Ueber die Dauer der Berührung beim Stoss elastischer Körper.

Von

Dr. H. Schneebeli.

Schon im Jahr 1845 hat Pouillet*) ein sehr sinnreiches Mittel angegeben, um vermittelst dem Galvanometer äusserst kurze Zeiträume zu messen. Er lässt nämlich auf ein feines Galvanometer einen ziemlich starken Strom von beiläufig 6 Daniell'schen Elementen während einer sehr kurzen Zeit wirken. Das Galvanometer wird einen Auschlag zeigen und zwar je nach der Dauer des Stromes wird die Nadel mehr oder weniger abgelenkt werden. Ist nun das Galvanometer auf irgend eine Weise so calibrirt, dass man für jeden Theilstrich desselben den Zeitwerth bei constantem Strom kennt, so kann man dasselbe sofort als Chronoscop benutzen. — Um auf dieses Princip gegründet Anwendungen zu machen, war es vor Allem aus nöthig, eine geeignete Einrichtung zu treffen, um aus dem Ausschlag des Galvanometers sofort die Zeit, während welcher der Strom wirkte oder also das Ereigniss stattfand, zu bestimmen. — Pouillet benutzte zu diesem Zwecke eine rotirende Glasscheibe, auf der als Radius ein schmaler Streifen Zinnfolie aufgeklebt und leitend mit der Axe verbunden war.

---

*) Pouillet, Pogg. Annal. Bd. 64, pag. 452.

Ist nun die Axe der eine Pol einer Batterie, während der andere Pol derselben in Form einer Feder auf der Scheibe schleift, so ist der Strom nur geschlossen, wenn die Feder auf dem Streifen schleift, also nur während einem sehr kleinen Zeittheil einer Umdrehung. Diese Berührungszeit kann man nun entweder grösser oder kleiner machen, indem man nur die Feder entweder nach dem Centrum oder der Peripherie hinbewegt, oder auch indem man die Umdrehungsgeschwindigkeit ändert. Auf diese Weise kann man sich eine Tabelle anlegen, in der für jede Berührungszeit der zugehörige Galvanometerausschlag angegeben ist. Mit dem so calibrirten Galvanometer kann man dann ohne weiteres die Dauer von Ereignissen bestimmen.

Lässt man z. B. zwei elastische Kugeln zusammenstossen, so werden sie eine Zeit lang in Berührung bleiben; während dieser Zeit wird der Strom durchgehen und die Nadel auf einen bestimmten Theilstrich ablenken. Aus der Tabelle kann man dann sofort die Zeit entnehmen, während welcher die Berührung statt hatte, vorausgesetzt, dass eben die Stromintensität dieselbe war.

Die Untersuchung der verschiedenen Beziehungen des Stosses in dieser Hinsicht war die gestellte Aufgabe; die folgende Notiz enthält eine Darlegung der erlangten Resultate.

Die oben angeführte Art der Calibrirung des Galvanometers, so plausibel sie auch ist, leidet aber doch in der Ausführung an so viel Mängeln, dass man für diese Untersuchung ganz davon abstrahiren musste. Als geeignetester Ersatz für die rotirende

Scheibe erschien das Pendel, das bei seiner horizontalen Bewegung über ein Blättchen schleift, oder aber ein entweder frei- oder auf einer schiefen Ebene fallender Körper, der während einer kurzen Strecke seines Falles einen Strom schliesst. Beide haben vor der Scheibe den grossen Vortheil, dass ihre Bewegung ganz gleichmässig ist und in jedem Moment ganz genau ermittelt werden kann. Ich benutzte das erstere und zwar will ich seine Einrichtung beschreiben, in der ich es nach vielen Bemühungen gebrauchen konnte.

§ 1. Zeitbestimmung mit dem Pendel.

