

# Die Neumann'sche Methode zur Bestimmung der Polarisation und des Uebergangswiderstandes, nebst einer Modifikation derselben.

Von Dr. Heinrich Wild.

(Vortrag in der naturforschenden Gesellschaft in Zürich.)

Herr Professor Neumann pflegt in seinen Vorlesungen über mathematische Physik soviel neue sowohl rein theoretische als auch messend beobachtende Untersuchungen, die er selbst sonst nirgends publicirt hat, mitzutheilen, dass ich es für eine Pflicht seiner Schüler halte, dieselben, wo es angeht, zu einer weitem Oeffentlichkeit zu bringen und so auch Andern nutzbar zu machen. Aus Aeusserungen, die Neumann selbst hierüber gegen mich gemacht hat, glaube ich schliessen zu können, dass ich nicht nur eine Indiscretion begehe, sondern ganz in seinem Sinne handle, wenn ich Ihnen heute eine dieser Untersuchungen vorführe. Hiezu habe ich Neumann's Methode zur Bestimmung der galvanischen Polarisation und des Uebergangswiderstandes gewählt und zwar dieses Thema deshalb, weil dadurch einmal eine gegenwärtig unter den Physikern ziemlich allgemein verbreitete Ansicht als irrig dargethan wird, dann weil sich mir dabei Gelegenheit darbietet, mehrere vortheilhafte Abänderungen Neumann's an bisher gebräuchlichen galvanischen Instrumenten kennen zu lernen, sowie einen

Apparat vorzuführen, der meines Erachtens in keinem physikalischen Laboratorium fehlen sollte, endlich habe ich gerade diese Untersuchung gewählt, weil die ganze Entwicklung eine höchst einfache, ich möchte sagen elementare ist und wenige Kenntnisse aus dem Gebiet der elektrischen Ströme voraussetzt. Wir bedürfen nämlich zum Verständniß bloss folgender Sätze: erstlich, das Ohm'sche Gesetz über die Stromstärke  $J$  im Schliessungsdrahte einer galvanischen Kette, nämlich:

$$J = \frac{E}{W}, \quad 1.$$

wo  $E$  die electromotrische Kraft des galvanischen Elements,  $W$  der Gesamtwiderstand. Dieser Widerstand zerfällt in den sogenannten wesentlichen Widerstand des Elements und den Widerstand  $R$  der Schliessung, der in dem Fall, wo letztere aus einem Metalldraht besteht, das bekannte Gesetz befolgt:

$$R = \frac{l}{k q}, \quad 2.$$

d. h. proportional der Länge  $l$  und umgekehrt proportional dem Querschnitt  $q$  des Drahtes ist.

Daneben werden wir noch Gebrauch machen von den Kirchhoff'schen Sätzen über Stromverzweigung. Diese sagen aus, erstens, dass an jedem Knotenpunkte eines Stromsystems die Summe der Intensitäten aller demselben zufließenden Ströme gleich sein muss der betreffenden Summe der davon ablaufenden; zweitens, dass in jedem geschlossenen Umgang eines verzweigten Stromes die Summe der Produkte aus den Stromstärken und Widerständen der einzelnen Stücke gleich der Summe der electromotorischen Kräfte innerhalb desselben Umgangs ist.

Das Phänomen, um das es sich hier handelt und

die bisherigen Erklärungsweisen sind nun folgende. Wenn wir in den Schliessungsbogen einer galvanischen Kette eine sogenannte Zersetzungszelle, d. h. eine zwischen zwei gleichartigen Metallplatten befindliche Säule einer durch den Strom zersetzbaren Flüssigkeit einschalten, so wird der Strom der Kette in zweierlei Hinsicht geschwächt, der Widerstand wird nämlich vermehrt, daneben aber auch die electromotorische Kraft vermindert. Es tritt nämlich in der Zersetzungszelle in Folge der Polarisirung ihrer Metallplatten, der sogenannten Electroden, eine electromotorische Kraft auf, welche derjenigen der galvanischen Kette stets entgegengesetzt ist und sich auch bei Schliessung der Zersetzungszelle für sich durch einen Multiplikator als entgegengesetzt gerichteter Strom bemerklich macht. Diese neue electromotorische Kraft, die sogenannte Polarisation, wollen wir mit  $p$  bezeichnen und hinsichtlich derselben noch kurz ins Gedächtniss zurückrufen, dass sie und somit auch der durch sie erzeugte Polarisationsstrom erfahrungsgemäss nicht sogleich ihr Maximum erreichen, sondern erst, nachdem der ursprüngliche polarisirende Strom der Kette einige Zeit gedauert hat, dass sie dann unverändert so lange fortbestehen als der polarisirende Strom ungeschwächt sich erhält, dagegen sehr bald nach Aufhören des letztern verschwinden, indem sie sich gleichsam selbst verzehren. Die Gleichung 1. geht also für die neue Stromstärke nach Einschaltung der Zersetzungszelle über in:

$$J_1 = \frac{E - p}{W + w}. \quad 1'.$$

Wenn nun der Widerstand  $w$  bloss der Flüssigkeit in der Zersetzungszelle zukäme, so müsste, wenn

andere die Flüssigkeiten dasselbe Widerstandsgesetz befolgen wie die metallischen Drähte (s. Gleichung 2.) bei einer Ver- $n$ -fachung der Entfernung der Electroden in der parallelepipedisch oder cylindrisch gestalteten Zersetzungszelle dieser Widerstand  $w$  sich ebenfalls ver- $n$ -fachen, da ja der Querschnitt  $q$  dabei unverändert derselbe bleibt. Die Erfahrung zeigte, dass dies nicht der Fall sei, sondern dass man sich jenes  $w$  als aus zwei Theilen bestehend zu denken habe, von denen der eine unverändert bleibe, während der andere allerdings das gewöhnliche Widerstandsgesetz befolge. Fechner gab sich hievon folgende Rechenschaft: er sagte, der Widerstand der Zersetzungszelle besteht in der That aus zwei Theilen, nämlich dem eigentlichen Widerstand  $w_1$  der Flüssigkeit, welcher dem gewöhnlichen Widerstandsgesetz unterworfen ist, dazu kommt aber noch ein Widerstand  $u$ , welchen der Strom beim Uebergang aus dem Metall in die Flüssigkeit und umgekehrt erfährt und der von der Lage der Polplatten gegen einander unabhängig ist. Statt der vorstehenden Gleichung haben wir also:

$$J_1 = \frac{E - p}{W + w_1 + u}, \quad 3.$$

und wenn wir die Polplatten ver- $n$ -fachen, so kommt dann:

$$J_2 = \frac{E - p}{W + nw_1 + u}. \quad 4.$$

Gegen diese Ansicht Fechner's, der sich Lenz und Andere anschlossen, trat nun besonders Ohm auf und läugnete den Uebergangswiderstand  $u$  ganz. Die Anomalie, welche eintrete, wenn man die Entfernung der Polplatten in der Zersetzungszelle vergrößere,

rühre nach seiner Meinung bloss von einer Veränderung der Polarisation in Folge der veränderten Stromstärke. Und in der That, betrachten wir die Polarisation als lineare Function der Stromstärke, so können wir setzen:

$$p = p_1 + p_2 J_1,$$

wo  $p_1$  und  $p_2$  constante Grössen und dieser Werth in Gleichung 1'. substituirt gibt dann, da wir jetzt unter  $w$  bloss den eigentlichen Widerstand  $w_1$  der Flüssigkeit verstehen:

$$J_1 = \frac{E - p_1}{W + w_1 + p_2}, \quad 5.$$

und wenn wir jetzt wieder die Entfernung der Polplatten ver- $n$ -fachen, so folgt:

