keine Ahnung davon, dass die gleiche Sprengmasse im engen Bohrloch weniger als wie im weiten wirkt. Im ersten Fall beginnt der Minentrichter mit der Breite a, im zweiten Fall aber mit der Breite c, und es ist ungefähr so, als ob in letzterem Fall die Sprengmasse in einer um ac grösseren Tiefe wirkte.

Um alle diese Verhältnisse zur Anschauung zu bringen, wurden die Formen der Minentrichter, die wir Sprengcurven nennen wollen, für verschiedene b construirt. a wurde $= 0{,}0015$ angenommen und für diesen Werth die Curven $y = b \operatorname{lgn} \frac{x}{a}$ für $\frac{b}{a} = 4, 6, \ldots. 30$ aufgetragen. Die y der verschiedenen Curven unterscheiden sich nur durch den constanten Faktor b; sind daher die b äquidistant angenommen worden, so sind es auch die y für ein jedes x. Man braucht also nur eine einzige Curve aufzutragen, z. B. die für $b = 2$, d. h. im Massstab von $1 = 0{,}0015$ die doppelten natürlichen Logarithmen von den Zahlen $2, 4. ,\ldots$ 30 aufzutragen, die treffende Ordinate in den Zirkel zu nehmen und 2, 3, 4 .... mal herumzuschlagen, um die Ordinaten der Curven für die verschiedenen b zu erhalten.

Alle Curven brechen ab mit $x = b$, denn das vortheilhafteste Verhältniss zwischen b und h ist durch die Gleichung $h = b \operatorname{lgn} \frac{b}{a}$ gegeben. In dem Endpunkt bildet die Curve einen Winkel von 45^0 mit der Abscissenaxe. Denn man hatte weiter oben S. 30 $\tau = \frac{c}{x} = \frac{b}{x} = 1$ für $x = b$.

Da diese Tangente wegen der Concavität der Curve ganz in den Minentrichter hineinfällt, so geht auch hieraus hervor, dass h immer grösser als b ist.

Da die Curven alle Ordinaten in ähnlichen Punktreihen schneiden, und sich die Punkte der Abscissenaxe als zur Curve $b = 0$ gehörig entsprechen, so folgt: dass alle Curven collineär seien, und die Abscissenaxe entsprechend gemein haben. Alle Curventangenten, deren Berührungspunkte auf derselben Ordinate liegen, schneiden sich in einem Punkte der Abscissenaxe. Ist daher die Subtangente einer dieser Curven bestimmt, so ist es auch die aller andern.

Nun wurde gerade nachgewiesen, dass die Curve, welche auf der treffenden Ordinate ausmündet, mit der Abscissenaxe einen Winkel von 45^0 bilde, mithin ist die Subtangente dieser Curve für ihren äussersten Punkt gleich der Ordinate ihres Endpunktes. Werden demnach die Endpunkte aller dieser Curven durch eine weitere, punktirte, Curve mit einander verbunden, so ist die Ordinate dieser Curve die Subtangente aller Tangenten, welche auf ihr die Curven berühren. Für den äussersten noch auf den Rand des Blattes fallenden Punkt der Abscissenaxe sind diese Verhältnisse angedeutet worden. Auch analytisch lässt sich diese Beziehung ebenso einfach ableiten; der Ausdruck für die Subtangente auf der Abscissenaxe ist $y\frac{dx}{dy} = \frac{xy}{b} = x \lg n \frac{x}{a}$; er ist unabhängig von b, gilt also für alle Curven; die Beziehung zwischen ihr und x ist dieselbe, als wie die zwischen h und b, denn $h = b \lg n \frac{b}{a}$, mithin ist die Subtangente gleich der Ordinate des Ortes des Endpunktes aller Curven. Hat man für eine Zahl aufeinanderfolgender Ordinaten die entsprechenden Endpunkte der Subtangenten construirt, so lässt sich eine beliebige Sprengcurve leicht zeichnen, indem man zwischen den Ordinaten die Tangenten nach den treffenden Punkten zieht.