Das Pendel, das man zu der Calibrirung des Galvanometers benutzte, besteht aus starr verbundenen Stäben, wie es in Fig. I angegeben ist. Die Kugel *K*, welche die eigentliche Masse des Pendels ausmacht, ist eine 11 Pfund schwere, durchbohrte Messingkugel. Die Pendelstange *P* ist ebenfalls ein Messingstab, in welchen der durch die Kugel gehende Stift eingeschraubt ist. Um Schwankungen des Pendels senkrecht zu seiner Schwingungsebene zu verhindern, wurden bei *C* zwei dicke Kupferdrähte angelöthet und oben in der Axe befestigt. Wenn man nun die beiden Drähte vermittelst den Schrauben tüchtig spannt, so ist es ganz unmöglich, dass das Pendel auch nur kleine Schwankungen senkrecht zur Schwingungsrichtung macht. In dem durch die Kugel gehenden Stift sind neben einander drei Federn eingelöthet. Es sind dies Stücke von Uhrfedern von etwa 15^{mm} Länge. Unter dem Pendel befindet sich ein verschiebbarer Tisch, auf dem ein Streifen glasharter Stahl in Kammmasse eingesetzt ist. An der Stelle, wo die Feder über den Streifen weggeht, stösst gegen denselben auf der einen Seite eine Glasplatte, die mit demselben in einer horizontalen Ebene liegt, und zwar ist der trennende Spalt sehr fein (Fig. I a). Die Feder schleift zuerst auf dem Glas G, die drei Theile derselben werden dadurch in dieselbe Ebene gedrückt und gelangen so ihre Endpunkte als eine gerade Linie auf den Stahlstreifen. Auf diese Art ist ein grosser Uebelstand der Methode vermieden, indem das Springen der Federn an der Spalte beinahe unschädlich gemacht ist; denn die Wahrscheinlichkeit, dass alle drei Federn gleichzeitig theilweise über den Streifen springen, ist jedenfalls gering; die Versuche mit dieser Einrichtung haben auch immer schöne constante Werthe geliefert, während mit einer einzigen Feder dies nicht der Fall war.

Fig. I

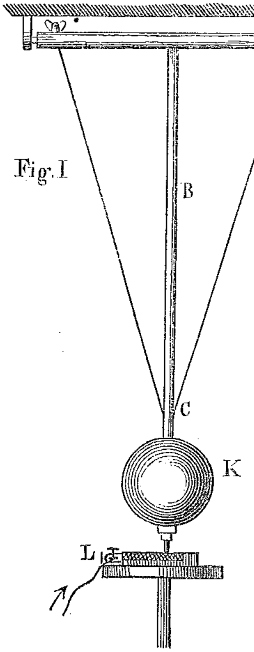
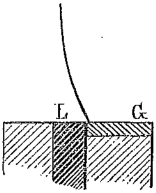


Fig. I a.



Das Stahlstück ist genau geschliffen, so dass es unter dem Mikroskop der Theilmaschine als eine scharf begrenzte Bande erscheint. Von B geht ein Draht nach dem einen Pol, von dem Streifen L nach dem andern Pol eines Elementes. Der Strom ist dann nur geschlossen, während die Feder über den Streifen hingeht.

Die Dimensionen der Vorrichtung waren folgende:

Länge des Pendels von der Mitte der Axe bis zur Spitze der Feder:

$$L = 2320^{\text{mm}}.$$

Länge des mathematischen Pendels (durch Versuche bestimmt):

$$l = 2160^{\text{mm}}.$$

Breite des Streifens: $0{,}850^{\text{mm}}$.

Aus diesen Grössen können wir dann sofort bestimmen, wie lange für verschiedene Elongationen des Pendels der Strom geschlossen ist. Es ist nämlich:

$$t = \frac{b^1}{v}.$$

Unter b^1 haben wir zu verstehen die Streifenbreite b, vermehrt um das schleifende Stück der Feder Δb. Die Grösse Δb kann man nicht bestimmen, man muss daher suchen, sie so klein wie möglich zu machen; man erreichte dies, indem man der Feder eine schwache Biegung gab, so dass sie nur auf der Kante auflag.

v ist die Geschwindigkeit des Endpunktes der Feder; man erhält diese auf folgende Weise:

Ist l die Länge des mathematischen Pendels,
L „ „ „ materiellen Pendels,
φ die Elongation des Pendels,

so ergiebt sich sofort:

$$v = \frac{L}{l}\sqrt{2gh},$$

worin: $$h = l(1 - \cos\varphi).$$

Lassen wir also das Pendel aus verschiedenen Höhen h_1 und h_2 fallen, so verhalten sich die Zeiten, während welchen der Strom geschlossen ist, wie:

$$t_1 : t_2 = v_2 : v_1 = \sqrt{h_2} : \sqrt{h_1}.$$

Zur Messung dieser sehr kurzen Ströme benutzte man ein fein gestelltes Meyerstein'sches Galvanometer mit Spiegelablesung und als electromotorische Kraft ein gut gereinigtes Bunsen'sches Element, das wirklich allen Anforderungen bei gehöriger Vorbereitung sehr gut entsprach.