$$J_2 = \frac{E - p_1}{W + nw_1 + p_2}. \quad 6.$$

Die Vergleichung der Ausdrücke für  $J_1$  und  $J_2$  in den Gleichungen 3 und 5, 4 und 6 zeigt, dass sie nach der einen und andern Ansicht ganz dieselbe Form annehmen; es kommt somit mathematisch ganz auf dasselbe hinaus, ob wir einen Uebergangswiderstand annehmen oder nicht. Vom physikalischen Standpunkte aus betrachtet, ist dies aber keineswegs gleichgültig, denn  $u$  ist ein passiver Widerstand, während  $p_2$  eine active electromotorische Kraft repräsentirt. Alle messenden Beobachtungen nun, welche vor Neumann zur Entscheidung dieser Streitfrage gemacht worden sind, sind einseitig und daher ungenügend, man bestimmte bald bloss den Widerstand, bald bloss die electromotorische Kraft nach Einschaltung der Zersetzungszelle. Wir haben im Vorigen gesehen, dass Polarisation und Uebergangswiderstand so innig zusammenhängen, dass man nicht die eine Grösse wird ermitteln können, ohne zugleich auch die andere zu bestimmen. Man

muss daher suchen, zu gleicher Zeit zwei Gleichungen zwischen diesen Unbekannten aufzustellen, damit sich beide daraus ableiten lassen und dies ist nun der Zweck der folgenden Methode Neumann's. Es spaltet sich dieselbe in 2 Operationen, von denen uns jede eine der geforderten Gleichungen liefert.

Der zum ersten Theil der Untersuchung nöthige Apparat ist in Fig. 1 schematisch dargestellt. Der Strom einer galvanischen Kette  $K$  spaltet sich, nachdem er durch eine Tangentenbussole  $T$  und einen Rheostaten  $R_1$  gegangen ist, bei  $S$  in zwei Zweige. Diese stehen mit den Drahtenden eines Differential-Multiplicators  $DM$  so in Verbindung, dass die Zweigströme die Nadel des letztern in entgegengesetzter Richtung umkreisen. Nach ihrem Austritt aus dem Differential-Multiplikator geht der eine der beiden Zweigströme durch einen Rheostaten  $R_2$ , der andere durch eine parallelepiped'sche Zersetzungszone  $Z$  (in welcher man die Electroden in verschiedene, genau messbare Abstände bringen kann), um sich dann bei  $S_1$  wieder zu einem Strome zu vereinigen. Die Differential-Multiplikatoren sind bekanntlich Multiplikatoren, auf deren Rahmen zwei gleiche, gut isolirte Drähte neben einander so aufgewunden sind, dass beide genau dieselbe relative Lage zur Magnetnadel haben. Dadurch wird erreicht, dass die Magnetnadel ruhig im Meridian stehen bleibt, wenn wir gleich starke aber entgegengesetzt gerichtete Ströme durch die beiden Drähte fliessen lassen. Die Polplatten in der Zersetzungszone, welche vor der Hand noch keine Flüssigkeit enthalten soll, werden zunächst in unmittelbare metallische Berührung gebracht; dann ist es leicht, die Bedingung anzugeben, für welche die beiden Zweig-



ströme gleich stark werden, also die Magnetnadel im Differential-Multiplikator auf den Nullpunkt der Theilung einspielt. Nennen wir die Stromstärken in den beiden Zweigen  $i_1$  und  $i_2$ , ihre Widerstände resp.  $w_1$  und  $w_2$ , so hat man nach dem zweiten Kirchhoff'schen Satze im Umgang der beiden Zweige:

$$i_1 w_1 - i_2 w_2 = 0,$$

und daraus folgt sofort:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}.$$

Es wird also  $i_1 = i_2$ , wenn  $w_1 = w_2$  wird; wir drehen daher den Rheostaten  $R_2$  im einen Zweige so lange, bis die Nadel des Differential-Multiplikator's auf den Nullpunkt zurückgekehrt ist, dann wissen wir, ist  $i_1 = i_2$ , folglich auch die beiden Zweigwiderstände gleich; dieser gleiche gemeinschaftliche Widerstand sei durch  $r$  Windungen des Drahts auf dem Rheostat  $R_2$  dargestellt. Nunmehr rücken wir die Electroden in der Zersetzungszelle auseinander und giessen eine Flüssigkeit hinein; dadurch wird in den betreffenden Zweig einmal eine electromotorische Kraft, die Polarisation  $p$ , gebracht und ein neuer Widerstand hinzugefügt, nämlich der Widerstand  $w_f$  der Flüssigkeit und der Uebergangswiderstand  $u$ , wenn ein solcher vorhanden ist. Die beiden Kirchhoff'schen Sätze geben jetzt folgende Gleichungen:

$$J = i_1 + i_2,$$

$$i_2 r - i_1 (r + w_f + u) = p.$$

Der Rheostat  $R_2$  wird nun wieder in Bewegung gesetzt und so viele Windungen  $q$  seines Drahtes eingeschaltet, bis die Multiplikatornadel in den Meridian zurückgekehrt, also  $i_1$  wieder  $= i_2$  geworden ist. Die

beiden vorstehenden Gleichungen gehen in diesem Falle über in:

$$J = 2 i_1,$$

$$i_1 (\varrho + w_f + u) = p,$$

woraus durch Elimination von  $i_1$  folgt:

$$w_f + u = \varrho - \frac{2p}{J}. \quad 7.$$

Die Intensität  $J$  des Stammstromes lässt sich aus der an der Tangentenbussole beobachteten Ablenkung berechnen und wenn also  $w_f$  bekannt wäre, so hätten wir in vorstehender Gleichung bereits eine Relation zwischen unsern gesuchten Grössen  $u$  und  $p$ . Da indessen die bisherigen Angaben über die Leitungswiderstände der Flüssigkeiten sehr wenig harmoniren, so müssen wir behufs genauer Messungen dieselben jedesmal selbst bestimmen. Zu dem Ende hin verfahren wir so. Nach den Untersuchungen Horsford's<sup>1)</sup> wissen wir, dass die Flüssigkeiten wirklich dasselbe Widerstandsgesetz befolgen wie die Metalldrähte, bringen wir also die Polplatten in die  $n$ -fache Entfernung, so wird auch der Widerstand  $w_f$  ver- $n$ -facht und wir werden im andern Zweige statt  $\varrho$  jetzt eine grössere Anzahl etwa  $\varrho_1$  Rheostatenwindungen einschalten müssen, damit die beiden Zweigströme wieder gleich stark werden und die Multiplikator-Nadel auf den Nullpunkt der Theilung einspiele. Durch diese Vermehrung des Widerstands in den beiden Zweigen wird nun aber die Stromintensität sowohl in diesen als mittelbar auch im Stammstrom geschwächt worden sein, so dass man hätte:

$$n \cdot w_f + u = \varrho_1 - \frac{2p}{J_1}.$$

<sup>1)</sup> Pogg. Ann. LXX. S. 238.



Hiebei dürfen wir indessen nicht stehen bleiben, vielmehr müssen wir dieselbe Stromstärke  $J$  wie vorhin herzustellen suchen, da wir ja nicht wissen, ob nicht sowohl der Uebergangswiderstand  $u$ , als die Polarisation  $p$  sich mit derselben ändern; dazu dient der Rheostat  $R_1$  in der Nähe der Tangentenbussole. Wir schalten an demselben so viele Drahtwindungen aus, bis die Nadel in letzterer wieder auf die der vorigen Stromstärke entsprechende Stellung zurückgekehrt ist (ebenso verfahren wir, um die kleinen Schwankungen der Stromintensität zu compensiren); alsdann haben wir als 2<sup>te</sup> Gleichung:

$$n \cdot w_f + u = \rho_1 - \frac{2p}{J}. \quad 8.$$

Aus 7. und 8. folgt durch Subtraction:

$$w_f = \frac{\rho_1 - \rho}{n - 1}. \quad 9.$$

Nach dieser Bestimmung des Flüssigkeitswiderstandes sind jetzt in Gleichung 7. alle Grössen bis auf die beiden Unbekannten gegeben.