Das ist wohl die einfachste Construction der Logistik. Nebenbei wollen wir noch bemerken, dass die Subtangente auf der Ordinatenaxe constant $= x \frac{dy}{dx} = x \cdot \frac{b}{x} = b$ ist. Mittelst dieser Eigenschaft lässt sich eine beliebige Curve graphisch, ohne alle vorausgehende Rechnung construiren; doch wollen wir hiebei nicht länger verweilen, nachdem der Zweck, einen Curvenbüschel zu construiren, erreicht ist.

Auf S. 32 haben wir angedeutet, wie wir uns den Vorgang beim Sprengen denken. Die Expansion der Gase wirkt zunächst auf die untere Fläche des Besatzes, die allein nachgeben kann; indem sich nun seine Bestandtheile im Bohrloch verkeilen, erdrücken sie den untern Theil des Minentrichters; er wird in eine Masse Sand und Steinsplitterchen verwandelt, ähnlich den Produkten eines mit Hülfe der Festigkeitsmaschine erdrückten Steines; dieses Erdrücken erstreckt sich so weit nach oben, bis bei D der Druck auf die untere Fläche genügt, um den Stein loszureissen, d. h. den Druck R auszuüben. Bezeichnet man die Coefficienten für rückwirkende Festigkeit des Steines mit ϱ_1, das 15 bis 25 mal grösser als das ϱ für absolute Festigkeit ist, welchem R proportional ist, und den Radius der obern Begrenzung des zermalmten Theiles des Minentrichters mit b_1, so hat man:

$$\varrho_1 \pi b_1{}^2 = R = \varrho \pi (b^2 - a^2 + 2bh),$$

woraus $b_1{}^2 = \frac{\varrho}{\varrho_1}(b^2 - a^2 + 2bh)$ folgt.

Weiter unten wollen wir einige Werthe von b_1 für $\frac{\varrho_1}{\varrho} = 20$ mittheilen. Unmittelbar über diesem zermalmten Theil des Minentrichters denken wir uns einen conoidischen Klotz, auf den sich so recht eigentlich die Form der

Sprengcurven bezieht. In der Nähe der Oberfläche aber ändern sich diese Formen wieder durch die Heterogenität des Materials, das hier schalenförmig ausbrechen mag, wie wir es angedeutet haben. Auf diesen schalenförmigen Ausbruch mag auch die Grösse der Ladung noch einigen Einfluss ausüben; ist die Ladung zu gross, so bricht es oberhalb des mittleren grösseren Klotzes mehr cylinderförmig aus, weil die Dicke des Steins nicht im Stande ist, den heftigen Stoss von unten bis zu äusserst zu übertragen, während bei geringerer Ladung auch der äussere Ring noch abgehoben werden dürfte; so lässt sich vielleicht die Erscheinung erklären, dass überladene Minen weniger Material liefern als gerade hinlänglich geladene.

Die obige Beschreibung stimmt mit der Beobachtung überein; zuerst sieht man, wie die grossen Steine sich langsam heben, und dann folgt der Hagel kleinerer Steine, das Produkt der Zermalmung in den untersten Theilen der Mine.

Bohrloch-Tiefe.	Radius d. Minen-Trichters.	Inhalt d. Bohr-Loches.	Kraft d. Sprengens.	Inhalt d. Minen-Trichters.	Verhältnisszahlen für den Aufwand an: Bohr-Arbeit.	Spreng-Material.	Zermalmungs-Radius.
$h : a$	$b : a$	$\pi a^2 h : a^3$	$R : a^2 \varrho$	$\mathfrak{J} : a^3$	$\mathfrak{J}'$	$a R'$	$b_1 : a$
23	10	72	1758	1555	0,04652	1,130	5,3
41	15	127	4532	5278	0,02418	0,859	8,5
60	20	188	8783	12535	0,01502	0,701	11,8
80	25	253	14601	24504	0,01032	0,596	15,2
102	30	321	22058	42364	0,00757	0,521	18,7
124	35	391	31210	67293	0,00581	0,464	22,3
148	40	464	42108	100468	0,00461	0,419	25,9
171	45	538	54792	143068	0,00376	0,383	29,5
196	50	615	69301	196271	0,00313	0,353	33,2
220	55	692	85666	261255	0,00265	0,328	36,9
246	60	772	103918	339198	0,00228	0,306	40,7