Die Zeiträume, in denen man den Strom wirken liess, variiren ungefähr zwischen 0,0001 bis 0,0007 Sec.

Trägt man die erhaltenen Zahlen graphisch auf, die Zeit als Abscisse und die zugehörigen Galvanometerausschläge als Ordinaten, so erhält man annähernd

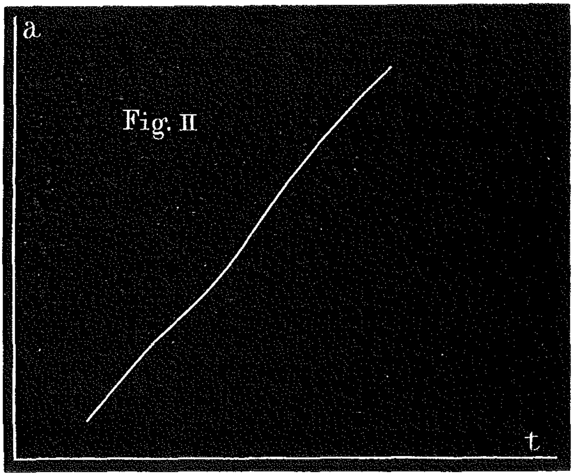
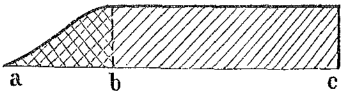


Fig. II

eine gerade Linie. In Fig. II ist eine Originalbeobachtung aufgetragen. Jeder der 15 bestimmten Punkte ist das Mittel aus 4—5 Beobachtungen. — Aus dieser Beziehung zwischen Galvanometerausschlag und der Zeit des Stromschlusses ergiebt sich sofort als erstes Resultat:

Der Strom wirkt in den hier gebrauchten Zeiträumen immer mit derselben Intensität; mit andern Worten: Die Zeit, die der Strom braucht, um zu seiner vollen Intensität zu gelangen, d. h. die Entstehungszeit des Stromes, ist in dem vorliegenden speciellen Falle gegenüber den hier angewandten Zeiten klein.

Es ergiebt sich dies leicht aus folgender Betrachtung: Schliessen wir den Strom während eines Zeitraumes und öffnen ihn wieder, so lässt sich sein Verlauf auf diese Weise darstellen. Tragen wir die Zeit des Stromschlusses als Abscisse auf, die Intensität in jedem Moment als Ordinate, so ergiebt sich für den Verlauf des Stromes eine Curve von beistehender Gestalt. Die Intensität des Stromes wächst vom Augenblicke des Schlusses an, bis er seine volle Grösse erreicht hat, bleibt dann constant und nimmt beim Oeffnen rasch ab.



Die Fläche, die zwischen der Abscissenaxe, Endordinate und der Curve enthalten ist, stellt dar die Bewegungsgrösse, die der Strom in die Nadel hineinlegt; dieser Fläche muss daher der Ausschlag proportional sein*).

*) Die Fläche ist eigentlich nicht proportional dem Ausschlag, sondern vielmehr dem Sinus des halben Ausschlagswinkels; da wir

Lässt man also den Strom zwei Zeiten, ac und ac^1, auf die Nadel wirken, so ändert sie an der Fläche nicht der Theil, der über ab liegt, wohl aber wird die Länge bc eine andere. Da nun der Ausschlag des Galvanometers nach obigen Versuchen proportional ist der Schlusszeit ac, so muss ab klein sein gegen ac, denn nur in diesem Fall verhält sich die Fläche über ac zu der Fläche über ac^1 wie ac zu ac^1, d. h. nur in diesem Fall ist es möglich, dass der Ausschlag proportional ist der Berührungszeit.

Eine spätere Notiz soll über einige Punkte, die sich hier sofort anschliessen, Näheres enthalten.