Um nun eine 2<sup>te</sup> Gleichung zu erhalten, denken wir uns durch irgend eine mechanische Vorrichtung plötzlich die Verbindung der galvanischen Kette  $K$  mit der Zersetzungszelle unterbrochen und letztere sammt dem Differential-Multiplikator in den mittlern Zweig  $CD$  einer daneben stehenden Wheatston'schen Brücke eingeschaltet (s. Fig. 2), aber so, dass dabei zugleich der Differential-Multiplikator in einen gewöhnlichen verwandelt wird, der Strom seine Zweige also nacheinander in derselben Richtung durchläuft. Machen wir darauf auch hier, wie beim gewöhnlichen Gebrauch der Brücke, den Strom im mittlern Zweige gleich Null, so gibt uns dies ein Mittel an die Hand,

die electromotorische Kraft  $p$  der Polarisation, welche sich jetzt in demselben befindet, zu bestimmen. Die Kirchhoff'schen Sätze ergeben nämlich für diesen Fall an den vier Knotenstellen A, B, C, D und in den Umgängen ACDA und BCDB folgende Gleichungen, wenn wir die Stromstärken und Widerstände in den Zweigen 0, 1, 2, 3 und 4 durch die entsprechenden Indices unterscheiden und unter  $J_1$  die Intensität des Stammstromes verstehen:

$$J_1 = i_1 + i_3, \quad J_1 = i_2 + i_4, \quad i_1 = i_0 + i_2, \quad i_3 = i_4 - i_0, \\ i_1 w_1 + i_0 w_0 - i_3 w_3 = p, \quad i_2 w_2 - i_4 w_4 - i_0 w_0 = -p.$$

Eliminiren wir aus diesen Gleichungen  $i_1, i_2, i_3$  und  $i_4$ , so kommt:

$$i_0 [w_0 (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_3) (w_2 + w_4)] = \\ = J_1 (w_2 w_3 - w_1 w_4) + p (w_1 + w_2 + w_3 + w_4);$$

und hieraus ergibt sich sofort als Bedingung für das Verschwinden des Stromes  $i_0$  im mittlern Zweige CD:

$$J_1 (w_2 w_3 - w_1 w_4) + p (w_1 + w_2 + w_3 + w_4) = 0.$$

Verändern wir also auf irgend eine Weise das Verhältniss der Widerstände  $w_1, w_2$  etc., bis die Multiplikatornadel auf den Nullpunkt einspielt, so besteht dann die vorige Gleichung, welche uns  $p$  durch die an der Tangentenbussole zu messende Stärke  $J_1$  des Stroms in der Wheatston'schen Brücke und durch die scharf zu bestimmenden Widerstände  $w_1, w_2$  etc. ausdrücken lässt, nämlich:

$$p = J_1 \cdot \frac{w_2 w_3 - w_1 w_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}. \quad 10.$$

Führen wir diesen Werth von  $p$  in Gleichung 7. ein, so finden wir schliesslich auch  $u$ .

Um das Verhältniss der Widerstände  $w_1, w_2$  etc. in der geforderten Weise regeln zu können, hat man verschiedene Vorrichtungen angebracht. Man hat z. B.

in einen der Zweige etwa in 4 einen Rheostaten eingeschaltet. Einfacher und vortheilhafter ist Neumann's Vorschlag, die Zweige 2 und 4 durch einen zwischen A und B über einer Theilung ausgespannten Draht zu ersetzen, auf welchem dann das Ende des mittlern Zweiges beliebig zu verschieben ist (s. WB in Fig. 4).

Die oben erwähnte Umgestaltung des Apparates erreichte Neumann durch eine Wippe, welche in Fig. 3 perspectivisch dargestellt ist, W in Fig. 4 zeigt den Grundriss. Im Fussbrett dieser Wippe sind zu beiden Seiten 8 Näpfchen zur Aufnahme von Quecksilber eingbohrt, von den gegenüberliegenden werden je die ersten, die 4<sup>ten</sup> und 6<sup>ten</sup> durch Querdrähte verbunden. An dem Brettchen a b, das durch die Stifte c und d gestützt wird und um dieselben hin- und hergewippt werden kann, sind zu beiden Seiten 4 hackenförmig nach unten gebogene Kupferdrähte befestigt, welche auf der einen oder andern Seite das 1<sup>te</sup> und 2<sup>te</sup>, das 3<sup>te</sup> und 4<sup>te</sup>, das 4<sup>te</sup> und 6<sup>te</sup>, das 7<sup>te</sup> und 8<sup>te</sup> Näpfchen in metallische Verbindung bringen, wenn man das Brettchen nach der betreffenden Seite herunterwippt. Die Zusammenstellung des ganzen Apparates mit der Wippe ist aus Fig. 4 ersichtlich. Der Strom von 4 zur Säule verbundenen Elementen K geht vom Pole P<sub>1</sub> zum Näpfchen 8 der Wippe W auf der Seite I derselben. Das Brettchen ab der letztern soll nach der Seite I heruntergeschlagen sein, alsdann läuft der Strom durch den Drahtbogen nach dem Näpfchen 7 über und von da durch die Drahtleitung weiter nach der Stelle S, wo er sich in 2 Zweige spaltet. Der eine der letztern geht zum Anfang a<sub>1</sub> des ersten, der andere zum Ende b<sub>2</sub> des zweiten Drahtes des Differential-Multiplikators, so dass also die beiden Zweig-

ströme die Nadel des letztern in entgegengesetzter Richtung umkreisen. Hierauf fliesst der Zweigstrom, welcher bei  $b_1$  den Multiplikator verlässt, nach der Zersetzungszelle  $Z$  und von da nach dem Näpfchen 4 der Wippe, hier stehen ihm zwei Wege offen, er könnte durch den Querdraht zum entsprechenden Näpfchen auf der andern Seite übergehen, allein dort ist ihm der weitere Weg abgesperrt, indem ja die Wippe nach Seite I heruntergeschlagen ist; es bleibt also bloss der 2<sup>te</sup> Weg durch den Drahtbogen nach dem Näpfchen 3 und von da zur Stelle  $S_1$ , wo er sich wieder mit dem andern Zweigstrom vereint. Dieser hat, bei  $a_2$  aus dem Multiplikator austretend, den Rheostaten  $R_2$  durchlaufen und ist dann über die Näpfchen 6 und 5 nach  $S_1$  gekommen. Der Stammstrom geht nun von  $S_1$  über die Näpfchen 2 und 1 und durch den Querdraht nach dem Näpfchen 1 auf der andern Seite der Wippe und sodann durch die Tangentenbussole und den Rheostaten  $R_1$  nach dem andern Pol  $P_2$  unserer Kette. — Sehen wir nun zu, was geschieht, wenn wir die Wippe nach der Seite II herunterschlagen. Der Strom, der vom Pol  $P_2$  durch den Rheostaten und die Tangentenbussole nach dem Näpfchen 1 auf der Seite II fliesst, findet auf der andern Seite zwischen 1 und 2 jetzt einen Unterbruch, kann also bloss auf der Seite II durch den Drahtbogen nach dem Näpfchen 2 übergehen und strömt dann nach dem einen Ende  $B$  der Wheatstonschen Brücke  $W B$ , durchfliesst die Zweige derselben und tritt bei  $A$  wieder aus. Von  $A$  kehrt er wieder über die Näpfchen 7 und 8 auf Seite II der Wippe nach dem andern Pol desselben Elements, von welchem er ausging, zurück. Durch das Umschlagen der Wippe ist also die Ver-