Um einen Begriff von den Grössenverhältnissen zu geben, haben wir hier die Werthe von $\frac{h}{a}$, $\frac{\pi a^2 h}{a^3}$ den Inhalt des Bohrloches, $\frac{R}{a^2\varrho}$, $\frac{\mathfrak{J}}{a^3}$, aR', $\mathfrak{J}'$ und den Zermalmungs-Radius $\frac{b_1}{a}$ für $\frac{\varrho_1}{\varrho} = 20$ und $a = 1$ gerechnet.

Bei dem Vergleich von $\mathfrak{J}$ und h mit den Erfahrungen, die mir aus der Praxis zu Gebote standen, fand ich, dass das hier gegebene theoretische $\mathfrak{J}$ viel kleiner als wie die in der Praxis erzielte Masse sei. Es lässt sich jedoch diess wohl erklären; der Schuss aus der vollen ebenen Wand ist der ungünstigste. Sobald dieser Schuss gethan, stehen alle folgenden Minen unter mehr oder weniger vorspringenden Ecken und liefern daher viel mehr Masse. Ein zweiter Grund könnte der folgende sein: man könnte sich denken, durch die Expansion der Gase erweitere sich das Bohrloch, indem das umhüllende Material zerstört wird, so dass dann ein grösseres a in Rechnung zu bringen wäre. In keinem Fall kann die Erweiterung grösser als wie b_1 werden; würde sie wirklich so gross werden, so müssten alle $\mathfrak{J}$ mit $\left(\frac{b_1}{a}\right)^3$ multiplicirt werden, was jedoch viel zu viel Material gibt. Diese Betrachtungen zeigen, dass die hier gegebene Theorie mit der Erfahrung wenigstens nicht im Widerspruch steht. Wenn nun auch die Zahlen nicht praktisch verwendbar sind, bevor nicht der Zusammenhang zwischen ihnen und der Wirklichkeit durch Erfahrungscoefficienten festgestellt ist, so glauben wir doch annehmen zu dürfen, dass die Colonne R bessere Anhaltspunkte als die bisherigen Regeln gebe. Man sagte bisher, der Inhalt des gewonnenen Materials ist dem Cubus der Besatzhöhe und das Pulver demselben Inhalt proportional. Allein in der Praxis stecken die Arbeiter nicht 8 mal so viel Pulver in ein doppelt so tiefes Bohrloch. Die Tafel gibt für die Besatzhöhen 23 und 246, die Pulververhältnisszahlen 1,8 und 104, d. h. für ein etwa 10 mal tieferes Bohrloch 60 (statt 1000) mal mehr Pulver. Diese Colonne mag also in der Praxis bessere Anhaltspunkte als die alte Routine bieten; die übrigen Zahlen sollen nur die Resultate der Theorie zur Anschauung bringen und die Tafel ergänzen.

Transformation der projectivischen Coordinaten.

Von

Joh. Julius Hemming.

In seiner Abhandlung über die projectivischen Coordinaten (Vierteljahrsschrift der naturforsch. Gesellschaft in Zürich XV. 2, pag. 152—182), entwickelt Herr Professor Fiedler diese Coordinaten und ihren Zusammenhang mit den Cartesischen und Plückerschen Coordinaten auf eine so schöne und einfache Weise, dass wir nunmehr in den Stand gesetzt sein dürften, dieselben gleich zu Anfang direct in der analytischen Geometrie aufzustellen und so mit ihnen das wichtigste Princip der Geometrie, das Princip der Dualität, an die Spitze zu setzen. Dadurch würden wir zu einer wahren analytischen Geometrie der Lage gelangen. Von diesem Gedanken ausgehend, will ich im Folgenden die Transformation der projectivischen Coordinaten so zu geben versuchen, dass dabei die geometrische Anschauung völlig gewahrt bleibt.

Minentrichter.