Die Gerade, welche das Verhältniss des Ausschlages zur Zeit des Stromschlusses darstellt, geht nicht durch den Coordinatenanfang, sondern schneidet die Abscissenaxe vor dem Nullpunkt. Es interpretirt sich dies so:

Damit die Nadel einen merkbaren Ausschlag zeigt, muss der Stromschluss einige Zeit dauern, um die Trägheit der Nadel sammt Spiegel zu überwinden. Wir können daher diese Strecke bezeichnen als die Empfindlichkeit des Galvanometers. Je kleiner diese Strecke ist, um so kleiner ist die Zeit des Stromschlusses, die nöthig ist, um eine merkbare Ablenkung hervorzubringen, d. h. desto empfindlicher ist das Galvanometer. In erster Linie ist diese Grösse abhängig von der Stromintensität*); in unserm Fall

aber bei unsern Versuchen Spiegelablesung benutzen und daher nur sehr kleine Ausschlagswinkel benutzen können, so dürfen wir für die Sinus des halben Ausschlages ohne weiteres die abgelesenen Scalentheile setzen.

*) Vielleicht kann auch die Entstehungszeit des Stromes auf diese Strecke von Einfluss sein.

ist sie klein; wir dürfen daher sagen: der Ausschlag des Galvanometers ist proportional der Zeit des Stromschlusses und daher kann man das eine für das andere setzen. — Die eigentliche Aufgabe konnte nun nach diesen einleitenden Untersuchungen leicht gelöst werden.

Das untersuchte Material war ausschliesslich glasharter Stahl; die Fläche, gegen die der Stoss ausgeübt wurde, war die ebene Stirnfläche eines festen, quadratischen Stahlstabes von etwa 2 Met. Länge und 36 Millim. Seitendimensionen.

Hinsichtlich des stossenden Körpers wurden nach drei Richtungen hin die Untersuchungen erstreckt:

1) Wie hängt die Stosszeit ab von der Masse des stossenden Körpers?
2) Welchen Einfluss auf die Stosszeit hat die Geschwindigkeit, mit der der stossende Körper gegen die feste Ebene trifft?
3) Aendert sich die Stosszeit mit dem Krümmungsradius der stossenden Fläche?

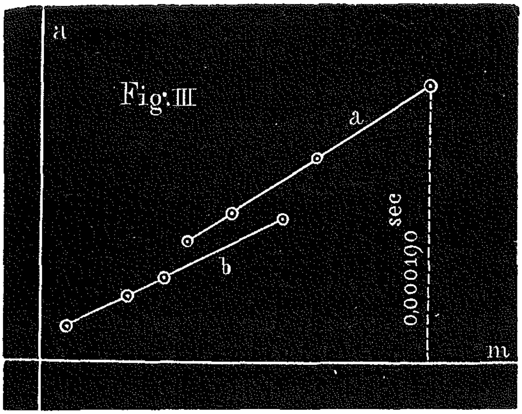
§ 2. Abhängigkeit der Stosszeit von der Masse des stossenden Körpers.

Als stossende Körper benutzte man vier Stahlcylinder von 70^{mm} Länge und verschiedenem Querschnitt. An jeden derselben war nach demselben Kreisabschnitt ein Kugelsegment angedreht; sie waren pendelartig an zwei Schnuren aufgehängt und wurde nun jeder von demselben Elongationswinkel gegen die feste Ebene fallen gelassen.

Die Gewichte der vier Stücke waren:

Nr.	I . . .	695	Grm.
„	II . . .	497,5	„
„	III . . .	346	„
„	IV . . .	255,5	„

Trägt man diese Gewichte als Abscisse auf die zugehörigen Galvanometerausschläge als Ordinaten, so liegen die vier Punkte ziemlich genau in einer Geraden. Aus den zahlreichen Versuchen habe ich eine Reihe in Fig. III a aufgezeichnet.