bindung des ursprünglichen Stroms mit dem Differential-Multiplikator und der Zersetzungszelle unterbrochen und ein Theil desselben zur Wheatstonschen Brücke geführt worden; zur Messung des letztern ist wieder die Tangentenbussole eingeschaltet. Des geringern Widerstands halber genügt hier nämlich ein schwächerer Strom, ja ein stärkerer macht diese Vorrichtung nur zu empfindlich. Es soll aber ausserdem durch das Umschlagen der Wippe die Zersetzungszelle und der Differential-Multiplikator in den mittlern Zweig CD der Wheatston'schen Brücke gebracht und der letztere in einen gewöhnlich wirkenden umgewandelt worden sein. Dies ist in der That der Fall, denn verfolgen wir den Gang des mittlern Zweiges etwa von C aus, so sehen wir, dass er zunächst zum Näpfchen 5 auf Seite II, von da durch den Drahtbogen nach 6 und dann durch den Querdraht nach dem entsprechenden Näpfchen auf der Seite I geht. Dort bleibt ihm bei der jetzigen Stellung der Wippe kein anderer Weg als durch den punktirten Zweig über den Rheostaten zum Ende  $a_2$  des einen Multiplikatordrahtes. Der Strom durchläuft also diesen, tritt bei  $b_2$  aus, fließt nach S und kann von da aus bloss zum Ende  $a_1$  des andern Multiplikatordrahtes (denn der Weg nach dem Quecksilbernäpfchen 7 der Wippe ist dort unterbrochen), umkreist also in diesem die Magnetnadel nochmals in demselben Sinne wie vorhin. Von  $b_1$  geht er dann durch die Zersetzungszelle, das Näpfchen 4 auf Seite I und den Querdraht nach dem entsprechenden Näpfchen auf der andern Seite, hierauf durch den Drahtbogen über das Näpfchen 3 zurück nach dem beweglichen Ende D der Brücke. — Da die Polarisation rasch abnimmt nach Aufhören des polarisirenden Stroms, so

würde man natürlich ein falsches Resultat erhalten, wenn man die Wippe bloss nach II herüberschlagen und das Ende D so lange verschieben wollte, bis die Multiplikatornadel auf den Nullpunkt der Theilung einspielt. Man muss vielmehr durch wiederholtes Hin- und Herwippen die Stellung des Endes D auf dem Drahte zu ermitteln suchen, für welche, nachdem die Electroden bis zum Maximum polarisirt worden, die Nadel des Multiplikators ruhig stehen bleibt, wenn man die Wippe plötzlich von I nach II hinüberschlägt.

Diese Neumann'sche Methode scheint mir einer Vereinfachung fähig, welche sie zugleich homogener macht. Im ersten Theile der Untersuchung kommt ein Differential-Multiplikator in Anwendung, von welchem die Theorie voraussetzt, dass seine beiden Drähte genau gleiche Wirkung auf die Magnetnadel ausüben, also ganz dieselbe Lage zu letzterer haben.<sup>2)</sup> Diese Anforderung scheint schwierig zu erfüllen; Neumann hat ihr jedoch gewiss mit sehr grosser Annäherung dadurch genügt, dass er die beiden Drähte, ehe er sie auf den Rahmen des Multiplikators aufwand, zuvor zu einem Strange zusammendrehte und erst diesen dann aufwickelte. Solche Differential-Multiplikatoren, welche streng den an sie gestellten Forderungen genügen, möchten indessen wohl in den wenigsten physikalischen Laboratorien zu Gebote stehen, während gewöhnliche Multiplikatoren sich überall vorfinden.

---

<sup>2)</sup> Sowie diese Bedingung nicht erfüllt ist, so werden die Ströme  $i_1$  und  $i_2$  nicht mehr gleich sein, wenn die Nadel auf den Nullpunkt der Theilung einspielt; da aber unsere Messungen dies durchaus erfordern, so lassen sich hier auch nicht die von Jacobi (Pogg. Ann. LXXVII. 188) angegebenen Correctionsmethoden anwenden.

Ich dachte daher darauf, den ersten Theil der Untersuchung so abzuändern, dass er wie der zweite ebenfalls bloss einen gewöhnlichen Multiplikator erheische und fand, dass sich dies erreichen lässt, wenn wir wie bei der zweiten Operation so auch bei der ersten eine Wheatston'sche Brücke anwenden; eine Abänderung, die zudem noch weitere Vereinfachungen zur Folge hat. Wir bedürfen nämlich zu beiden Untersuchungen jetzt bloss einer Wheatston'schen Brücke und die ganze Umwandlung des Apparates, die wir zum Uebergang von der einen Operation zur andern vorzunehmen haben, beschränkt sich darauf, die Zersetzungszelle, welche sich bei der ersten in irgend einem Seitenzweige etwa in 2 befunden hat, hernach in den mittlern Zweig CD einzuschalten und an ihre Stelle einen Rheostaten in den Zweig 2 zu bringen. Eine nähere Betrachtung wird diese Behauptung rechtfertigen. Fig. 5 zeigt eine schematische Darstellung des Apparates, wie er jetzt zum ersten Theil der Untersuchung nöthig ist. Im Stammstrom (erregt durch eine Kette K von mehreren Elementen) befindet sich die Tangentenbussole T und der zu seiner Regulirung dienende Rheostat  $R_1$ . Die Zersetzungszelle Z ist in den Zweig 2 eingeschaltet, und zur Aenderung der Widerstandsverhältnisse dient der Rheostat  $R_2$  im Zweige 4. Ein Multiplikator M zeigt an, ob ein Strom im mittlern Zweige CD existire oder nicht. Bringt man zunächst, wie dies auch früher geschah, die Electroden in der Zersetzungszelle ohne zwischengelagerte Flüssigkeit in metallische Berührung, so muss bekanntlich, damit der Strom im mittlern Zweige CD verschwinde, zwischen den seitlichen Zweigwiderständen das Verhältniss bestehen:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{w_3}{w_4}$$

Wir treffen nun gleich die für die Folge nöthige Annahme, dass  $w_1 = w_3 = r$  sei, dann folgt aus der vorstehenden Relation, dass auch  $w_2 = w_4$  sein muss und diesen letztern gleichen Widerstand wollen wir durch  $r_1$  darstellen. Entfernen wir die Polplatten von einander und bringen eine Flüssigkeit zwischen sie, so ergibt, da jetzt eine electromotorische Kraft  $p$  im Zweige 2 auftritt, die Anwendung der Kirchhoff'schen Sätze in ganz analoger Weise wie auf Seite 222 als Bedingung für das Verschwinden des Stroms im Zweige CD:

$$J (w_2 w_3 - w_1 w_4) + p (w_1 + w_3) = 0.$$

Zur Erfüllung dieser Bedingung wird blos der Widerstand  $w_4$  durch Drehen des darin befindlichen Rheostaten vermehrt und zwar beispielsweise um  $\varrho$  Windungen seines Drahts. Alsdann haben wir in der vorstehenden Gleichung statt  $w_4$  zu setzen  $r_1 + \varrho$ ;  $w_1$  und  $w_3$  sollen unverändert gleich  $r$  bleiben. Im Zweige endlich kommt zum bisherigen Widerstand noch derjenige der Flüssigkeit und der allfällige Uebergangswiderstand also  $w_2 = w_f + u + r_1$ . Nach Substitution dieser Werthe können wir die vorstehende Gleichung auch so schreiben:

$$w_f + u = \varrho - \frac{2p}{J};$$

dies ist aber ganz dieselbe Gleichung wie N. 7 auf S. 220. Zur Bestimmung von  $w_f$  verfährt man ebenfalls wie dort; man ver- $n$ -facht die Entfernung der Polplatten, schaltet entsprechend mehr Rheostatenwindungen ein, bis der Strom in CD wieder verschwunden ist und stellt endlich die Stromstärke  $J$  durch Dre-



hen des Rheostaten  $R_1$  wieder her. Dass durch die letztere Operation die Stromstärke in den Seitenzweigen wirklich unverändert erhalten wird, zeigt ebenfalls die Anwendung der Kirchhoff'schen Sätze; sie ergeben nämlich, dass man im Moment des Verschwindens des Stroms  $i_0$  im mittlern Zweige hat:

$$i_1 = i_2 = i_3 = i_4 = \frac{J}{2}.$$

Hätte man die Widerstände  $w_1$  und  $w_3$  nicht gleich gemacht, so würde auch die vorstehende Gleichung nicht statthaben und durch Zurückführen der Stammstromstärke auf die frühere  $J$ , hätte man nicht zugleich die Intensitäten der Zweigströme den vorherigen gleich gemacht, und doch ist dies mindestens im Zweig 2 nöthig, damit wir wegen der Variation von  $p$  und  $u$  mit der Stromstärke keine Fehler begehen.

Der 2. Theil der Untersuchung verlangt, dass wir die Zersetzungszelle in den mittlern Zweig CD einschalten, und da wir jetzt den Rheostaten im Zweige 4 unverrückt lassen müssen (sonst würde ja die Magnetnadel des Multiplikators bei dem nothwendigen schnellen Uebergang von der einen Operation zur andern in heftige Schwingungen versetzt, ja dieser Uebergang selbst verzögert werden), so haben wir zu gleicher Zeit einen neuen Rheostaten in den Zweig 2 zu bringen, um die Widerstände von Neuem reguliren zu können. Zu dem Ende ist es wohl am zweckmässigsten, den Rheostaten  $R_3$  in den Zweig CD, dessen Widerstand  $w_0$  ja nicht weiter auf die Rechnung influenzirt, einzuschalten und eine Wippe einzurichten, durch welche dann die Zersetzungszelle an die Stelle dieses Rheostaten und umgekehrt letzterer an den Platz der erstern gebracht wird. Eine Ver-

ringerung der Anzahl der wirkenden Elemente ist hier nicht nöthig, da der absolute Widerstand des Schliessungsbogens ziemlich derselbe bleibt. Den vorstehenden Anforderungen kann nun durch eine Wippe Genüge geleistet werden, welche uns Fig. 6. 1. im Grundriss darstellt. In ein Fussbrett  $\alpha \beta \gamma \delta$  sind 12 Quecksilbernäpfechen eingebohrt, unter denen 1' und 2, 2' und 4, 1 und 3', 2 und 4', durch wohl von einander isolirte Drähte verbunden sind. Es kommt nun darauf an, nach Belieben die Näpfechen a, b, c, bald mit 1, 2, 3 und 4, bald mit 1', 2', 3' und 4' in leitende Verbindung setzen zu können; hiezu dienen Kupferbügel von der Form in Fig. 6. 2., nämlich ein gebogener Kupferdraht m p n, an welchen ein gerader Kupferstift p q angelöthet ist. Vier solcher Bügel sind durch ein isolirendes Stäbchen (wie Fig. 6. 3. zeigt) so verbunden, dass die Enden der mittlern Stifte in die Näpfechen a, b, c, d gestellt werden können und beim Hin- und Herwippen um diese Stützpunkte die Spitzen der gebogenen Drahtstücke abwechselnd in 1, 2, 3 und 4 und in 1', 2', 3', 4' eintauchen. Es ist nun wohl ohne weitere Erklärung aus der Fig. 7 ersichtlich, wie man durch Umschlagen der Wippe von Seite I nach II die Zersetzungs- zelle in die eigentliche Brücke CD und dafür den Rheostaten  $R_3$  an ihre Stelle in den Zweig 2 bringt.

Herr Professor Neumann hat nach seiner Methode einige Messungen angestellt, deren Resultate ich hier mittheilen will. Der Vergleichung halber wurde zuerst ein Daniell'sches Element in die Brücke eingeschaltet und dessen electromotorische Kraft E bestimmt. Man fand nach einer willkürlichen Einheit:

$$E = 34.2 - 34.6.$$

Eine Bestimmung dieser electromotorischen Kraft nach der Ohm'schen Methode ergab in derselben Einheit:

$$E = 35.4.$$

Sodann wurde ein thermoelectrisches Element aus Kupfer und Wismuth in die Brücke gebracht und die electromotorische Kraft  $\Delta E$  bei einer Temperatur-Differenz von  $100^\circ$  der beiden Löthstellen:

$$\Delta E = 0.134$$

gefunden. Jetzt erst schaltete man die Zersetzungszelle ein und da fand denn Neumann für die Grösse  $p$  der Polarisation bei folgenden Combinationen nach den bisherigen Einheiten:

1. Kupferelectroden in concentrirter Kupfervitriollösung:  $p = 0.416$ ;
2. Kupferelectroden in Zinkvitriollösung und verdünnter Schwefelsäure:  $p = 19-20$ ;
3. Kupferelectroden in verdünnter Schwefelsäure  $p = 16-19$ .

Bei der ersten Combination stieg der Werth von  $p$ , wenn zwischen den Electroden eine dritte Kupferplatte eingeschaltet wurde, auf 0,835 und bei zwei Zwischenplatten auf 1.238. — Im Uebrigen ergab sich, dass  $p$  wenig veränderlich mit der Stromstärke sei, also in dem Ausdrücke:

$$p = a + b. J$$

$b$  eine sehr kleine Grösse darstelle.

Neumann's Beobachtungen zeigten ferner, dass in der That ein Uebergangswiderstand existire und dass seine Grösse bei den obigen Combinationen sei:

1.  $u = 2.4$
2.  $u = 4$
3.  $u = 0.7$

Für die mässige Zahl von Flüssigkeiten, welche Neumann untersuchte, nahm  $u$  hinsichtlich der Variation mit der Stromstärke die Gestalt an:

$$u = \alpha + \frac{\beta}{J}$$

Es bleibt noch zu untersuchen, in welcher Weise  $u$  von den Dimensionen der Flüssigkeitsschicht und von der Temperatur abhänge <sup>3)</sup>.

Gemäss obigen Zahlen erhalten wir also bei Einschaltung einer Zersetzungszelle von der Combination 1. in den Schliessungsbogen einer Kette für die Stromstärke:

$$J = \frac{E - 0,416}{W + w_f + 2,4},$$

während man nach der Ohm'schen Ansicht hätte:

$$J = \frac{E - 0,416 - 2,4 J}{W + w_f}$$

Wir ersehen hieraus, dass die Wirkung des fehlerhaften Gliedes eine sehr bedeutende ist. Der Fehler, den man durch Vernachlässigung des Uebergangswiderstandes begangen hat, ist somit keineswegs ein geringer und macht desshalb alle bisherigen Bestimmungen der Polarisation ungenau.

---

<sup>3)</sup> Eine nähere Untersuchung wird auch darüber zu entscheiden haben, ob der Uebergangswiderstand, wie Einige glauben, bloss dem Widerstand der auf den Polplatten abgelagerten Oxyd- oder Gasschichten (der wegen des schlechten Leitungsvermögens dieser Substanzen trotz der Dünne dieser Schichten bemerklich werden kann) zuzuschreiben oder ob neben diesem auch wirklich noch beim Act des Uebergangs aus dem einen Leiter in den andern ein Hinderniss zu überwinden sei. Die vorstehende Formel, welche das Gesetz der Abhängigkeit des Uebergangswiderstandes von der Stromstärke darstellt, scheint mir gegen die erstere Ansicht zu sprechen.

Es bleibt mir schliesslich noch Einiges über die von Neumann bei dieser Untersuchung angewandten Apparate mitzuthellen. Als Rheomotoren benutzt Neumann stets Daniell'sche Elemente, weil sich dieselben durch ihre Constanz vor allen übrigen galvanischen Ketten auszeichnen und keinerlei unangenehme Gase entwickeln. — Die Rheostaten hatten die gewöhnliche von Wheatstone angegebene Einrichtung mit einer Rolle und auf dem Draht und der metallischen Axe derselben schleifenden Federn oder auch in Quecksilber tauchenden amalgamirten Kupferkragen statt der metallischen Axe nebst Feder. Es ist hier nicht der Ort, mich auf eine nähere Erörterung der Fehlerquellen bei diesen gewöhnlichen Rheostaten einzulassen, Fehler, welche Jacobi bewogen haben, diese Rheostaten als für genaue Messungen ganz unbrauchbar zu erklären <sup>4)</sup>; ich bemerke nur, dass neuere sehr sorgfältige Untersuchungen von Mousson <sup>5)</sup> gezeigt haben, wie in der That schleifende Theile eine sehr unvollkommene, von steten Schwankungen des Widerstands begleitete Verbindung geben und bloss Eintauchen in Quecksilber mit Benetzung oder Löthung ganz vollkommene, bleibende Berührung fester Theile nur bei sehr starkem Drucke (der Flächencontact hervorbringt) annähernd vollkommene Verbindung gewährt. Es geht hieraus hervor, dass man behufs genauer Messungen sowohl auf den Rheostaten als auch auf vollkommene Verbindung an allen übrigen Unterbrechungsstellen im Schliessungsbogen besondere Sorgfalt verwenden muss. Vorschläge für verbes-

---

<sup>4)</sup> Pogg. Ann. LXXVIII. S. 173.