Neben diesen vier Cylindern hat man noch fünf Kugeln untersucht; das Gewicht derselben war:

Nr.	I . . .	438	Grm.
„	II . . .	220	„
„	III . . .	155	„
„	IV . . .	110	„
„	V . . .	55,0	„

Bezeichnen wir den Radius der kleinsten Kugel mit 1, so sind also die der andern Kugeln:

Nr.	I . . .	2
„	II . . .	1,58
„	III . . .	1,41
„	IV . . .	1,26
„	V . . .	1,00

Es ergab sich in diesem Fall das überraschende Resultat, dass wenn man die Gewichte als Abscisse und die zugehörigen Galvanometerausschläge als Ordinaten auftrug, wieder eine Gerade zu Stande kam (Fig. III b), die mit den bei den Cylindern erhaltenen beinahe parallel läuft. Aus diesem kann man schon den Schluss ziehen: die Stosszeit ist in den hier eingehaltenen Grenzen nicht sehr abhängig vom Krümmungsradius. Der Krümmungsradius bei den Cylindern lag zwischen den Kugeln III und IV. Dass die beiden Geraden nicht zusammenfallen, hat wohl seinen Grund darin, dass Kugeln und Cylinder nicht dieselbe Elasticität besitzen; die Kugeln wurden in Paris verfertigt, während die Cylinder aus der Werkstätte unsers Laboratoriumsmechanikers hervorgiengen. Auf dieselbe Weise erklärt sich wohl auch der Umstand, dass die Gerade nicht genau durch den Nullpunkt geht. Analytisch liesse sich die Abhängigkeit der Stosszeit von der Masse in den eingehaltenen Grenzen so ausdrücken:

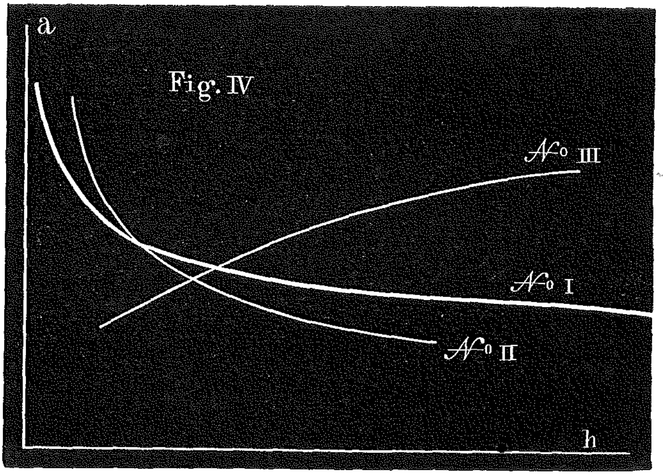
$$t = a + bm,$$

wo a und b Constante sind, die abhängen von der Empfindlichkeit des Galvanometers und der Elasticität der stossenden Körper.

§ 3. Abhängigkeit der Stosszeit von der Fallhöhe des stossenden Körpers.

Um diese Beziehung näher zu kennen, benutzte man die Kugeln als stossende Körper. Da sie pendelartig aufgehängt waren, varirte man einfach die Elongation derselben.

Trägt man die aus den Elongationen berechneten Fallhöhen als Abscissen auf die Galvanometeraus-



schläge als Ordinaten, so ergiebt sich die Curve *I* in Fig. IV, also das nach dem vorigen sehr überraschende Resultat, dass wenn die Fallhöhe zunimmt, die Stosszeit kleiner wird.

Die Curve hat Aehnlichkeit mit einer Hyperbel; sie schliesst sich noch besser an eine solche an, wenn man die Wurzel aus der Fallhöhe oder also die Geschwindigkeit als Abscisse aufträgt, wie aus der Curve *II* hervorgeht. Wäre Nr. II eine gleichseitige Hyperbel, so käme eine Gerade zu Stande, wenn man $\frac{1}{\sqrt{h}}$ als Abscisse aufträgt; dies ist aber nicht der Fall, wie aus Nr. III hervorgeht. Doch lässt sich die Curve *III* annähernd analytisch so wiedergeben:

$$t = a_1 + \frac{b_1}{v} + \frac{c}{v^2},$$

wo also a_1 b_1 c wieder Constante sind und v die Geschwindigkeit bedeutet, mit der der stossende Körper gegen die feste Ebene trifft.

§ 4. Abhängigkeit der Stosszeit von dem Krümmungsradius des stossenden Körpers.