<sup>5)</sup> Denkschriften. 1855. XIV. 22.

serte rheostatenartige Vorrichtungen finden sich in den beiden citirten Arbeiten <sup>6)</sup>. Im Uebrigen muss ich hinzufügen, dass bei eigenen Messungen an den Neumann'schen Rheostaten mir nie bedeutendere Fehler aufgefallen sind. — Die angewandte Zersetzungszelle war nicht von Holz, sondern aus Spiegelplatten, sehr sorgfältig zusammengefügt; die eingepassten Kupferplatten schlossen so dicht an die Wände an, dass sie beim Verschieben die Flüssigkeit aufstauten und man sie meistens etwas heben musste, um ein gleichmässiges Niveau herzustellen; an einem seitlichen Maassstab mit Nonius waren die Entfernungen der Platten genau abzulesen. — Ueber die Einrichtung des Differential-Multiplikators habe ich bereits oben gesprochen, es ist nur noch hinzuzufügen, dass der hölzerne Rahmen, auf welchen der Draht aufgewunden wurde, nicht wie gewöhnlich zum Durchlassen des Magnethalters in der Mitte durchbrochen war, sondern ganz blieb, um die Quetschungen des Drahts in der Mitte (welche die Multiplikatorfunction complicirt machen) zu vermeiden. Der prismatische Magnetstab wurde dann durch einen leichten, metallischen Rahmen, der den obern Theil der Windungen umschloss, im Zwischenraum der letztern schwebend erhalten. Der Rahmen hing an einem Coconfaden und die Beobachtung der Ablenkung geschah an einem mit demselben fest verbundenen Spiegel mittelst Fernrohr und Skale auf die bekannte Weise. — Was endlich die Tangentenbussole anbelangt, so ist dieselbe

<sup>6)</sup> Man findet dort auch nähere Erörterungen über die Bedingungen, welche die Vorrichtung der Wheatstonschen Brücke am empfindlichsten machen; ich bin hier nicht darauf eingegangen, weil man erst im speziellen Fall endgültig entscheiden kann.

ein für das ganze Gebiet der electricischen Ströme so wichtiges Instrument und Neumann hat an ihr so wesentliche Verbesserungen angebracht, dass es mir wohl erlaubt sein wird, hier etwas näher darauf einzugehen. Die gewöhnliche, von W. Weber in die Praxis eingeführte Tangentenbussole besteht in einem massiven kupfernen Ringe, in welchem der zu messende Strom circulirt und in dessen Mittelpunkt die Magnetnadel sich befindet. Damit nun die Tangente des Ablenkungswinkels der letztern wirklich proportional zu setzen sei, gibt Weber die Vorschrift, dass die Länge der Magnetnadel höchstens  $\frac{1}{4}$  des Radius betragen dürfe. Alsdann habe man zur Bestimmung der Stromintensität:

$$J = \frac{R \cdot H}{\pi \cdot \sqrt{2}}, \text{ tang } \varphi,$$

wo R. der Radius des Kupferringes, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus und  $\varphi$  der Ablenkswinkel der Magnetnadel aus dem magnetischen Meridian, in welchem auch die Stromebene sich befindet. Diese Vorrichtung genügt für gewöhnliche Beobachtungen, für genaue Messungen dagegen ist sie unzureichend. Die vorstehende Formel ist nämlich nicht streng richtig, sondern es sind dabei Glieder von der Ordnung:  $\left(\frac{l}{R}\right)^3$ , wo l die halbe Länge der Magnetnadel darstellt, neben solchen von der Ordnung  $\frac{l}{R}$  vernachlässigt worden. Wenn nun l sehr klein gegen R ist, so wird das vernachlässigte Glied keinen grossen Einfluss haben; da indessen in Wirklichkeit die Kleinheit von l gegen R eine sehr beschränkte ist, so ist es für genaue Messungen nöthig,

sich jedesmal von der Grösse des begangenen Fehlers überzeugen zu können, wenn man schlechtweg obige Formel anwendet. Hiezu liegen aber im bisherigen Apparate nicht die nöthigen Mittel und deshalb hat ihn Neumann in der Weise abgeändert, dass er die Magnetnadel nicht in der Mitte der vom Strome umkreisten Fläche fest anbringt, sondern sie in der Axe der letztern verschiebbar macht. Damit dann die Wirkung des Stroms auf die Magnetnadel durch die grössere Entfernung nicht allzusehr geschwächt werde, multipliziert Neumann dieselbe, indem er statt des einfachen Kupferrings eine mit mehrern Lagen eines dicken, besponnenen Kupferdrahts versehene, hölzerne Rolle aufstellt. Auf einem damit verbundenen Gestell ist eine die Magnetnadel tragende Marmorplatte zwischen Leisten verschiebbar. Die ungefähr ein Zoll lange Nadel hängt an einem Coconfaden in der Höhe des Mittelpunkts der Rolle und um ihre Ablenkung genau beobachten zu können, ist ein 4—5 Zoll langer Zeiger von Messing fest mit ihr verbunden. Die Fadenkreuze zweier an der Alhidade eines getheilten Kreises befestigter Mikroskope werden auf Marken an diesen Zeiger eingestellt. Nadel und Zeiger sind oberhalb durch ein Gehäuse von Glas, unterhalb durch ein solches von Kupfer gegen Luftzug geschützt. Letzteres dient zugleich als Dämpfer; da indessen die Kupfermasse eine sehr grosse sein müsste, wenn die Nadel in Folge der inducirten Ströme bald zur Ruhe kommen sollte, so hat es Neumann vorgezogen, unterhalb der Nadel ein kleines Näpfchen mit Oel aufzustellen, auf dessen Oberfläche dann eine ganz kleine, an einem von der Nadel herabreichenden Stift befestigte Korkscheibe schwimmt. Es scheint



auf den ersten Blick, als ob dieser Schwimmer die Nadel weniger empfindlich machen, ja vielleicht gar störend auf ihre Bewegungen einwirken könnte; Neumann versicherte mich aber, dass dies nach seinen Erfahrungen durchaus nicht der Fall sei und ich habe mich auch selbst bei Messungen mittelst dieser Tangentenbussole überzeugt, dass die Nadel den geringsten Aenderungen in der Stromstärke augenblicklich Folge leistet. Fig. 8 stellt einen Grundriss dieser Neumann'schen Tangentenbussole dar. Zur Berechnung der Stromstärke, wenn bloss eine Drahtwindung auf der Rolle ist, hat man hier die Formel:

$$J = \frac{H \cdot (R^2 + a^2)^{3/2}}{\pi \cdot \sqrt{2} \cdot R^2} \tan \varphi,$$

wo  $a$  die Entfernung der Magnetenadel von der Stromebene und wobei wir wieder neben  $\frac{1}{\sqrt{R^2 + a^2}}$  Glieder von der Ordnung  $\left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + a^2}}\right)^{3/2}$  vernachlässigt haben; doch gewährt die jetzige Einrichtung des Apparats den Vortheil, dass wir das obige Gesetz leicht durch Verrückung mit der Nadel prüfen und so experimentell die Entfernung  $a$  finden können, von welcher an dasselbe innerhalb der gewünschten Grenzen der Genauigkeit gültig ist. Haben wir mehrere Umgänge auf der Rolle, so kommt zu vorstehendem Ausdruck noch ein Factor hinzu abhängig von der Zahl derselben und von der Breite der Rolle. Die Genauigkeit lässt sich übrigens noch viel weiter treiben, wenn wir statt einer Rolle deren mehrere anwenden. Neumann hat nämlich mittelst der Kugelfunctionen, die schon so viele Dienste geleistet haben, die vollständige Theorie der Tangentenbussole entwickelt,

wenn eine beliebige Anzahl von Rollen zu Seiten der Magnetnadel aufgestellt sind. Er berechnete das Drehungsmoment, welches die Drahtrollen auf die Nadel ausüben und untersuchte dann, wie man über die Grösse, Anzahl der Umgänge und Entfernung der Rollen von der Nadel zu verfügen habe, um daraus den grössten Vortheil ziehen zu können. Ich muss mich begnügen, hier kurz auf die Resultate dieser Rechnung hinzuweisen. Wir denken uns um den Mittelpunkt C unserer Magnetnadel (s. Fig. 9) einen Kreis mit dem Radius  $\rho$  beschrieben und durch C einen Diameter senkrecht zum magnetischen Meridian gezogen. Stellen wir jetzt eine beliebige Anzahl verschieden grosser aber gleich breiter Rollenpaare so auf, dass je die beiden gleichen Rollen eines Paares zu beiden Seiten der Nadel gleich weit von derselben abstehen, ihre Mittelpunkte alle sich auf dem verzeichneten Durchmesser befinden, während ihre Ebenen auf letzterm senkrecht stehen und endlich die Umfänge ihrer mittlern Umgänge in die Peripherie des Kreises fallen, so wird das Drehungsmoment, welche der in den Rollen allen cirkulirende Strom auf die Magnetnadel ausübt, durch einen Ausdruck von folgender Form dargestellt:

$$D = J \cdot C \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\lambda}{\rho} + F_1 \cdot \left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^3 - F_2 \cdot \left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^5 + F_3 \left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^7 - \dots$$

wo J die Stromstärke, C eine durch die Dimensionen des Apparats gegebene Constante,  $\varphi$  der Ablenkungswinkel der Magnetnadel und  $\lambda$  ihre halbe Länge.  $F_1$ ,  $F_2$  etc. stellen zum Theil wenigstens unbekannt Functionen dar; sie hangen nämlich von der Vertheilung des Magnetismus in der Magnetnadel ab und diese hat man bis jetzt noch nicht mit Schärfe ermitteln können.

Die Combination von Rollen bezweckt nun so viele von diesen unbekanntem Gliedern als möglich von selbst verschwinden zu machen, so dass dann das erste zu vernachlässigende Glied sehr klein d. h. mit einer sehr hohen Potenz des Bruches  $\frac{\lambda}{\rho}$  behaftet ist. -- Haben wir bloss eine Rolle, in deren Centrum sich die Magnetnadel befindet, so ist, wie wir schon oben gesehen haben, das 2<sup>te</sup> Glied mit  $\left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^3$  das erste zu vernachlässigende. Dieses fällt indessen schon von selbst fort, wenn wir die Rolle in zwei Hälften spalten und in der Entfernung:  $E = \frac{\lambda}{\sqrt{5}}$  aufstellen, so dass also E gleich dem halben Radius der Rollen wird. Nehmen wir zwei Rollenpaare, stellen das erstere in der Entfernung:  $E_1 = \frac{\rho}{4}$ , das 2<sup>te</sup> Paar im Abstand:  $E = \frac{3}{4}\rho$  auf und machen das Verhältniss der Umgänge auf den letztern Rollen, zu denen auf den erstern = 0.682, so ist jetzt das erste zu vernachlässigende Glied mit dem Factor  $\left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^9$  behaftet. Gehen wir noch einen Schritt weiter, d. h. wählen wir 3 verschiedene Rollenpaare, so können wir da so über die dreierlei Entfernungen und die Verhältnisse der Anzahl der Umwindungen verfügen, dass neben dem ersten Glied alle folgenden bis und mit demjenigen verschwinden, das den Factor  $\left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^{12}$  besitzt. Kurz mit n Rollenpaaren lassen sich auf diese Weise alle Glieder bis und mit demjenigen, dessen Coefficient  $\left(\frac{\lambda}{\rho}\right)^{4n}$  ist, fortschaffen. Nehmen wir beispielsweise bei einer Combination von 3 Rollenpaaren den Durchmesser des Kreises = 1'

und die Länge der Magnetnadel =  $\frac{1}{4}$ ' an, so erhalte demnach das erste zu vernachlässigende Glied den Factor  $(\frac{1}{4})^{13} = \frac{1}{67108864}$ , während bei der gewöhnlichen Tangentenbussole dieser Factor =  $\frac{1}{1000}$  wird, wenn die Magnetnadel  $\frac{1}{10}$  des Ringdurchmessers beträgt.

Bei allen diesen Tangentenbussolen erhalten wir also mit grösserer oder geringerer Genauigkeit als Drehungsmoment des Stromes:

$$D_1 = J \cdot K \cdot M \cdot \cos \varphi,$$

wo K eine bekannte Constante und M das magnetische Moment der Magnetnadel. Der Erdmagnetismus übt bei der Ablenkung  $\varphi$  der Nadel aus dem magnetischen Meridian folgendes Drehungsmoment aus:

$$D_2 = H \cdot M \cdot \sin \varphi,$$

die Gleichgewichtslage wird daher bestimmt durch:  $D_1 = D_2$  oder:

$$\frac{J}{H} = C \cdot \tan \varphi, \quad \text{I.}$$

wo C eine durch die Dimensionen des Apparats bestimmte Constante. Wir ersehen hieraus, dass wir durch Beobachtung der Ablenkung  $\varphi$  an der Tangentenbussole nicht unmittelbar die Grösse der Stromstärke, sondern bloss ihr Verhältniss zur horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft erhalten. Es ist indessen oft wünschenswerth Stromstärken auf absolutes Maass zurückzuführen. Zu dem Ende hin ist es dann nöthig, die horizontale Componente des Erdmagnetismus absolut zu messen, was 2 Beobachtungen erheischt, nämlich Ablenkungsbeobachtungen am Declinatorium und solche am Bifilarmagnetometer.

Wir könnten aber offenbar in vorliegendem Falle mit einer Beachtung ausreichen, wenn es einen Apparat gäbe, der uns das Produkt  $JH$  zu ermitteln erlaubte. Dies gestattet aber die Weber'sche Bifilarrolle d. h. eine an zwei feinen Drähten oder Coconfaden aufgehängte Drahtrolle, in welcher ein galvanischer Strom circulirt. Die Zuleitung des Stroms geschieht dabei entweder durch die Aufhängedrähte oder durch feine in Quecksilbernäpfchen tauchende Spitzen (die Reibung im letztern Fall ist nach Neumann ganz unbedeutend). Auf eine solche Rolle wirken wieder zwei Drehungsmomente, dasjenige des Erdmagnetismus ist:

$$D_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A \cdot J \cdot H \cdot F \cdot \cos \varphi',$$

wenn  $A$  die Anzahl der Windungen auf der Rolle,  $F$  den Inhalt der umströmten Kreisfläche, endlich  $\varphi'$  den Ablenkungswinkel der Rolle aus der natürlichen Gleichgewichtslage im Meridian bezeichnet. Damit letztere wirklich mit dem Meridian zusammenfalle, muss dies auch die Ebene durch die beiden Aufhängedrähte thun. Wenn nun die Rolle aus dieser Lage durch den Strom herausgedreht wird, so muss dabei offenbar der ganze Apparat gehoben werden und die Schwerkraft, welche dies zu hindern strebt, bildet das zweite Drehungsmoment, das den Werth hat:

$$D_2 = G \cdot \frac{d^2}{4l} \cdot \sin \varphi',$$

wo  $G$  das Gewicht der Rolle und ihrer Anhängsel,  $d$  die Entfernung und  $l$  die Länge der beiden Aufhängedrähte. Die Gleichgewichtslage ist folglich bestimmt durch:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot AJHF \cos \varphi' = G \frac{d^2}{4l} \sin \varphi';$$

also:

$$J \cdot H = C' \cdot \tan \varphi, \quad \text{II.}$$

wo  $C'$  wieder eine gegebene Constante. Der Ablenkungswinkel wird bei der Bifilarrolle wie beim Multiplikator durch Spiegelablesung mittelst Fernrohr und Skale beobachtet. Aus den Gleichungen I. und II. folgt nun:

$$\left. \begin{aligned} J^2 &= C \cdot C' \cdot \tan \varphi \cdot \tan \varphi', \\ H^2 &= \frac{C' \cdot \tan \varphi'}{C \cdot \tan \varphi}. \end{aligned} \right\} \quad \text{III.}$$