Hiezu benutzte man vier Cylinder von derselben Länge und Querschnitt. An jeden derselben war ein Kugelsegment angedreht und alle waren durch Feilen noch so abgeglichen, dass sie gleich schwer waren. Die Krümmungsradien der stossenden Flächen wurden auf optischem Wege bestimmt und gefunden zu:

Nr. I	. . .	r = 5,2mm
„ II	. . .	= 11,6
„ III	. . .	= 29,0
„ IV	. . .	= 62,0

Es wurden alle von derselben Höhe gegen die feste Ebene fallen gelassen. Trägt man die Radien als Abscissen auf und die Galvanometerausschläge als Ordinaten, so liegen die vier Punkte ziemlich genau in einer

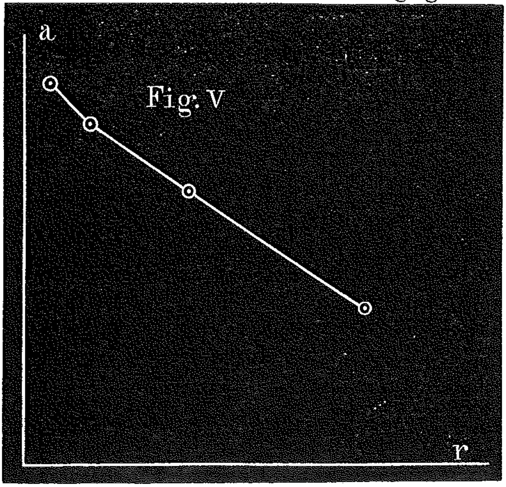


Fig. V

Geraden (Fig. V); es ergiebt sich daraus, dass die Stosszeit abnimmt, wenn der Krümmungsradius zunimmt oder analytisch ausgedrückt:

$$t = \frac{1}{a_2 + b_2 r};$$

und zwar ist a_2 eine verhältnissmässig bedeutende Zahl. Es erklärt sich nun leicht, dass bei den verschiedenen Kugeln sich keine stark bemerkbare Abhängigkeit vom Radius herausstellte. Während die Masse beinahe proportional die Stosszeit verändert, ist dies mit der Krümmung nicht der Fall. Zudem wächst in dem betreffenden Fall die Masse mit der dritten Potenz des Radius; es kann also der Einfluss des Krümmungsradius ein nur geringer gegenüber demjenigen der Masse sein.

Die Resultate der vorliegenden Arbeit lassen sich kurz in folgende Sätze zusammenfassen:

1) Die Stosszeit nimmt zu mit der Masse des stossenden Körpers.
2) Sie nimmt hingegen ab, wenn die Geschwindigkeit, mit der der stossende Körper auf die feste Ebene trifft, wächst.
3) Die Stosszeit wird kleiner, wenn die stossende Fläche einen grössern Krümmungsradius hat.

Analytisch kann man annähernd in den Grenzen, in denen die Beobachtungen geschahen, die Resultate in folgende Formel zusammenfassen:

$$t = \frac{(a + bm)\left(a_1 + \frac{b^1}{v} + \frac{c^1}{v^2}\right)}{a_2 + b_2 r},$$

worin die a, b, c Constanten sind, die abhängen von der Empfindlichkeit des Galvanometers und der Elasticität der stossenden Körper; natürlich hat diese Formel keine allgemeinere Bedeutung, und sind die Resultate mehr als quantitative anzusehen, wie auch die in Fig. III und V gezeichneten Curven eben nur Theile von Curven sind. Für absolut elastische Körper wird die Formel sich jedenfalls vereinfachen; versilberte Glaskugeln hätten wahrschinlich etwas andere Resultate gegeben. Es hat aber der Stahl vor allen andern den Vorzug, dass die Elasticität desselben eine viel constantere ist. Andere Metalle konnten leider nicht benutzt werden, weil sie beim Stoss permanente Einbiegungen erhalten; Blei z. B. gab beim ersten Stoss einen ziemlich bedeutenderen Ausschlag als Stahl; beim zweiten Stoss auf dieselbe Stelle war aber die Ablenkung des Galvanometers gar nicht mehr zu beobachten, indem die ganze Scala verschwand.

Die Zeit des Stosses bei glasharten Stahlkugeln ist numerisch sehr klein. Um einen Begriff zu geben, will ich schliesslich für einen Fall den Werth anführen; man kann sich dann leicht aus den mitgetheilten Resultaten für die andern Fälle die Werthe ungefähr herleiten. Die Stosszeit des Cylinders Nr. I vom Gewicht 695 Grm. bei einer Fallhöhe von 33^{mm} wurde durch direkte Pendelvergleichung gefunden zu: $t = 0{,}000190$ Sekunden. Diese Zeit entspricht dem obersten Punkte in Fig. III.