Wir brauchen somit bloss unsern Strom neben der Tangentenbussole noch zugleich durch eine solche Bifilarrolle zu leiten und während wir selbst an ersterer die Ablenkung beobachten, durch eine zweite Person den Stand  $\varphi'$  der Letztern ablesen zu lassen, um sofort mittelst der Gleichung III. den Werth der Stromstärke nach absolutem Maasse zu erhalten. Ueber die Aufstellung ist noch zu bemerken, dass sich die Bifilarrolle natürlich in der Meridianebene durch die Nadel der Tangentenbussole befinden und davon um mindestens 20' entfernt sein muss, damit beide nicht gegenseitig ablenkend auf einander einwirken. Bei unserm speziellen Apparat muss auch der Multiplikator in derselben Meridianebene befindlich sein.

Die Gleichungen III. zeigen endlich noch, dass wir mittelst Tangentenbussole und Bifilarrolle nicht bloss die Stromintensität  $J$ , sondern auch die erdmagnetische Kraft  $H$  nach absolutem Maasse bestimmen können und diese, so viel ich weiss, auch von Neumann herrührende Methode zur Bestimmung des Erdmagnetismus hat vor der oben citirten Gauss'schen

das voraus, dass beide Beobachtungen zu gleicher Zeit angestellt werden können und so die Variationen des Erdmagnetismus keinen störenden Einfluss ausüben, wie dort.

---

## Ueber die in die Haut der Synapten eingelagerten Kalkkörper.

Von Friedr. Held, med. cand.

---

Unter den niedriger organisirten Thieren habe ich aus der Klasse der Echinodermen die Synapten zum Gegenstand dieses Aufsatzes gewählt. Die Synaptinen bilden bekanntlich eine besondere Familie der Echinodermen. Gewöhnlich werden sie im Gegensatze zu den *echinodermata pedicellata*, welche die Crinoideen, Asterideen, Echinideen und eigentlichen Holothurien als besondere Ordnungen in sich fassen, mit einer andern Gruppe, nämlich den Sipunculaceen, zu einer der vorigen entgegengesetzten Abtheilung, den *echinodermata apoda* gerechnet. <sup>1)</sup> Zu derselben Familie der Synaptinen gehören unter andern auch die Chirodoten, <sup>2)</sup> von denen aber die

---

<sup>1)</sup> Vergleiche van der Hoeven, Handbuch der Zoologie, deutsche Uebersetzung 1850. Bd. I. S. 149.

<sup>2)</sup> Ueber die Kalkrädchen der Chirodoten vergleiche J. Müller "über die Larven und Metamorphosen der Holothurien und Asterien", Berl. 1850. S. 15. Taf. III. Fig. 8.

Fig. 1.

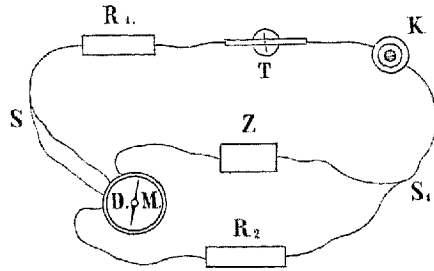


Fig. 2.

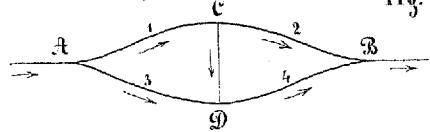


Fig. 3.

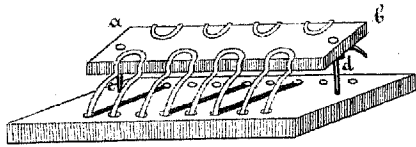


Fig. 7.

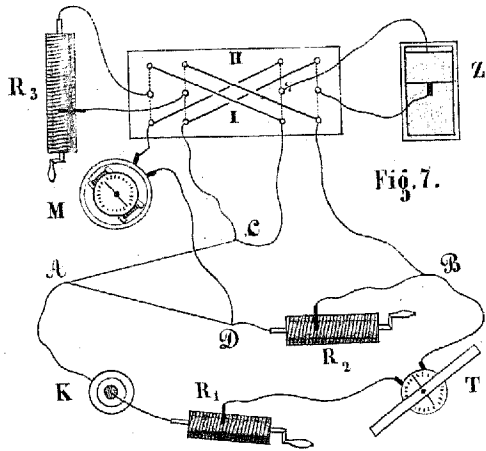


Fig. 4.

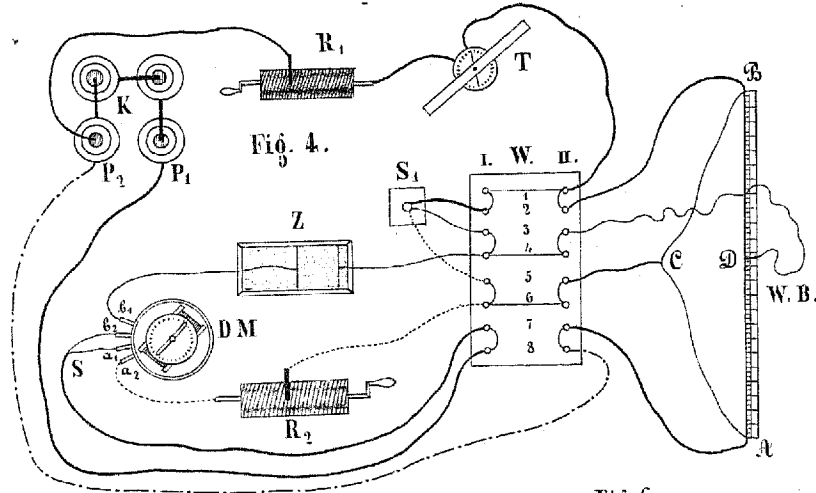


Fig. 5.

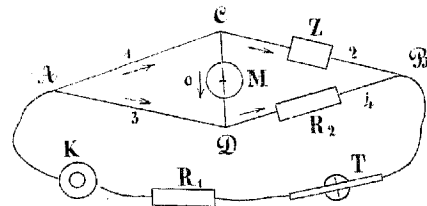


Fig. 6.1.

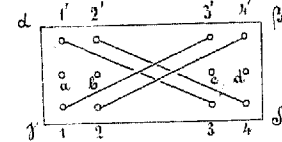


Fig. 6.2.

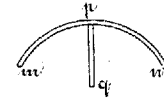


Fig. 6.3.

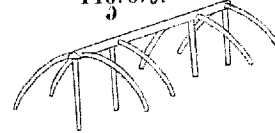


Fig. 8.

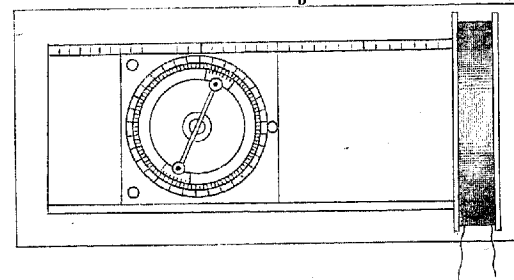


Fig. 9.

